

Эффективность оптимизации методом непрерывно взаимодействующей колонии муравьев (CIAC)

02, февраль 2011

авторы: Карпенко А. П., Чернобrivченко К. А.

УДК 519.6

apkarpenko@mail.ru, chernobrivchenko.k@gmail.com

Введение

В настоящее время интенсивно развиваются метаэвристические поведенческие методы оптимизации такие, как метод роя частиц, метод пчелиного роя, метод колонии муравьев.

Первым методом, основанным на идее функционирования колонии муравьев, стал метод *Ant System* (система муравьев) [1]. Метод был использован при решении большого числа комбинаторных задач, например, задачи коммивояжера, задачи раскраски графа и др.

Первым «муравьиным» методом, созданным для решения задач непрерывной оптимизации, стал метод *CACO* (*Continuous Ant Colony Optimization* - непрерывная оптимизация колонией муравьев) [2]. Взаимодействие агентов в методе *CACO* осуществляется на основе модели стигмертии - использования муравьями феромонов для пометки лучших путей [3].

Реализация идеи стигмертии не является единственным способом использования муравьиного интеллекта при решении задач оптимизации. Так, в работе [3] предложена модель, в которой канал стигмертии проигнорирован, а взаимодействие между агентами осуществляется на межиндивидуальном уровне с использованием механизма, названного мобилизацией [3]. Соответствующий метод назван авторами указанной

работы методом *CIAC* (*Continuous Interacting Ant Colony* - непрерывно взаимодействующая колония муравьев).

Данная статья посвящена исследованию эффективности модифицированного метода *CIAC* при решении ряда тестовых задач непрерывной глобальной оптимизации. Кроме того, в работе исследуется одно из приложений указанного метода – приближенное построение множества Парето (а, тем самым, и фронта Парето) в задаче многокритериальной оптимизации.

В первом разделе работы рассматриваются бионические предпосылки метода муравьиной колонии. Второй раздел содержит постановку задачи и схему используемого метода *CIAC*. В третьем разделе обсуждается схема и результаты тестирования метода и разработанного программного обеспечения. В четвертом разделе приводятся результаты исследования эффективности метода для многомерной многоэкстремальной тестовой функции, а в пятом разделе – для многомерной одноэкстремальной овражной функции. Шестой раздел посвящен исследованию эффективности приближенного построения множества Парето в задаче многокритериальной оптимизации с помощью метода *CIAC*. В заключении обсуждаются основные результаты работы.

Исследование эффективности метода выполнено на многоэкстремальной функции Растригина (*Rastrigin*) и одноэкстремальной овражной функции Розенброка (*Rosenbrock*) из известного пакета тестовых функций *CES* (*Congress of Evolutionary Computing*) [4].

1. Бионические предпосылки метода муравьиной колонии

Муравьи относятся к социальным насекомым, живущим внутри некоторого коллектива — колонии. Число муравьев в одной колонии может достигать нескольких миллионов. Поведение муравьев при транспортировке пищи, преодолении препятствий, строительстве муравейника и других

действиях, зачастую, приближается к теоретически оптимальному. Например структура взаимосвязи колоний в мегаколонии муравьев *Formica lugubris* в Швейцарии близка к минимальному остовному дереву, соединяющему все колонии в мегаколонию [5].

«Социальное» поведение муравьев строится на основе самоорганизации, т.е. на основе множества механизмов, обеспечивающих достижение системой глобальной цели в результате низкоуровневого взаимодействия ее элементов. Принципиальной особенностью такого взаимодействия является использование элементами системы только локальной информации. Любая глобальная информация и централизованное управление в этом случае отсутствуют.

Муравьи используют два способа передачи информации. *Прямой способ* (уровень индивидуальных взаимодействий) реализуется между парой муравьев посредством обмена пищей, мандибулярных (челюстных) манипуляций, визуального и химического контактов. *Непрямой способ* (стигмертия - *stigmergy*) представляет собой разнесенный во времени тип взаимодействия, когда один субъект взаимодействия изменяет некоторую часть окружающей среды, а остальные используют информацию о состоянии этой части среды позже, когда находятся в ее окрестности. У муравьев стигмертия осуществляется через феромон (*pheromone*) — специальный секрет, который откладывается в виде следа при перемещении муравья и который может восприниматься муравьями в течение нескольких суток. Чем выше концентрация феромона на тропе, тем эта тропа более привлекательна для муравьев и большее число муравьев будет двигаться по этой тропе. Со временем феромон испаряется, что позволяет муравьям адаптировать свое поведение к изменениям внешней среды [6].

Общественное поведение муравьев в колонии подчинено идее плотной гетерархии, которая, в противоположность иерархии, предполагает не вертикальные связи между элементами системы, а горизонтальное

распределение системных функций между этими элементами, при котором сами элементы равноправны между собой. В данном случае мы имеем дело с плотной гетерархией, когда каждый из муравьев может связаться с любым другим в любой момент времени. При этом информация передается через два канала связи – канал индивидуальных взаимодействий и канал стигмертии.

2. Постановка задачи и схема метода *CIAC*

Рассмотрим задачу многомерной глобальной условной оптимизации: найти максимум целевой функции $\Phi(X)$, определенной на множестве D евклидова пространства R^n ,

$$\max_{X \in D \subset R^n} \Phi(X) = \Phi(X^*) = \Phi^* . \quad (1)$$

Здесь $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ - вектор варьируемых параметров,

$$D = \{x \mid x_i^- \leq x_i \leq x_i^+, i \in [1:n]\} - \quad (2)$$

множество допустимых значений вектора варьируемых параметров, представляющее собой гиперпараллелепипед.

Схема метода *CIAC* имеет следующий вид [3].

1) Создаем агентов (муравьев) A_j , $j \in [1:\eta]$ и случайным образом распределяем их в области поиска D . Здесь η - число агентов в колонии.

2) Моделируем работу канала стигмертии, для чего для каждого из агентов A_j , $j \in [1:\eta]$ вычисляем координаты центра тяжести феромонных точек

$$G_j = \sum_{i=1}^N \bar{\omega}_{i,j} X_i ,$$

где X_i - вектор координат i -ой феромонной точки, N - их общее число,

$$\bar{\omega}_{i,j} = \frac{\omega_{i,j}}{\sum_{i=1}^N \omega_{i,j}} -$$

нормированный *интерес* j -го агента к i -ой феромонной точке, определяемый по формуле

$$\varpi_{i,j} = \frac{\bar{\delta}}{2} \theta_i \exp(-\delta_{i,j}).$$

Здесь $\bar{\delta}$ - среднее расстояние между двумя агентами в колонии, θ_i - количество феромона в точке X_i , $\delta_{i,j}$ - расстояние между j -м агентом и i -ой феромонной точкой.

