

Регрессионный анализ при планировании и контроле результатов работы подразделений авиакомпании

77-30569/234573

10, октябрь 2011

Акчури́н М. Р., Егорова А. А.

УДК: 519.237.5

Московский Государственный Технический Университет Гражданской Aviации (МГТУ ГА)

marat-akchurin@yandex.ru

a.egorova@mstuca.aero

Введение

Использование системы мотивации персонала для улучшения результатов работы сотрудников является неотъемлемой частью любой современной авиакомпании. Если принять во внимание, что целью предприятия является получение прибыли, а любые мотивационные программы для сотрудников требуют расходов, тогда задача оптимизации затрат становится особенно актуальной. Очевидно, что разные методы мотивации требуют различных вложений и по-разному оказывают влияние на персонал. Их разумная комбинация позволит достичь желаемых результатов или к ним приблизиться.

Поэтому руководству компании необходимо отдавать приоритет реализации тех или иных методов, для того чтобы быть уверенным, что система мотивации действительно оказывает положительный эффект на сотрудников, в результате чего улучшаются результаты работы как отдельных сотрудников, так подразделений компании в целом.

Однако, вследствие ошибочного выбора руководства, изменения экономической обстановки в стране, изменения возрастных или социальных характеристик персонала предприятия - те или иные методы мотивации могут не пользоваться успехом у сотрудников компании, вследствие чего эффект от внедрения системы мотивации будет недостаточно эффективным или вовсе нулевым.

Для улучшения стратегии выбора методов мотивации, руководство компании может проводить мониторинг предпочтения сотрудниками тех или иных методов мотивации в течение очень длительного времени. А затем сравнивать эти данные с реальными результатами работы сотрудников. Что позволит делать предположения о том, какие методы мотивации и в какой степени влияют на повышение результатов работы сотрудников. Стоит, однако, отметить что применение методов мотивации в экспериментальных целях в течение очень длительного времени в крупной авиакомпании (более 1 тыс. сотрудников), является достаточно затратным. Поэтому изучение всей генеральной совокупности будет нецелесообразным в силу больших материальных затрат.

В связи с этим возникает задача прогнозирования результатов работы подразделений предприятия, основываясь на выборке показателей удовлетворенности методами мотивации ограниченного объема за ограниченный период времени.

1. Постановка задачи

Рассмотрим задачу прогнозирования зависимости между удовлетворенности методами мотивации, реализуемыми на предприятии, и результатами работы персонала.

Обозначим количество проводимых измерений t , а количество рассматриваемых методов n . Определим вектор показателей результатов работы персонала P , а значения показателей удовлетворенности персонала теми или иными методами мотивации ω_{ij} , $i = \overline{1, t}$, $j = \overline{1, n}$ составим в матрицу $\Omega = (\omega_{i,j})_{t \times n+1}$, в которой i -я строка представляет удовлетворенность методами персоналом в i -ый период $i = \overline{1, t}$. Представим P и Ω в матричной форме

$$P = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \dots \\ p_t \end{bmatrix}, \quad \Omega = \begin{bmatrix} 1 & \omega_{11} & \omega_{12} & \dots & \omega_{1n} \\ 1 & \omega_{21} & \omega_{22} & \dots & \omega_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \omega_{t1} & \omega_{t2} & \dots & \omega_{tn} \end{bmatrix}.$$

Исследуемые вектор результатов работы P и матрица удовлетворенности Ω являются случайными величинами (далее СВ). Для установления наличия и силы взаимосвязи между этими СВ воспользуемся методами регрессионного анализа.

Определим матрицу Ω как независимую (объясняющую) переменную, а вектор P - как зависимую (объясняемую) переменную. Отметим, что изменение первой из них служит причиной для изменения другой. А для отражения того факта, что реальные значения зависимой переменной не всегда совпадают с ее условными математическими ожиданиями и могут быть различными при одном и том же наборе объясняющих переменных, фактическая зависимость должна быть дополнена некоторым слагаемым ε , которое, по существу, является случайной величиной.

2. Схема решения задачи

Выразим исследуемую зависимость в виде уравнения множественной регрессии

$$P = M(P | \Omega) = f(B, \Omega) + \varepsilon, \quad (1)$$

где вектор B является частичным коэффициентом регрессии и отражает влияние на условное математическое ожидание $M(P | \Omega)$ зависимой переменной P от объясняющей переменной $\Omega = (\omega_{i,j})_{t \times n}$ при условии, что все другие объясняющие переменные модели остаются постоянными;

ε - вектор случайных ошибок (отклонений). Представим рассматриваемые вектора B и ε в матричной форме

$$B = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix}, \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \dots \\ \varepsilon_t \end{bmatrix}.$$

Выберем подходящую регрессионную модель для исследуемых зависимостей. После этого определим коэффициенты рассматриваемого уравнения, которые являются компонентами вектора B . Для этого воспользуемся формулой вычисления коэффициентов множественной линейной регрессии [1]

$$B = (\Omega^T \Omega)^{-1} \Omega^T P, \quad (2)$$

где $(\Omega^T \Omega)^{-1}$ - матрица, обратная матрице $\Omega^T \Omega$.

