электронное научно-техническое издание

НАУКА и ОБРАЗОВАНИЕ

Эл № ФС77 - 30569. Государственная регистрация №0421100025. ISSN 1994-0408

Синтез управления плоской моделью корабля при неполном измерении вектора состояния

77-30569/233615

10, октябрь 2011

А. Е. Голубев

УДК 519.71

МГТУ им. Н.Э. Баумана
mathmod@bmstu.ru

1. Введение

При моделировании технических систем одной из существенных проблем является отсутствие полной информации о системе. Измеряются, как правило, значения только части параметров и переменных, описывающих состояние системы. Причины неполноты измеряемой информации могут быть различные: высокая стоимость установки датчиков, технологические ограничения и т.п.

Одним из способов восстановления полной информации о состоянии на основе имеющихся измерений является построение наблюдателя. Наблюдатель представляет собой специальную динамическую систему, состояние которой с течением времени достаточно быстро, например асимптотически, приближается к состоянию исследуемой системы. Состояние наблюдателя в произвольный момент времени можно рассматривать как оценку состояния системы в этот момент времени.

Оценка состояния системы наблюдателем может быть использована при синтезе стабилизирующих законов управления. Одним из подходов к решению задач стабилизации при неполном измерении состояния является принцип разделения. Основная идея принципа разделения заключается в раздельном построении стабилизирующей обратной связи по состоянию и наблюдателя с последующей подстановкой в обратную связь состояния наблюдателя вместо состояния системы.

Принцип разделения позволяет находить стабилизирующие управления для линейных динамических систем [1, 2]. Однако, для решения задач стабилизации нелинейных динамических систем в общем случае принцип разделения неприменим [3, 4]. Причина этого – возможный неограниченный рост за конечное время решений системы с управлением, полученным заменой в стабилизирущей обратной связи по состоянию состояния системы на его оценку наблюдателем [3, 4]. Известны только некоторые классы нелинейных систем, для которых принцип разделения справедлив и позволяет находить решения задач стабилизации в условиях доступности измерениям только части вектора состояния [4].

В настоящей работе показано, что задача стабилизации заданного положения корабля на плоскости может быть решена с помощью раздельного построения стабилизирующей обратной связи по состоянию и наблюдателя с последующей подстановкой оценки состояния системы наблюдателем в обратную связь. Установлено, что для рассматриваемой нелинейной модели плоского движения корабля выполнены достаточные условия справедливости принципа разделения.

2. Модель движения и постановка задачи

Рассмотрим уравнения движения корабля на плоскости, имеющие следующий вид [5, 6]:

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= J(\eta)\nu, \\ \dot{\nu} &= A\nu + B\tau, \end{aligned} \tag{1}$$

где $\eta = (x, y, \psi)^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^3$, $\nu = (u, v, r)^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^3$ образуют вектор состояния системы; $\tau = (\tau_1, \tau_2, \tau_3)^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^3$ – управление; $A = -M^{-1}D$, $B = M^{-1}$ – постоянные матрицы размера 3×3, матрица $J(\eta)$ имеет вид

$$J(\eta) = \begin{pmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Здесь x, y – координаты центра масс корабля в фиксированной декартовой системе координат, связанной с Землей; ψ – угол рысканья; u и v – соответственно продольная и поперечная составляющая скорости корабля в системе координат, жестко связанной с корпусом; r – угловая скорость вращения корабля относительно вертикальной оси; τ – вектор управляющих сил и момента, создаваемых гребными винтами в кормовой части корабля и вспомогательными движителями; матрицы $M = M^{\mathrm{T}} > 0$ и $D > 0$ соответственно моментов инерции и коэффициентов демпфирования имеют вид

$$M = \begin{pmatrix} m_{11} & 0 & 0 \\ 0 & m_{22} & m_{23} \\ 0 & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} d_{11} & 0 & 0 \\ 0 & d_{22} & d_{23} \\ 0 & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix}.$$

Отметим, что математическая модель (1) описывает динамику корабля при малых скоростях, например, при швартовке.

Решим задачу приведения корабля из произвольного положения на плоскости в заданное. Будем предполагать, что измерениям доступны только координаты x, y центра масс корабля и угол рысканья ψ, то есть измеряемый выход системы (1) имеет вид $y = \eta$. В качестве стабилизируемого положения корабля рассмотрим положение, при котором $\eta = 0$. Для решения задачи управления требуется построить закон управления в виде обратной связи, использующей значения только измеряемого выхода системы, глобально асимптотически стабилизирующий положение равновесия $\eta = 0$, $\nu = 0$, $\tau = 0$ системы (1).