3) Перемещаем агента A_j в направлении центра тяжести G_j на случайное расстояние в пределах его *размерного параметра* $r_j = \frac{d}{\psi}$, где $d \in [0,1]$ - случайная величина, распределенная по нормальному закону, имеющая нулевое математическое ожидание и среднеквадратичное отклонение σ ; ψ - делитель размерного параметра, определяющий величину этого параметра.

4) Моделируем функционирование канала прямого взаимодействия – агент A_j читает случайное сообщение из своей памяти.

5) Сравниваем значение целевой функции $\Phi(X_j)$ в точке расположения агента A_j с соответствующим значением $\Phi(X_k)$, полученным в сообщении от агента A_k . Если $\Phi(X_k) > \Phi(X_j)$, то агент A_j перемещается в случайную точку гиперсферы, центром которой является точка X_k , а радиусом - размерный параметр r_j этого агента.

6) Если $\Phi(X_k) \leq \Phi(X_j)$, то агент A_j посылает сообщение со своими координатами X_j и значением целевой функции случайному агенту популяции, а затем в пределах размерного параметра r совершает случайное перемещение в окрестности точки X_j .

7) После того, как по рассмотренной схеме все агенты колонии завершили свои перемещения, моделируем испарение феромонных точек.

8) Проверяем критерий останова, в качестве которого может использоваться условие достижения заданного числа итераций $\lambda_{\max}$ или условие стагнации вычислительного процесса: расстояние между двумя последовательными лучшими значениями критерия оптимальности $\Phi(X)$, достигнутыми колонией, не превышает заданную величину ε_X в течение λ_{stop} итераций.

На $(\lambda + 1)$ -ой итерации количества феромона в некоторой точке определяется формулой

$$\theta_{\lambda+1} = \rho \theta_{\lambda},$$

где θ_{λ} - количество феромона в данной точке на предыдущей итерации, ρ – коэффициент устойчивости феромонных точек. Полагается, что феромонная точка исчезает, если количество феромона в ней становится меньшим величины $\theta_{\min}$. Количество ферромона в начальных точках расположения агентов принимается равным единице.

Размер памяти агента ограничен – полагается, что максимально допустимое число сообщений в памяти каждого из агентов не превышает величины $\mu_{\max}$. В ситуации, когда возможно переполнение памяти (агент получает новое сообщение при текущем числе сообщений в его памяти, равном $\mu_{\max}$), одно из выбранных случайным образом сообщений удаляется из памяти, а новое сообщение записывается в нее.

Алгоритм *CIAC* содержит шесть свободных параметров:

$\eta \in (0, \infty)$ - число агентов в системе;

$\rho \in [0, 1]$ - коэффициент устойчивости феромонных точек;

$\theta_{\min}$ - количество феромона, при котором феромонная точка исчезает;

$\mu_{\max} \in [0, \infty)$ - максимально допустимое число сообщений в памяти агента;

ψ - величина делителя размерного параметра;

$\sigma \in [0,1]$ - среднеквадратичное отклонение размерного параметра при $\psi = 1$.

В соответствии с рекомендациями работы [3], относительно параметров $\rho, \theta_{\min}, \sigma$ приняты следующие соглашения:

$$\rho = 0,9; \quad \theta_{\min} = 0,00000001; \quad \sigma = 0,1.$$

Величины $\mu_{\max}, \psi$ в процессе исследования варьировались в пределах, значения которых указаны ниже.

3. Тестирование алгоритма

Метод *CIAC* реализован в среде программной системы *MatLab* [6]. Тестирование метода и разработанного программного обеспечения выполнено для сферической целевой функции $\Phi(X) = -\sum_{i=1}^n x_i^2$ и области допустимых значений $D = \{X \mid -1 \leq x_i \leq 2, i \in [1:n]\}$, где $n = 2, 3, 4$. Легко видеть, что максимум функции $\Phi(X)$ равен нулю и достигается в указанной области D в точке с координатами $X^* = (0,0,\dots,0)$.

Если не оговорено противное, здесь и далее, использованы следующие значения свободных параметров метода *CIAC*, которые не определены выше: число агентов в колонии $\eta = 186$; делитель размерного параметра $\psi = 50$. Максимально допустимое число итераций $\lambda_{\max}$ равно 5000, а величина λ_{stop} - 1500 итераций.

Поскольку эффективность метода существенно зависит от случайного начального расположения агентов, здесь и далее каждый эксперимент повторялся 30 раз. Эффективность метода оценивалась средним числом итераций $\bar{\lambda}$ и средней достигнутой точностью $\bar{\varepsilon}$ локализации максимума целевой функции.

Результаты тестирования иллюстрируют таблица 1 и рисунок 1 (случай $n = 2, \eta = 10$). Красные, синие и зеленые точки на рисунке 1 показывают

начальные положения агентов, а также их положения на 20-ой и на 500-ой итерациях соответственно.

Результаты тестирования показывает, что для всех рассмотренных размерностей целевой функции $\Phi(X)$ максимум этой функции найден с высокой точностью.