Далее проведем анализ качества уравнения и проверку адекватности уравнения эмпирическим данным. Начнем с вычисления стандартной ошибки регрессии. Для этого из генеральной совокупности случайных величин Ω извлекается выборка объема t . В качестве точечной оценки математического ожидания используется выборочное среднее $\bar{\omega}$, а поскольку истинное значение дисперсии σ^2 по выборке определить невозможно, в качестве оценки дисперсии σ^2 будем использовать ее соответствующую несмещенную оценку [1]

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^t \varepsilon_i^2}{t - n - 1}, \quad (3)$$

которой соответствует стандартное отклонение (т.е. стандартная ошибка) $S = \sqrt{S^2}$.

После вычисления стандартной ошибки регрессии, проверим общее качество уравнения регрессии. Для этой цели используется коэффициент детерминации R^2 , вычисляемый по формуле

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^t \varepsilon_i^2}{\sum_{i=1}^t (p_i - \bar{p})^2}. \quad (4)$$

Чем ближе коэффициент детерминации R^2 к единице, тем больше уравнение регрессии объясняет поведение P .

Оценивания линейное уравнение регрессии, предполагаем, что реальная взаимосвязь переменных линейна, а отклонения от регрессионной прямой являются случайными, независимыми друг от друга величинами с нулевыми математическими ожиданиями и постоянной дисперсией.

Рассмотрим применение методов регрессионного анализа для прогнозирования будущих результатов работы персонала, на основе на основе проведенных $t = 20$ оценок результатов работы персонала оценок и удовлетворенности методами мотивации. Количество рассматриваемых методов мотивации $n = 9$.

Продемонстрируем возможности прогнозирования результатов работы сотрудников департамента при заданных показателях удовлетворенности сотрудников методами мотивации.

3. Выбор уравнения регрессии

Взаимосвязь производительности труда сотрудников и мотивационных программ, реализуемых на предприятии, является довольно сложной и неоднозначной. В некоторых случаях эта зависимость может носить нелинейный характер. Однако допускается моделирование поведения персонала линейными зависимостями [4]. Таким образом, для описания исследуемой зависимости можно использовать употребляемую и наиболее исследованную модель множественной регрессии – модель множественной линейной регрессии [3]

$$p_i = \sum_{j=1}^n b_j \omega_{i,j} + \varepsilon_i, \quad (n4)$$

где $i = \overline{1, t}$, b_j , $j = \overline{1, n}$ является частичным коэффициентом регрессии и отражает влияние на условное математическое ожидание $M(P|\Omega)$ зависимой переменной P от объясняющей переменной $\Omega = (\omega_{i,j})_{t \times n}$ при условии, что все другие объясняющие переменные модели остаются постоянными; b_0 свободный член, определяющий значение P , в случае, когда все объясняющие переменные $\Omega = (\omega_{i,j})_{t \times n}$ равны нулю.

4. Определение коэффициентов уравнения регрессии

Представим оценки, полученные по результатам работы сотрудников департамента, и их удовлетворенность, реализуемыми методами мотивации, в матричной форме:

$$P = (0.7 \ 0.4 \ 0.3 \ 0.35 \ 0.55 \ 0.84 \ 0.62 \ 0.34 \ 0.88 \ 0.89 \ 0.9 \ 0.53 \ 0.78 \ 0.91 \ 0.92 \ 0.95 \ 0.79 \ 0.7 \ 0.95 \ 0.87)^T,$$