3. Синтез обратной связи по состоянию и наблюдателя

Согласно результатам, полученным в работе [5], асимптотический наблюдатель, работающий глобально, для системы (1) с рассматриваемым выходом $y = \eta$ имеет вид

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\eta}} &= J(\eta)\hat{\nu} + L_1(\hat{\eta} - \eta), \\ \dot{\hat{\nu}} &= A\hat{\nu} + L_2(\hat{\eta} - \eta) + B\tau, \end{aligned} \qquad (2)$$

где $L_1 = -P_1^{-1}Q_1$, $L_2 = -P_2^{-1}J^{\mathrm{T}}(\eta)P_1$. Здесь $P_1 = P_1^{\mathrm{T}} > 0$ и $Q_1 = Q_1^{\mathrm{T}} > 0$ – произвольные симметрические положительно определенные матрицы, $P_2 = P_2^{\mathrm{T}} > 0$ и $Q_2 = Q_2^{\mathrm{T}} > 0$ – симметрические положительно определенные матрицы, удовлетворяющие уравнению Ляпунова

$$\frac{1}{2}(A^{\mathrm{T}}P_2 + P_2A) = -Q_2. \qquad (3)$$

Далее будем предполагать, что матрица $A = -M^{-1}D$ имеет собственные числа только с отрицательными действительными частями. В этом случае при любой фиксированной матрице $Q_2 = Q_2^{\text{т}} > 0$ решение $P_2 = P_2^{\text{т}} > 0$ уравнения Ляпунова (3) существует и единственно.

В случае, когда данное предположение не выполнено, асимптотический наблюдатель, работающий глобально, для системы (1) можно найти, например, с помощью метода, рассмотренного в работе [7].

Отметим, что построение наблюдателя (2) основано на асимптотической стабилизации при помощи статической обратной связи по выходу системы, описывающей динамику ошибки оценки состояния системы (1) и имеющей вид

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\eta}} &= J(\eta)\tilde{\nu} + L_1\tilde{\eta}, \\ \dot{\tilde{\nu}} &= A\tilde{\nu} + L_2\tilde{\eta}, \end{aligned} \tag{4}$$

где $\tilde{\eta} = \hat{\eta} - \eta$, $\tilde{\nu} = \hat{\nu} - \nu$. Согласно работе [5] при указанном выборе матриц L_1 и L_2 положение равновесия $\tilde{\eta} = 0$, $\tilde{\nu} = 0$ системы (4) экспоненциально устойчиво в целом.

Найдем закон управления в виде обратной связи по состоянию, глобально асимптотически стабилизирующий положение равновесия $\eta = 0$, $\nu = 0$, $\tau = 0$ системы (1). Используем метод нелинейной стабилизации, рассмотренный в работе [8]. В переменных

$$\eta = \eta,\ \xi = J(\eta)\nu, \tag{5}$$

где $\xi = (\xi_1, \xi_2, \xi_3)^{\text{т}}$, при управлении

$$\tau = \tilde{k}(\eta, \nu) = B^{-1}J^{\text{т}}(\eta)(-J(\eta)S(r)\nu - J(\eta)A\nu - K_1\eta - K_2\xi) \tag{6}$$

система (1) без выхода примет вид

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \xi_1, \\ \dot{y} &= \xi_2, \\ \dot{\psi} &= \xi_3, \\ \dot{\xi}_1 &= -\varkappa_{11}^1 x - \varkappa_{11}^2 \xi_1, \\ \dot{\xi}_2 &= -\varkappa_{22}^1 y - \varkappa_{22}^2 \xi_2, \\ \dot{\xi}_3 &= -\varkappa_{33}^1 \psi - \varkappa_{33}^2 \xi_3, \end{aligned} \tag{7}$$

где $\varkappa_{ii}^j > 0$, $i = \overline{1,3}$, $j = 1, 2$, – произвольные положительные постоянные. В выражении (6) матрицы K_1, K_2 и $S(r)$ имеют вид $K_1 = \mathrm{diag}(\varkappa_{11}^1, \varkappa_{22}^1, \varkappa_{33}^1)$, $K_2 = \mathrm{diag}(\varkappa_{11}^2, \varkappa_{22}^2, \varkappa_{33}^2)$ и

$$S(r) = \begin{pmatrix} 0 & -r & 0 \\ r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

соответственно.