Таблица 1 – Результаты тестирования программного обеспечения

n	$\bar{\lambda}$	$\bar{\varepsilon}$
2	1516	$1 \cdot 10^{-6}$
3	1634	$1 \cdot 10^{-6}$
4	1726	$2 \cdot 10^{-6}$

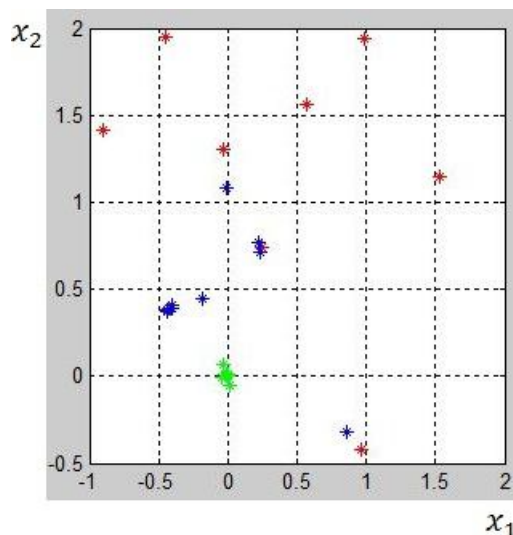


Рисунок 1 – К тестированию метода

4. Исследование эффективности метода. Многоэкстремальная функция Растригина

4.1. Рассмотрим прежде *двумерную функцию* Растригина ($n = 2$)

$$\Phi(X) = -\sum_{i=1}^n (10 + x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i)), \quad (3)$$

определенную в области

$$D = \{X \mid -2 \leq x_i \leq 2, i \in [1:n]\}. \quad (4)$$

Глобальный максимум функции (3) на множестве (4) достигается в точке $(0,0,\dots,0)$ и равен нулю.

Результаты исследования при варьировании величины $\mu_{\max}$ иллюстрируют рисунки 2 – 4. Здесь и далее $\bar{p}$ – усредненная вероятность локализации глобального максимума функции $\Phi(X)$ с заданной точностью ε .

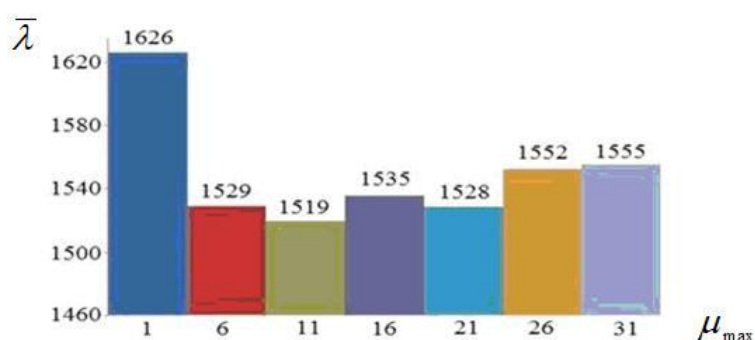


Рисунок 2 – Число итераций $\bar{\lambda}$ в функции величины $\mu_{\max}$:
функция Растригина; $n = 2$

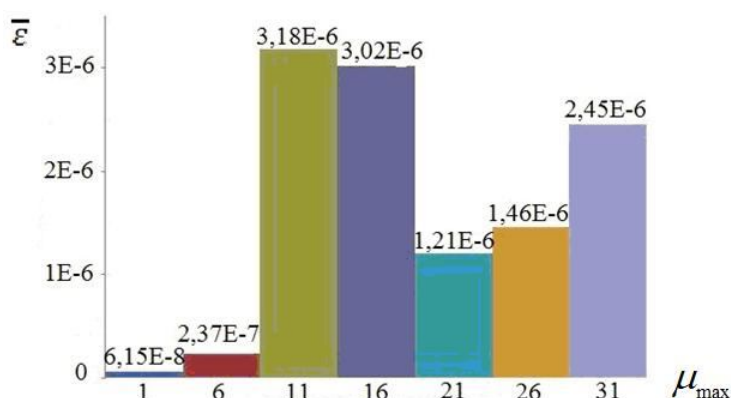


Рисунок 3 – Усредненная погрешность решения в функции величины $\mu_{\max}$:
функция Растригина; $n = 2$

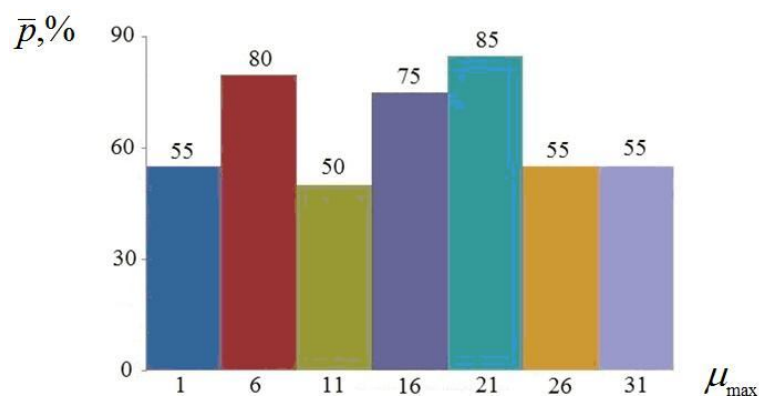


Рисунок 4 – Усредненная вероятность локализации глобального максимума: функция Растригина; $n = 2$; $\varepsilon = 10^{-3}$

Аналогичные результаты при варьировании делителя размерного параметра ψ иллюстрируют рисунки 5 – 7. Здесь максимальное число сообщений в памяти муравьев $\mu_{\max}$ принято равным 27.

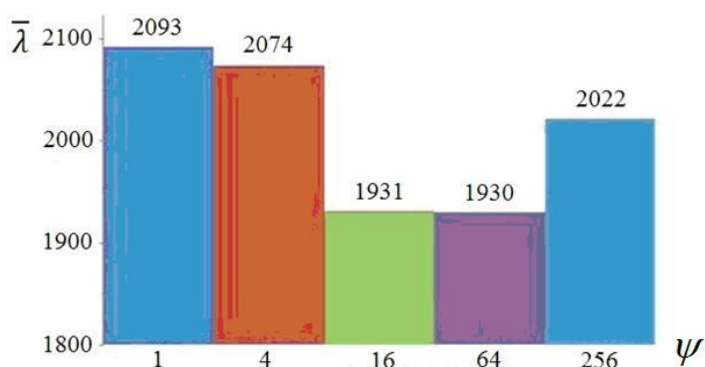
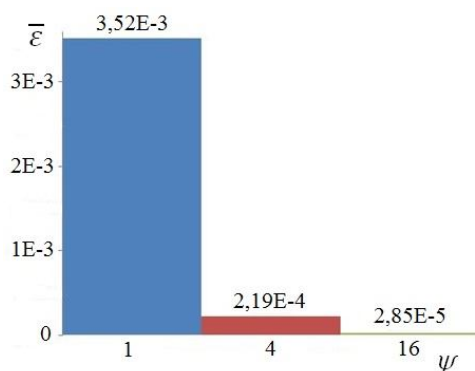
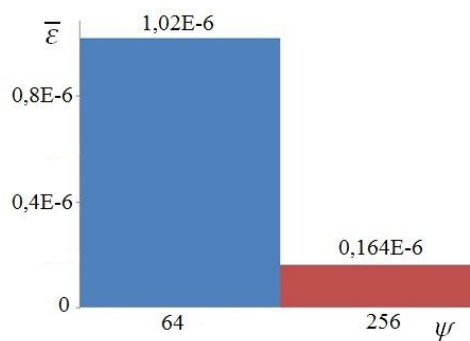