Положение равновесия $\eta = 0$, $\xi = 0$ системы (7) экспоненциально устойчиво в целом. Так как соотношения (5) задают отображение, являющееся диффеоморфизмом пространств $\mathbb{R}^6 = \{\eta, \nu\}$ и $\mathbb{R}^6 = \{\eta, \xi\}$, и справедливо равенство $\|(\eta^{\text{т}}, \nu^{\text{т}})^{\text{т}}\| = \|(\eta^{\text{т}}, \xi^{\text{т}})^{\text{т}}\|$, то положение равновесия $\eta = 0$, $\nu = 0$ системы (1) с управлением (6) также экспоненциально устойчиво в целом. Тогда согласно работе [9] существует функция Ляпунова $V(\eta, \nu)$ такая, что при всех $(\eta^{\text{т}}, \nu^{\text{т}})^{\text{т}} \in \mathbb{R}^6$ выполняются неравенства

$$c_1\|(\eta^{\text{т}}, \nu^{\text{т}})^{\text{т}}\|^2 \le V(\eta, \nu) \le c_2\|(\eta^{\text{т}}, \nu^{\text{т}})^{\text{т}}\|^2,$$

$$\left\|\frac{\partial V(\eta, \nu)}{\partial(\eta^{\text{т}}, \nu^{\text{т}})^{\text{т}}}\right\| \le c_3\|(\eta^{\text{т}}, \nu^{\text{т}})^{\text{т}}\|, \tag{8}$$

$$\frac{\partial V(\eta, \nu)}{\partial(\eta^{\text{т}}, \nu^{\text{т}})^{\text{т}}}\tilde{F}(\eta, \nu) \le -c_4\|(\eta^{\text{т}}, \nu^{\text{т}})^{\text{т}}\|^2, \tag{9}$$

где $\tilde{F}(\eta, \nu) = ((J(\eta)\nu)^{\text{т}}, (A\nu + B\tilde{k}(\eta, \nu))^{\text{т}})^{\text{т}}$; c_1, c_2, c_3, c_4 – некоторые положительные константы. Здесь и далее в работе $\|\cdot\|$ - евклидова норма.

4. Применение принципа разделения

Рассмотрим нелинейную динамическую систему, имеющую общий вид

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u), \\ y &= h(x), \end{aligned} \tag{10}$$

где $x \in \mathbb{R}^n$ – вектор состояния системы, $u \in \mathbb{R}^m$ – вход (управление), $y \in \mathbb{R}^p$ – измеряемый выход системы, $f(\cdot,\cdot)$ и $h(\cdot)$ – непрерывно дифференцируемые функции своих аргументов, $f(0, 0) = 0$, $h(0) = 0$.

Обозначим через $x_u(t, x_0)$ решение $x = x(t)$ системы (10) с произвольной непрерывной и ограниченной на интервале $[0, +\infty)$ функцией $u = u(t)$ на входе, удовлетворяющее начальному условию $x(0) = x_0$. Здесь $x_u(0, x_0) = x_0$

П р е д п о л о ж е н и е 1. 1) Существует непрерывно дифференцируемая обратная связь $u = k(x)$, $k(0) = 0$, такая, что система (10) при управлении $u = k(x)$ асимптотически устойчива в целом в точке $x = 0$; 2) $V(x) > 0$ – функция Ляпунова для замкнутой обратной связью $u = k(x)$ системы (10), удовлетворяющая при всех $x \in \mathbb{R}^n$ неравенствам

$$\alpha_1(\|x\|) \leq V(x) \leq \alpha_2(\|x\|), \tag{11}$$

$$\frac{\partial V(x)}{\partial x} f(x, k(x)) \leq -\alpha_3(\|x\|), \tag{12}$$

где $\alpha_i(\cdot)$, $i = 1, 2$, – некоторые функции класса K_∞, а $\alpha_3(\cdot)$ – функция класса K.

П р е д п о л о ж е н и е 2. 1) Система (10) допускает построение наблюдателя

$$\dot{\hat{x}} = g(\hat{x}, h(x), u),\ g(0, 0, 0) = 0, \tag{13}$$

уравнение ошибки $e = \hat{x} - x$ оценки которым состояния системы имеет вид

$$\begin{aligned} \dot{e} = g(x_u(t, x_0) + e, h(x_u(t, x_0)), u(t)) - f(x_u(t, x_0), u(t)) = \\ = F(x_u(t, x_0), e, u(t)),\ F(x_u(t, x_0), 0, u(t)) = 0\ \forall t \geq 0; \end{aligned} \tag{14}$$

2) положение равновесия $e = 0$ системы (14) с произвольной непрерывной и ограниченной на интервале $[0, +\infty)$ функцией $u(t)$ при произвольном решении $x_u(t, x_0)$ системы (10) с $u = u(t)$ асимптотически устойчиво в целом.

На основе результатов, приведенных в работе [4], сформулируем следующую теорему.