Рисунок 5 – Усредненное число итераций в функции величины ψ : функция Растригина; $n = 2$



а) $\psi = 1; 4; 16$



б) $\psi = 64; 256$

Рисунок 6 – Усредненная погрешность решения в функции величины ψ :
функция Растригина; $n = 2$

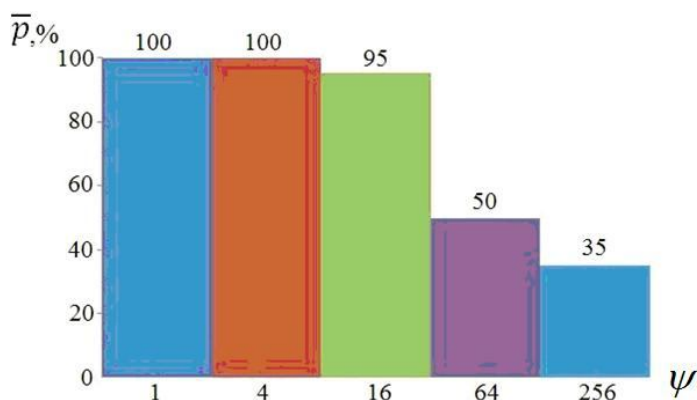


Рисунок 7 - Усредненная вероятность локализации глобального максимума:
функция Растригина; $n = 2$

Результаты, представленные на последнем рисунке, получены при $\varepsilon = 10^{-3}$ для $\psi = 4, 16, 64, 256$ и при $\varepsilon = 0,05$ - для $\psi = 1$.

4.2. Рассмотрим теперь *пятимерную функцию* ($n = 5$) Растригина (3), определенную в области (4). Положим, что число агентов в колонии $\eta = 398$, а величина делителя размерного параметра $\psi = 30$.

Результаты исследования при варьировании величины $\mu_{\max}$ иллюстрируют рисунки 8 – 10. Аналогичные результаты исследования при варьировании величины ψ иллюстрируют рисунки 11 – 13.

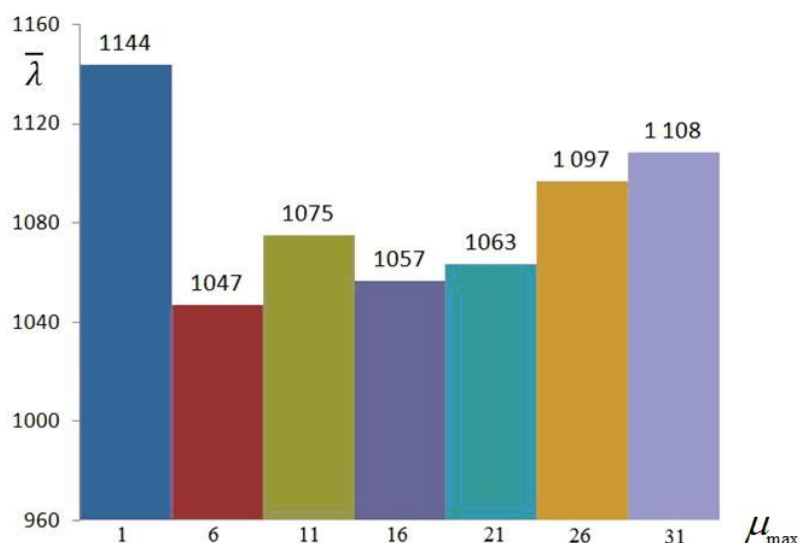


Рисунок 8 – Усредненное число итераций в функции величины $\mu_{\max}$:
функция Растригина; $n = 5$

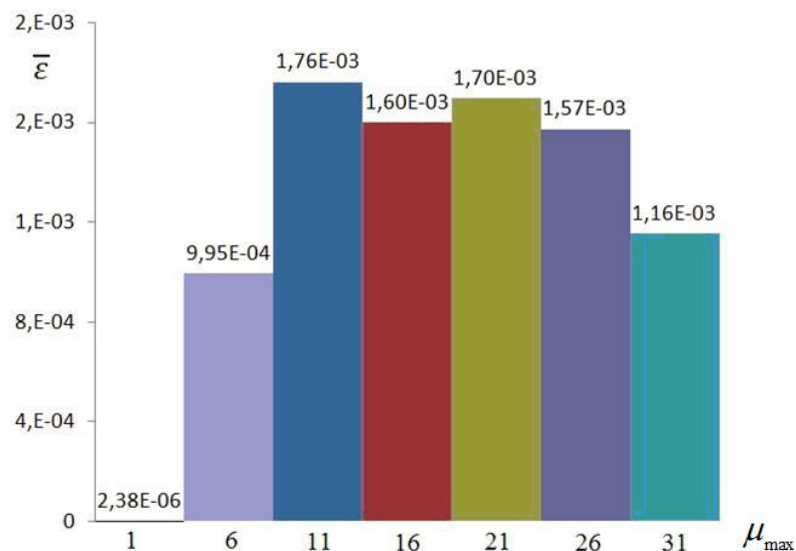


Рисунок 9 – Усредненная погрешность решения в функции величины $\mu_{\max}$:
функция Растригина; $n = 5$