Теорема 1. Пусть для системы (10) выполнены предположения 1, 2 и при всех $\hat{x} \in \mathbb{R}^n$, $e \in \mathbb{R}^n$ справедливы неравенства

$$\frac{\partial V(\hat{x})}{\partial \hat{x}}(f(\hat{x} - e, k(\hat{x})) - f(\hat{x}, k(\hat{x}))) \leq \varrho_1(\|\hat{x}\|) + \varrho_2(\|e\|), \tag{15}$$

$$\frac{\partial V(\hat{x})}{\partial \hat{x}} F(\hat{x} - e, e, k(\hat{x})) \leq \phi_1(\|\hat{x}\|) + \phi_2(\|e\|), \tag{16}$$

где $\varrho_i(\cdot)$ и $\phi_i(\cdot)$, $i=1,2$, – некоторые функции класса K_∞. Тогда при управлении $u=k(\hat{x})$ система

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x,u),\\ \dot{\hat{x}} &= g(\hat{x},h(x),u),\end{aligned} \tag{17}$$

составленная из уравнений системы (10) и уравнений наблюдателя (13), асимптотически устойчива в целом в точке $x=0$, $\hat{x}=0$, если $\tilde{\alpha}(s)=\alpha_3(s)-\varrho_1(s)-\phi_1(s)$, $s\in[0,+\infty)$, является функцией класса K_∞.

Отметим, что для системы (1) с выходом $y=\eta$ выполняются предположения 1 и 2. Покажем, что для системы (1) и наблюдателя (2) справедливы неравенства (15) и (16). Действительно, при всех $(\hat{\eta}^{\mathrm{T}},\hat{\nu}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}\in\mathbb{R}^6$ и $(\tilde{\eta}^{\mathrm{T}},\tilde{\nu}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}\in\mathbb{R}^6$ имеем

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial V(\hat{\eta},\hat{\nu})}{\partial(\hat{\eta}^{\mathrm{T}},\hat{\nu}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}}\begin{pmatrix} J(\hat{\eta}-\tilde{\eta})(\hat{\nu}-\tilde{\nu})-J(\hat{\eta})\hat{\nu}\\ -A\tilde{\nu}\end{pmatrix}\leqslant\\
&\leqslant c_3\|(\hat{\eta}^{\mathrm{T}},\hat{\nu}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}\|\left\|\begin{pmatrix} J(\hat{\eta}-\tilde{\eta})(\hat{\nu}-\tilde{\nu})-J(\hat{\eta})\hat{\nu}\\ A\tilde{\nu}\end{pmatrix}\right\|\leqslant\\
&\leqslant c_3\|(\hat{\eta}^{\mathrm{T}},\hat{\nu}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}\|\|J(\hat{\eta}-\tilde{\eta})(\hat{\nu}-\tilde{\nu})-J(\hat{\eta})\hat{\nu}\|+c_3\|(\hat{\eta}^{\mathrm{T}},\hat{\nu}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}\|\|A\tilde{\nu}\|\leqslant\\
&\leqslant c_3\|(\hat{\eta}^{\mathrm{T}},\hat{\nu}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}\|\|J(\hat{\eta}-\tilde{\eta})-J(\hat{\eta})\|\|\hat{\nu}\|+c_3\|(\hat{\eta}^{\mathrm{T}},\hat{\nu}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}\|\|J(\hat{\eta}-\tilde{\eta})\|\|\tilde{\nu}\|+\\
&+c_3\|(\hat{\eta}^{\mathrm{T}},\hat{\nu}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}\|\|A\|\|\tilde{\nu}\|\leqslant 2\sqrt{3}c_3\|(\hat{\eta}^{\mathrm{T}},\hat{\nu}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}\|^2+\sqrt{3}c_3\|(\hat{\eta}^{\mathrm{T}},\hat{\nu}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}\|\|(\tilde{\eta}^{\mathrm{T}},\tilde{\nu}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}\|+\\
&+c_3\|A\|\|(\hat{\eta}^{\mathrm{T}},\hat{\nu}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}\|\|(\tilde{\eta}^{\mathrm{T}},\tilde{\nu}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}\|=\\
&=2\sqrt{3}c_3\|(\hat{\eta}^{\mathrm{T}},\hat{\nu}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}\|^2+(\sqrt{3}c_3+c_3\|A\|)\|(\hat{\eta}^{\mathrm{T}},\hat{\nu}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}\|\|(\tilde{\eta}^{\mathrm{T}},\tilde{\nu}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}\|.
\end{aligned}$$

Воспользовавшись неравенством Юнга

$$xy\leqslant\frac{1}{\varepsilon}x^p+\varepsilon^{\frac{1}{p-1}}y^{\frac{p}{p-1}},\ \forall x\geqslant 0,\ \forall y\geqslant 0,\ \forall p>1,\ \forall\varepsilon>0, \tag{18}$$