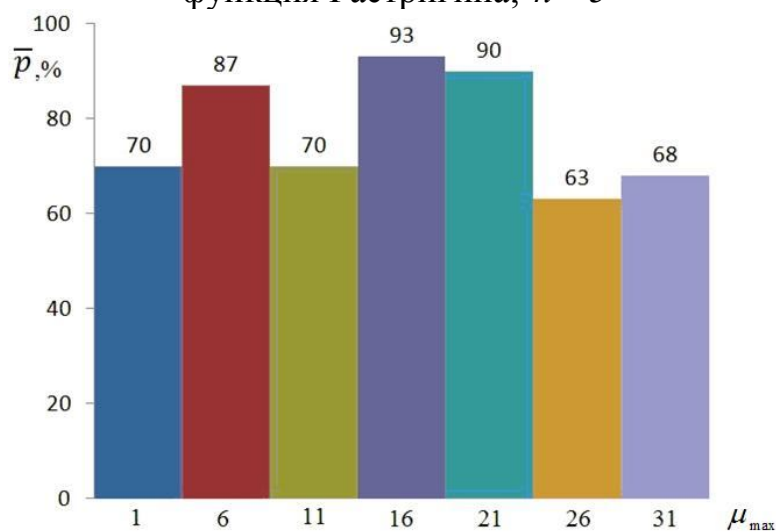


Рисунок 10 – Усредненная вероятность локализации глобального максимума:
функция Растригина; $n = 5$; $\varepsilon = 10^{-3}$

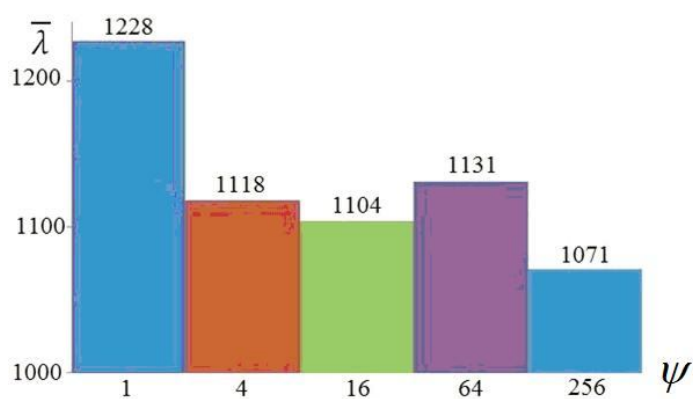
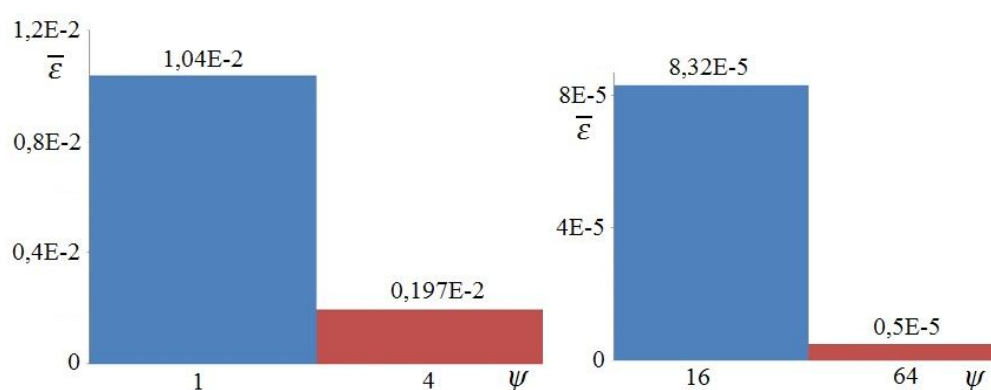


Рисунок 11 – Усредненное число итераций в функции величины ψ :
функция Растригина; $n = 5$



а) $\psi = 1; 4$

б) $\psi = 16; 64$

Рисунок 12 – Усредненная погрешность решения в функции величины ψ :
функция Растригина; $n = 5$

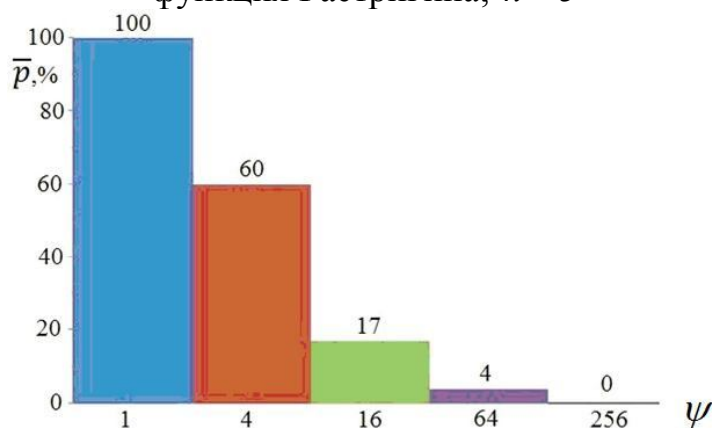


Рисунок 13 – Усредненная вероятность локализации глобального максимума:
функция Растригина; $n = 5$; $\varepsilon = 10^{-3}$

4.3. В обсуждение приведенных результатов экспериментов, прежде всего, следует отметить высокую эффективность метода, как для двумерной, так и для пятимерной функций Растригина. Действительно, при варьировании величины $\mu_{\max}$ в первом случае усредненное число итераций не превышало $\bar{\lambda}=2010$, а во втором – $\bar{\lambda}=1230$; усредненная погрешность решения - величин $\bar{\varepsilon}=3,52 \cdot 10^{-3}$, $\bar{\varepsilon}=1,04 \cdot 10^{-2}$ соответственно; при лучших значениях варьируемых параметров средняя вероятность локализации глобального максимума не опускалась в том и другом случаях ниже 85%.

Результаты исследования показывают, что, как для двумерной, так и для пятимерной функций Растригина, имеют место следующие свойства метода *CIAC*. Усредненное число итераций $\bar{\lambda}$ и усредненная вероятность локализации глобального максимума $\bar{p}$ слабо зависят от величины $\mu_{\max}$. За исключением случаев $\mu_{\max}=1, 6$, усредненная погрешность решения $\bar{\varepsilon}$ также слабо зависит от этой величины.

Для двумерной функции Растригина отсутствует четкая тенденция зависимости усредненного числа итераций $\bar{\lambda}$ от величины ψ . В то же время, для пятимерной функции имеет место снижение числа итераций $\bar{\lambda}$ с ростом величины ψ со значения $\bar{\lambda}=1228$ до значения $\bar{\lambda}=1071$ (рисунок 11). Для двумерной и для пятимерной функций Растригина, усредненная погрешность решения $\bar{\varepsilon}$ уменьшается с ростом величины ψ на три порядка (рисунки 6, 12). С другой стороны, вероятность локализации глобального максимума $\bar{p}$ в тех же условиях уменьшается в примерно 3 раза для двумерной функции Растригина и практически до нуля – для той же пятимерной функции (рисунки 7, 13).

5. Исследование эффективности метода. Овражная функция Розенброка

Рассмотрим сначала *двумерную функцию Розенброка* ($n=2$)

$$\Phi(X) = -100((x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2), \quad (5)$$

определенную в области допустимых значений

$$D = \{X \mid -5 \leq x_i \leq 5, i = 1, 2\}. \quad (6)$$

Глобальный максимум в задаче (5), (6) достигается в точке $(1, 1, \dots, 1)$ и равен нулю.

Результаты исследования при варьировании величины $\mu_{\max}$ иллюстрируют рисунки 14, 15. Вероятность локализации глобального максимума при всех рассматриваемых значения параметра $\mu_{\max}$ равна 100% и поэтому соответствующая диаграмма не приведена.

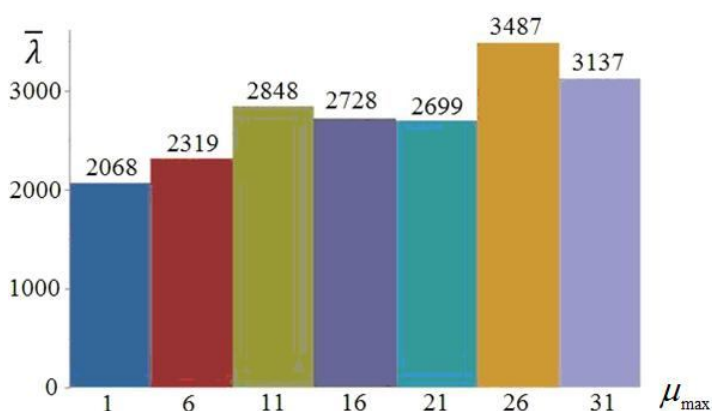


Рисунок 14 – Усредненное число итерации в функции параметра $\mu_{\max}$: функция Розенброка; $n = 2$

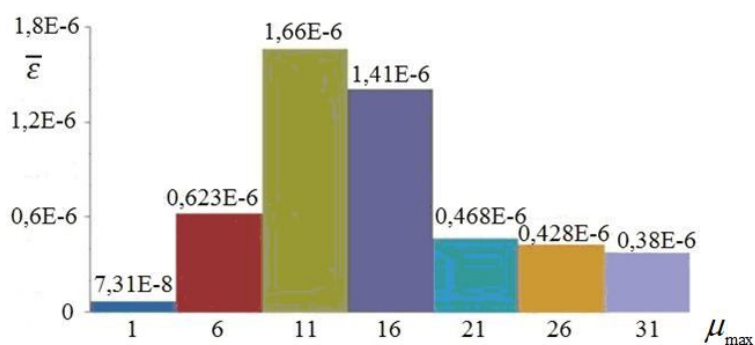


Рисунок 15 – Усредненное значение погрешности решения в функции параметра $\mu_{\max}$: функция Розенброка; $n = 2$

Результаты исследования при варьировании величины делителя размерного параметра $\bar{\psi}$ иллюстрируют рисунки 16, 17. Исследование выполнено при максимальном числе сообщений $\mu_{\max} = 27$.

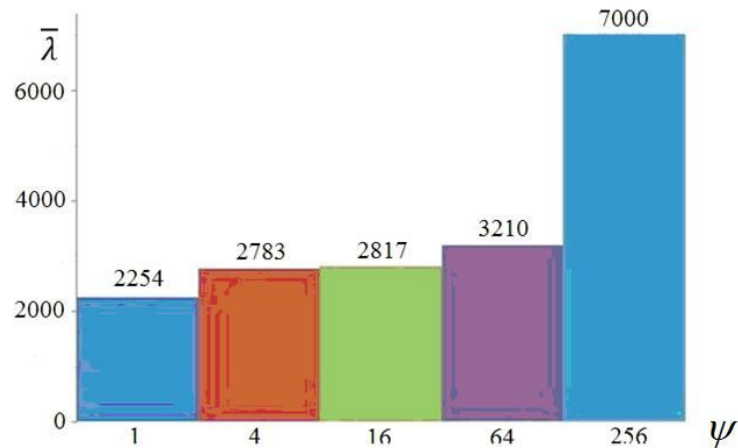
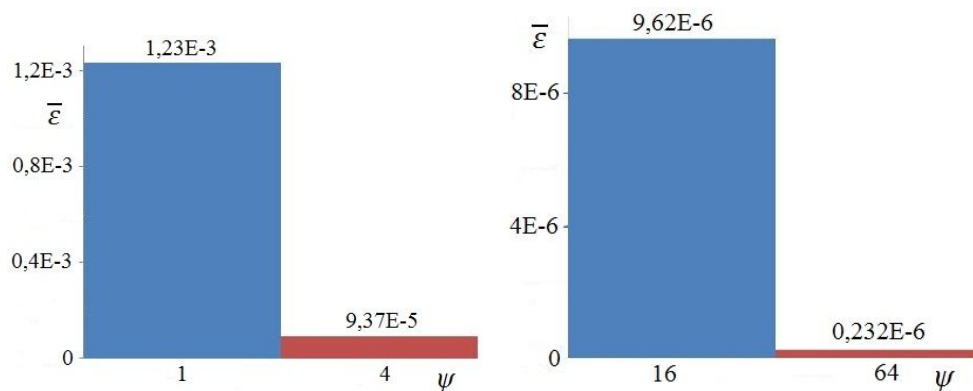


Рисунок 16 – Усредненное число итераций в функции величины ψ : функция Розebroка; $n = 2$

Вероятность локализации глобального максимума при всех рассматриваемых значения параметра ψ , за исключением случая $\psi = 256$, равна 100%.

Таким образом, на основе результатов исследования эффективности метода *CIAS* для двумерной функции Розebroка можно сделать следующие выводы.



а) $\psi = 1; 4$

б) $\psi = 16; 64$

Рисунок 17 – Усредненная погрешность решения в функции величины ψ :
функция Розенброка; $n = 2$

Усредненное число итераций $\bar{\lambda}$ слабо зависит от значений параметра $\mu_{\max}$, хотя имеет место отчетливая тенденция увеличения этого числа с ростом величины $\mu_{\max}$ (с $\bar{\lambda}=2068$ при $\mu_{\max}=1$ до $\bar{\lambda}=3157$ при $\mu_{\max}=31$) – рисунок 14.