получим

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial V(\hat{\eta},\hat{\nu})}{\partial(\hat{\eta}^{\mathrm{T}},\hat{\nu}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}}\begin{pmatrix} J(\hat{\eta}-\tilde{\eta})(\hat{\nu}-\tilde{\nu})-J(\hat{\eta})\hat{\nu}\\ -A\tilde{\nu}\end{pmatrix}\leqslant\\
&\leqslant 2\sqrt{3}c_3\|(\hat{\eta}^{\mathrm{T}},\hat{\nu}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}\|^2+\frac{1}{\varepsilon}(\sqrt{3}c_3+c_3\|A\|)\|(\hat{\eta}^{\mathrm{T}},\hat{\nu}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}\|^2+\\
&+\varepsilon(\sqrt{3}c_3+c_3\|A\|)\|(\tilde{\eta}^{\mathrm{T}},\tilde{\nu}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}\|^2=\varrho_1(\|(\hat{\eta}^{\mathrm{T}},\hat{\nu}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}\|)+\varrho_2(\|(\tilde{\eta}^{\mathrm{T}},\tilde{\nu}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}\|).
\end{aligned}$$

Здесь $\varrho_1(s) = (2\sqrt{3}c_3 + \dfrac{1}{\varepsilon}(\sqrt{3}c_3 + c_3\|A\|))s^2$, $\varrho_2(s) = \varepsilon(\sqrt{3}c_3 + c_3\|A\|)s^2$, $s \in$ $\in [0, +\infty)$, $\varepsilon > 0$ – произвольная положительная константа.

Далее при всех $(\hat{\eta}^{\text{т}}, \hat{\nu}^{\text{т}})^{\text{т}} \in \mathbb{R}^6$ и $(\tilde{\eta}^{\text{т}}, \tilde{\nu}^{\text{т}})^{\text{т}} \in \mathbb{R}^6$ справедлива оценка

$$
\begin{gathered}
\frac{\partial V(\hat{\eta}, \hat{\nu})}{\partial(\hat{\eta}^{\text{т}}, \hat{\nu}^{\text{т}})^{\text{т}}} \begin{pmatrix} J(\hat{\eta} - \tilde{\eta})\tilde{\nu} + L_1\tilde{\eta} \\ A\tilde{\nu} + L_2\tilde{\eta} \end{pmatrix} \leq \\
\leq c_3\|(\hat{\eta}^{\text{т}}, \hat{\nu}^{\text{т}})^{\text{т}}\| \left\| \begin{pmatrix} J(\hat{\eta} - \tilde{\eta})\tilde{\nu} - P_1^{-1}Q_1\tilde{\eta} \\ A\tilde{\nu} - P_2^{-1}J^{\text{т}}(\hat{\eta} - \tilde{\eta})P_1\tilde{\eta} \end{pmatrix} \right\| \leq \\
\leq c_3\|(\hat{\eta}^{\text{т}}, \hat{\nu}^{\text{т}})^{\text{т}}\|\|J(\hat{\eta} - \tilde{\eta})\tilde{\nu} - P_1^{-1}Q_1\tilde{\eta}\| + c_3\|(\hat{\eta}^{\text{т}}, \hat{\nu}^{\text{т}})^{\text{т}}\|\|A\tilde{\nu} - P_2^{-1}J^{\text{т}}(\hat{\eta} - \tilde{\eta})P_1\tilde{\eta}\| \leq \\
\leq \sqrt{3}c_3\|(\hat{\eta}^{\text{т}}, \hat{\nu}^{\text{т}})^{\text{т}}\|\|(\tilde{\eta}^{\text{т}}, \tilde{\nu}^{\text{т}})^{\text{т}}\| + c_3\|P_1^{-1}\|\|Q_1\|\|(\hat{\eta}^{\text{т}}, \hat{\nu}^{\text{т}})^{\text{т}}\|\|(\tilde{\eta}^{\text{т}}, \tilde{\nu}^{\text{т}})^{\text{т}}\| + \\
+ \sqrt{3}c_3\|P_2^{-1}\|\|P_1\|\|(\hat{\eta}^{\text{т}}, \hat{\nu}^{\text{т}})^{\text{т}}\|\|(\tilde{\eta}^{\text{т}}, \tilde{\nu}^{\text{т}})^{\text{т}}\| + \\
+ c_3\|A\|\|(\hat{\eta}^{\text{т}}, \hat{\nu}^{\text{т}})^{\text{т}}\|\|(\tilde{\eta}^{\text{т}}, \tilde{\nu}^{\text{т}})^{\text{т}}\| = (\sqrt{3}c_3 + c_3\|P_1^{-1}\|\|Q_1\| + \\
+ \sqrt{3}c_3\|P_2^{-1}\|\|P_1\| + c_3\|A\|)\|(\hat{\eta}^{\text{т}}, \hat{\nu}^{\text{т}})^{\text{т}}\|\|(\tilde{\eta}^{\text{т}}, \tilde{\nu}^{\text{т}})^{\text{т}}\|.
\end{gathered}
$$

Воспользовавшись неравенством Юнга (18), получим

$$
\begin{gathered}
\frac{\partial V(\hat{\eta}, \hat{\nu})}{\partial(\hat{\eta}^{\text{т}}, \hat{\nu}^{\text{т}})^{\text{т}}} \begin{pmatrix} J(\hat{\eta} - \tilde{\eta})\tilde{\nu} + L_1\tilde{\eta} \\ A\tilde{\nu} + L_2\tilde{\eta} \end{pmatrix} \leq \\
\leq \frac{1}{\varepsilon}(\sqrt{3}c_3 + c_3\|P_1^{-1}\|\|Q_1\| + \sqrt{3}c_3\|P_2^{-1}\|\|P_1\| + c_3\|A\|)\|(\hat{\eta}^{\text{т}}, \hat{\nu}^{\text{т}})^{\text{т}}\|^2 + \\
+ \varepsilon(\sqrt{3}c_3 + c_3\|P_1^{-1}\|\|Q_1\| + \sqrt{3}c_3\|P_2^{-1}\|\|P_1\| + c_3\|A\|)\|(\tilde{\eta}^{\text{т}}, \tilde{\nu}^{\text{т}})^{\text{т}}\|^2 = \\
= \phi_1(\|(\hat{\eta}^{\text{т}}, \hat{\nu}^{\text{т}})^{\text{т}}\|) + \phi_2(\|(\tilde{\eta}^{\text{т}}, \tilde{\nu}^{\text{т}})^{\text{т}}\|).
\end{gathered}
$$

Здесь $\phi_1(s) = \dfrac{1}{\varepsilon}(\sqrt{3}c_3 + c_3\|P_1^{-1}\|\|Q_1\| + \sqrt{3}c_3\|P_2^{-1}\|\|P_1\| + c_3\|A\|)s^2$, $\phi_2(s) =$ $= \varepsilon(\sqrt{3}c_3 + c_3\|P_1^{-1}\|\|Q_1\| + \sqrt{3}c_3\|P_2^{-1}\|\|P_1\| + c_3\|A\|)s^2$, $s \in [0, +\infty)$, $\varepsilon > 0$ – произвольная положительная константа.

При $c_4 > 2\sqrt{3}c_3$ и

$$
\varepsilon > \frac{(2\sqrt{3}c_3 + c_3\|P_1^{-1}\|\|Q_1\| + \sqrt{3}c_3\|P_2^{-1}\|\|P_1\| + 2c_3\|A\|)}{c_4 - 2\sqrt{3}_3}
$$

при всех $s > 0$ справедливо неравенство

$$
\begin{gathered}
\tilde{\alpha}(s) = \alpha_3(s) - \varrho_1(s) - \phi_1(s) = c_4s^2 - (2\sqrt{3}c_3 + \frac{1}{\varepsilon}(\sqrt{3}c_3 + c_3\|A\|))s^2 - \\
- \frac{1}{\varepsilon}(\sqrt{3}c_3 + c_3\|P_1^{-1}\|\|Q_1\| + \sqrt{3}c_3\|P_2^{-1}\|\|P_1\| + c_3\|A\|)s^2 > 0,
\end{gathered}
$$

то есть функция $\tilde{\alpha}(\cdot)$ является функцией класса K_∞. Следовательно, при $c_4 > 2\sqrt{3}c_3$ согласно теореме 1 система, составленная из уравнений системы (1) и уравнений наблюдателя (2) с управлением $\tau = \tilde{k}(\hat{\eta}, \hat{\nu})$, асимптотически устойчива в целом в точке $\eta = 0$, $\nu = 0$, $\hat{\eta} = 0$, $\hat{\nu} = 0$.