В зависимости усредненной погрешности решения $\bar{\varepsilon}$ от значений параметра $\mu_{\max}$ имеется четкий максимум, соответствующий $\mu_{\max}=11$ и равный $1,66 \cdot 10^{-6}$. Минимальное значение, равное $7,31 \cdot 10^{-8}$, погрешность $\bar{\varepsilon}$ принимает при $\mu_{\max}=1$. При $\mu_{\max} \geq 21$ погрешность $\bar{\varepsilon}$ слабо зависит от значений параметра $\mu_{\max}$ и равна $\sim 4 \cdot 10^{-7}$ (рисунок 15).

Усредненное число итераций $\bar{\lambda}$ монотонно увеличивается с ростом величины ψ с $\bar{\lambda}=2254$ при $\psi=1$ до $\bar{\lambda}=7000$ при $\psi=256$ (рисунок 16).

Имеет место сильная зависимость усредненной погрешности решения $\bar{\varepsilon}$ от значений величины ψ . При увеличении ψ погрешность $\bar{\varepsilon}$ уменьшается почти на четыре порядка – с $\bar{\varepsilon}=1,23 \cdot 10^{-3}$ при $\psi=1$, до $\bar{\varepsilon}=2,32 \cdot 10^{-7}$ при $\psi=64$ (рисунок 17).

Аналогичное исследование было выполнено также для *пятимерной функции* ($n = 5$) Розенброка (5). Исследование показало низкую вероятность локализации максимума этой функции методом *CIAC* при всех рассматриваемых значениях параметров $\mu_{\max}$, ψ .

6. Приближенное построение множества Парето в задаче многокритериальной оптимизации с помощью метода *CIAC*

Рассмотрим задачу многокритериальной оптимизации

$$\max_{X \in D_X} \Phi(X) = \Phi(X^*), \quad (7)$$

где D_X - множество допустимых значений вектора варьируемых параметров X , $\Phi(X) = (\Phi_1(X), \Phi_2(X), \dots, \Phi_s(X))$ - векторный критерий оптимальности [9]. Запись (7) понимается только в том смысле, что необходимо максимизировать значения всех частных критериев оптимальности $\Phi_1(X), \Phi_2(X), \dots, \Phi_s(X)$.

Для приближенного построения множества Парето (а, тем самым, и фронта Парето) задачи (7) используем комбинацию метода *CIAC* и метода *MOPSO* [8]. В методе *MOPSO* положение каждого агента оценивается с точки зрения доминирования по отношению к другим агентам. После каждой итерации метода координаты доминирующих агентов заносятся в специальный архив, в котором точки не доминируют друг друга. Если после очередной итерации некоторый агент доминирует агента из архива, то последний из архива удаляется, а на его место в архив записываются координаты доминирующего агента.

Исследование эффективности указанной комбинации методов проводилось на тестовой двухмерной двухкритериальной задаче

$$\begin{cases} \Phi_1(X) = -(x_1^2 + x_2^2), \\ \Phi_2(X) = -((x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2), \end{cases} \quad (8)$$

где множество допустимых значений

$$D_X = \{X \mid -1 \leq x_i \leq 1, i = 1, 2\} \quad (9)$$

(рисунок 18). Можно показать, что множество достижимости D_Φ и фронт Парето D_Φ^* этой задачи имеют вид, представленный на рисунке 19, а множество Парето D_X^* – на рисунке 18 [8].

Исследование выполнено при следующих значениях параметров метода *CIAC*: максимальное число сообщений $\mu_{\max} = 5$; знаменатель размерного параметра $\psi = 50$.

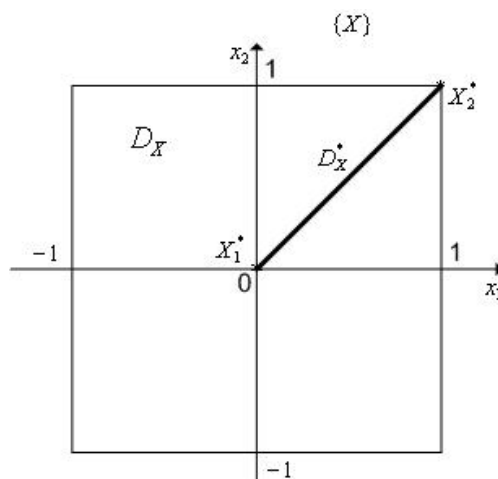


Рисунок 18 – Область допустимых значений D_X и множество Парето D_X^* задачи многокритеральной оптимизации (8), (9)

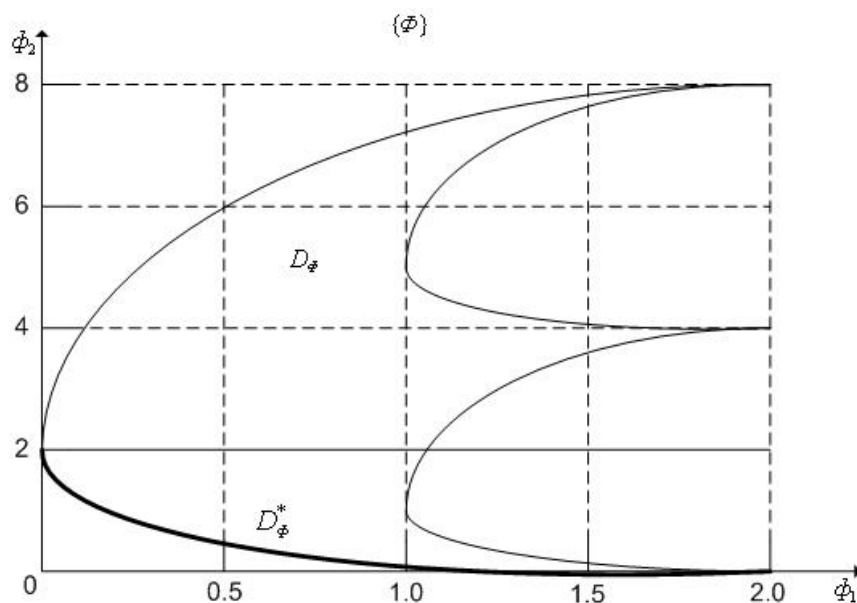
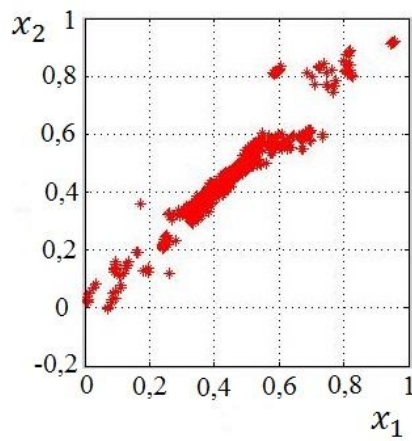