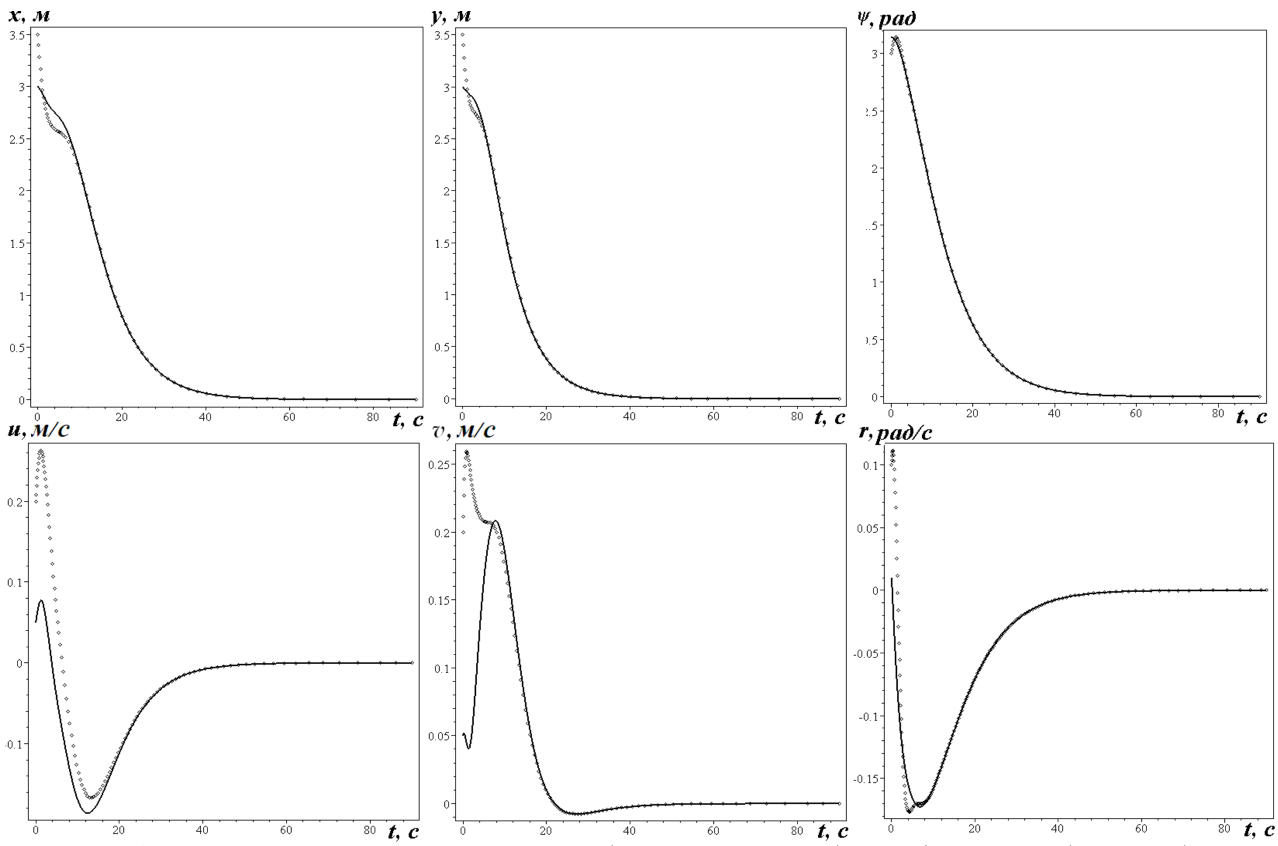

Рис. 1. Переходные процессы системы (сплошная линия) и наблюдателя (пунктир)

Результаты численного моделирования системы (1) и наблюдателя (2) при управлении $\tau = \tilde{k}(\hat{\eta}, \hat{\nu})$ представлены на рис. 1 при следующих значениях параметров и начальных данных рассматриваемой системы и наблюдателя: $m_{11} = 1.1274, m_{22} = 1.8902, m_{23} = m_{32} = -0.0744, m_{33} = 0.1278, d_{11} = 0.0358$, $d_{22} = 0.1183$, $d_{23} = -0.0124$, $d_{32} = -0.0041$, $d_{33} = 0.0308$ (собственные числа матрицы $A = -M^{-1}D$ имеют вид $\lambda_1 = -0.2428$, $\lambda_2 = -0.0627$, $\lambda_3 = -0.0318$), $P_1 = \mathrm{diag}(5, 5, 5)$, $Q_1 = \mathrm{diag}(5, 5, 5)$, $Q_2 = \mathrm{diag}(1, 1, 1)$, $K_1 = \mathrm{diag}(0.0225, 0.0225, 0.0225)$, $K_2 = \mathrm{diag}(0.3, 0.3, 0.3)$,

$$(x(0), y(0), \psi(0), u(0), v(0), r(0))^{\mathrm{T}} = (3, 3, 3.14, 0.05, 0.05, 0.01)^{\mathrm{T}},$$

$$(\hat{x}(0), \hat{y}(0), \hat{\psi}(0), \hat{u}(0), \hat{v}(0), \hat{r}(0))^{\mathrm{T}} = (3.5, 3.5, 3, 0.2, 0.2, 0.1)^{\mathrm{T}}.$$

Отметим, что рассматриваемые значения параметров m_{ij} и d_{ij}, $i = \overline{1,3}$, $j = \overline{1,3}$, соответствуют с учетом масштабирования параметрам математической модели реального судна [5, 6].

5. Заключение

В настоящей работе представлено решение задачи стабилизации заданного положения корабля на плоскости на основе принципа разделения. Установлено, что для рассматриваемой нелинейной модели плоского движения корабля выполнены достаточные условия справедливости принципа разделения. Синтез управления осуществлен при помощи раздельного построения стабилизирующей обратной связи по состоянию и наблюдателя с последующей подстановкой оценки состояния системы наблюдателем в обратную связь. Полученные теоретические результаты подтверждены результатами численного моделирования.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №11-01-00733 и Программы Президента РФ по государственной поддержке ведущих научных школ (грант №НШ-4144.2010.1).

Список литературы

1. Уонэм М. Линейные многомерные системы управления: Геометрический подход. М.: Наука, 1980. 376 с.
2. Машиностроение. Энциклопедия / Ред. совет: К. В. Фролов (пред.) и др. Автоматическое управление. Теория. Т. I-4 / Е. А. Федосов, А. А. Красовский, Е. П. Попов и др. Под общ. ред. Е. А. Федосова. М.: Машиностроение, 2000. 688 с.
3. Freeman R. Global internal stabilizability does not imply global external stabilizability for small sensor disturbances // IEEE Trans. on Autom. Control. 1995. V. 40, № 12. P. 2119 - 2122.
4. Голубев А.Е., Крищенко А.П., Ткачев С.Б. Стабилизация нелинейных динамических систем с использованием оценки состояния системы асимптотическим наблюдателем (обзор) // Автоматика и телемеханика. 2005. № 7. С. 3 - 42.

5. Fossen T.I., Grovlen A. Nonlinear output feedback control of dynamically positioned ships using vectorial observer backstepping // IEEE Trans. on Contr. Syst. Technol. 1998. V. 6, № 1. P. 121 - 128.
6. Fossen T.I. Guidance and Control of Ocean Vehicles. New York: Wiley, 1994. 300 p.
7. Robertsson A., Johansson R. Comments on "Nonlinear output feedback control of dynamically positioned ships using vectorial observer backstepping" // IEEE Trans. on Contr. Syst. Technol. 1998. V. 6, № 3. P. 439 - 441.
8. Крищенко А.П. Стабилизация программных движений нелинейных систем // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. 1985. № 6. С. 103 - 112.
9. Красовский Н.Н. Некоторые задачи теории устойчивости движения. М.: Физматгиз, 1959. 212 с.

e l e c t r o n i c   s c i e n t i f i c   a n d   t e c h n i c a l   p e r i o d i c a l
SCIENCE and EDUCATION
El № FS77 - 30569. №0421100025. ISSN 1994-0408

Output Feedback Control of Ships Planar Motion

77-30569/233615

10, October 2011

A.E. Golubev

Bauman Moscow State Technical University
mathmod@bmstu.ru

This note deals with a ship positioning control problem. The dynamics considered are nonlinear ship dynamics on the plane. Only the center of mass coordinates and yaw angle are supposed to be physically measured.

The main result states that separation principle holds for the nonlinear model in question. Specifically, the stabilizing control law is synthesized in two steps. First, the state feedback control law is found using the feedback linearization technique. Then, the global asymptotical observer is designed and the observer's state is put into the state feedback control instead of the system's state.

The resulting system in closed-loop with the observer state feedback is shown to be globally asymptotically stable. The proved theoretical results are also illustrated through simulation.

References

1. Uonjem M. Linejnye mnogomernye sistemy upravlenija: Geometricheskij podhod. M.: Nauka, 1980. 376 s.
2. Mashinostroenie. Jenciklopedija / Red. sovet: K. V. Frolov (pred.) i dr. Avtomaticheskoe upravlenie. Teorija. T. I-4 / E. A. Fedosov, A. A. Krasovskij, E. P. Popov i dr. Pod obw. red. E. A. Fedosova. M.: Mashinostroenie, 2000. 688 s.
3. Freeman R. Global internal stabilizability does not imply global external stabilizability for small sensor disturbances // IEEE Trans. on Autom. Control. 1995. V. 40, № 12. P. 2119 - 2122.
4. Golubev A.E., Krishchenko A.P., Tkachev S.B. Stabilization of nonlinear dynamic systems using the system state estimates made by the asymptotic observer // Automation and Remote Control. 2005. V. 66, № 7. P. 1021-1058. Translated from Avtomatika i Telemekhanika. 2005. № 7. P. 3-42.

5. Fossen T.I., Grovlen A. Nonlinear output feedback control of dynamically positioned ships using vectorial observer backstepping // IEEE Trans. on Contr. Syst. Technol. 1998. V. 6, № 1. P. 121 - 128.
6. Fossen T.I. Guidance and Control of Ocean Vehicles. New York: Wiley, 1994. 300 p.
7. Robertsson A., Johansson R. Comments on ”Nonlinear output feedback control of dynamically positioned ships using vectorial observer backstepping” // IEEE Trans. on Contr. Syst. Technol. 1998. V. 6, № 3. P. 439 - 441.
8. Krishchenko A.P. Stabilizacija programmnyh dvizhenij nelinejnyh sistem // Izvestija AN SSSR. Tehnicheskaja kibernetika. 1985. № 6. S. 103-112.
9. Krasovskij N.N. Nekotorye zadachi teorii ustojchivosti dvizhenija. M.: Fizmatgiz, 1959. 212 s.