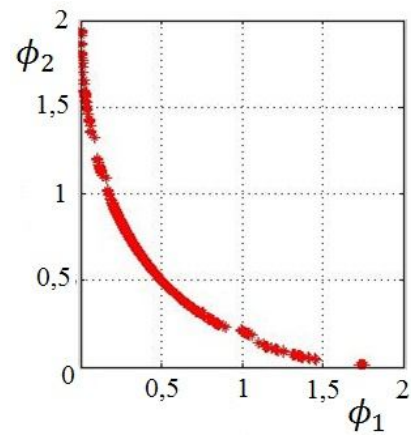
Рисунок 19 – Область достижимости D_Φ и фронт Парето D_Φ^* задачи многокритеральной оптимизации (8), (9)

Результаты исследования иллюстрируют рисунки 20, 21.

Проведенное исследование показало, что метод *CIAC*, использующий оба канала связи между агентами популяции, по сравнению с вариантом использования только канала стигмертии обеспечивает меньшую плотность покрытия фронта Парето и множества Парето.

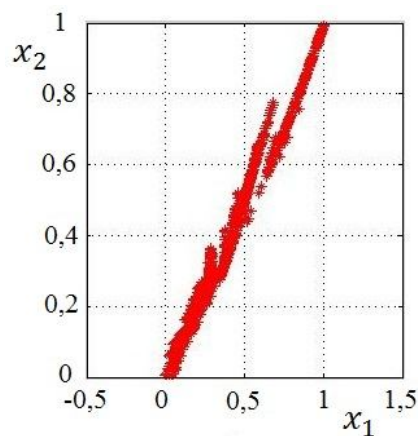


а)

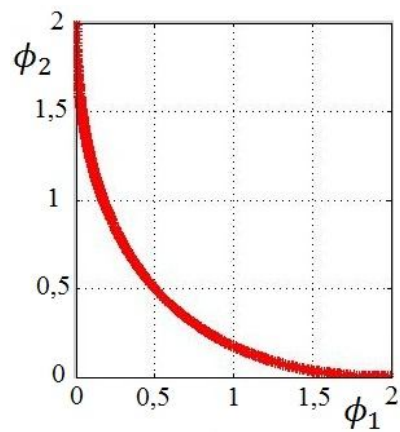


б)

Рисунок 20 – Аппроксимация множества Парето (а) и фронта Парето (б):
используется, как прямой канал, так и канал стигмертии



а)



б)

Рисунок 21 – Аппроксимация множества Парето (а) и фронта Парето (б):
используется только канал стигмертии

Заключение

Исследование эффективности метода *CIAC* при максимизации многоэкстремальной функции Растригина показало, что метод в широком диапазоне своих свободных параметров обеспечивает близкую к 100% вероятность локализации глобального максимума этой функции, как в двумерном, так и в пятимерном пространстве варьируемых параметров.

В то же время, максимизация этим методом овражной функции Розенброка показала высокую вероятность локализации глобального максимума только в двумерном случае. Таким образом, результаты исследования показывают, что, вообще говоря, алгоритм *CIAC* может быть эффективно использован при решении задачи глобальной максимизации многоэкстремальных, но не овражных функций.

Результаты исследования позволяют дать следующие рекомендации относительно выбора значений свободных параметров $\mu_{\max}$, ψ метода *CIAC*. При поиске глобального максимума многоэкстремальных функций величина $\mu_{\max}$ должна принимать значения, не превышающие шести. При этом обеспечивается минимальная погрешность локализации этого максимума. При выборе значения величины ψ следует исходить из того, что с увеличением этой величины имеют место две противоречивые тенденции – уменьшение погрешности решения и уменьшение вероятности локализации глобального максимума. Разумным компромиссом могут быть значения ψ , равные ~16 для функций невысокой размерности и равные единице для функций высокой размерности.

Исследование показало перспективность использования комбинации методов *CIAC*, *MOPSO* для приближенного построения множества Парето и фронта Парето в задаче многокритериальной оптимизации.

В развитии работы предполагается разработка и исследование эффективности параллельных вариантов метода *CIAC* для решения задач многомерной глобальной оптимизации.

Литература

1. A. Coloni, M. Dorigo, V. Maniezzo. Distributed optimization by ant colonies // Proceedings of the First European Conference on Artificial Life, ECAL'91.- Elsevier, Paris, France, 1992.- pp. 34–142.
2. G. Bilchev, I.C. Parmee. The ant colony metaphor for searching continuous design spaces // Lect. Notes Comput. Sci., 1995, 993.- pp. 25–39.

3. J. Dréo, P. Siarry/ Continuous interacting ant colony algorithm based on dense heterarchy // Future Generation Computer Systems, 2004, 20.- pp. 841–856.
4. Tang K., Yao X., Suganthan P.N., MacNish C., Chen Y.P., Chen C.M., Yang Z. Benchmark Functions for the CEC'2008 Special Session and Competition on Large Scale Global Optimization. - Nature Inspired Computation and Applications Laboratory, USTC, China, 2007.
5. Cherix D. Note preliminaire sur la structure, la phenologie et le regime alimentaire d'une super-colonie de Formica lugubris Zett // Insects Sociaux, 1980, 27.- pp. 226–236.
6. Штовба С.Д. Муравьиные алгоритмы // Exponenta Pro. Математика в приложениях, 2003, №4.- с.70-75.
7. Джон Г. Мэтьюз, Куртис Д. Финк. Численные методы. Использование MATLAB.- 3-е изд.- М.: [«Вильямс»](#), 2001.- С. 720.
8. Антух А.Э., Семенихин А.С., Хасанова Р.В. Приближенное построение множества Парето в задаче многокритериальной оптимизации методом роя частиц // Электронное научно-техническое издание «Наука и образование», 2010, №4 (<http://technomag.edu.ru/doc/141969.html>).