$$\Omega = \begin{pmatrix} 1 & 0.196 & 0.31 & 0.042 & 0.234 & 0.218 & 0.203 & 0.038 & 0.2 & 0.04 \\ 1 & 0.18 & 0.29 & 0.03 & 0.21 & 0.22 & 0.19 & 0.026 & 0.151 & 0.23 \\ 1 & 0.175 & 0.21 & 0.03 & 0.2 & 0.2 & 0.185 & 0.02 & 0.14 & 0.02 \\ 1 & 0.178 & 0.29 & 0.031 & 0.21 & 0.203 & 0.19 & 0.019 & 0.142 & 0.031 \\ 1 & 0.185 & 0.39 & 0.034 & 0.202 & 0.195 & 0.21 & 0.029 & 0.145 & 0.034 \\ 1 & 0.155 & 0.402 & 0.039 & 0.26 & 0.185 & 0.25 & 0.04 & 0.14 & 0.039 \\ 1 & 0.171 & 0.361 & 0.04 & 0.18 & 0.18 & 0.23 & 0.035 & 0.161 & 0.036 \\ 1 & 0.1 & 0.4 & 0.029 & 0.14 & 0.225 & 0.156 & 0.03 & 0.15 & 0.029 \\ 1 & 0.2 & 0.45 & 0.045 & 0.229 & 0.18 & 0.19 & 0.041 & 0.19 & 0.033 \\ 1 & 0.2 & 0.49 & 0.034 & 0.212 & 0.215 & 0.186 & 0.04 & 0.2 & 0.031 \\ 1 & 0.188 & 0.47 & 0.039 & 0.25 & 0.25 & 0.2 & 0.045 & 0.22 & 0.032 \\ 1 & 0.196 & 0.31 & 0.021 & 0.185 & 0.17 & 0.17 & 0.031 & 0.15 & 0.031 \\ 1 & 0.15 & 0.311 & 0.029 & 0.179 & 0.19 & 0.175 & 0.033 & 0.17 & 0.036 \\ 1 & 0.161 & 0.42 & 0.05 & 0.201 & 0.196 & 0.23 & 0.041 & 0.21 & 0.04 \\ 1 & 0.201 & 0.42 & 0.048 & 0.2 & 0.2 & 0.25 & 0.04 & 0.23 & 0.041 \\ 1 & 0.3 & 0.22 & 0.041 & 0.2 & 0.21 & 0.23 & 0.042 & 0.2 & 0.042 \\ 1 & 0.11 & 0.16 & 0.046 & 0.15 & 0.16 & 0.184 & 0.037 & 0.16 & 0.035 \\ 1 & 0.291 & 0.24 & 0.049 & 0.2 & 0.25 & 0.194 & 0.031 & 0.21 & 0.041 \\ 1 & 0.31 & 0.3 & 0.05 & 0.25 & 0.24 & 0.04 & 0.04 & 0.23 & 0.043 \\ 1 & 0.26 & 0.2 & 0.02 & 0.21 & 0.2 & 0.043 & 0.043 & 0.196 & 0.04 \end{pmatrix}.$$

Здесь и далее верхний индекс Т обозначает транспонирование.

Используя формулу (2) вычислим вектор B , компонентами которого являются коэффициенты уравнения множественной регрессии

$$B = (-0.163 \quad 0.466 \quad -0.0069 \quad 2.859 \quad 0.783 \quad -2.118 \quad -0.18 \quad 19.33 \quad 1.86 \quad -0.131)^T.$$

Таким образом, эмпирическое уравнение регрессии имеет вид

$$p_i = -0.163 + 0.466\omega_{i,1} - 0.069\omega_{i,2} + 2.859\omega_{i,3} + 0.783\omega_{i,4} - 2.118\omega_{i,5} - 0.18\omega_{i,6} + 19.33\omega_{i,7} + 1.86\omega_{i,8} - 0.131\omega_{i,9},$$

где $i = \overline{1, 20}$. Найденное уравнение позволяет рассчитать вектор отклонения ε реальных значений от модельных

$$\varepsilon = (0.113, 4.01 \times 10^{-3}, 0.034, -0.034, -0.024, -0.052, 0.075, 0.059, 0.053, -0.078, 0.85 \times 10^{-4}, 0.065, -0.156, -5.496 \times 10^{-3}, 2.301 \times 10^{-3}, -0.023, -0.028, -0.028, -5.192 \times 10^{-3}, 0.019).$$

5. Анализ качества уравнения регрессии

Используя формулу (3) вычисляем несмещенную оценку S^2 дисперсии σ^2 : $S^2 = 6.767 \cdot 10^{-3}$. Тогда стандартная ошибка регрессии S , вычисляемая как квадратный корень от несмещенной оценки $S = \sqrt{S^2}$ равна $S = 0.082$.

Проверим теперь общее качество уравнения регрессии, которое оценивается по тому, как хорошо эмпирическое уравнение регрессии согласуется со статистическими данными. Такую проверку необходимо провести путем расчета коэффициента детерминации R^2 по формуле (4):

$$R^2 = \frac{0.068}{0.88} = 0.923$$

Полученный коэффициент детерминации весьма близок к единице, т.е. R^2 статистически значим, а это означает, что совокупное влияние значений удовлетворенности методами мотивации $\Omega = (\omega_{i,j})_{t \times n}$ на результаты труда сотрудников P существенно.

На основе произведенных расчетов можно сделать вывод, что построенное уравнение регрессии объясняет 92,3% разброс зависимой переменной P .

Стоит отметить, что коэффициент детерминации может быть достаточно высоким и при наличии совпадающих трендов у рассматриваемых переменных. Иными словами значения ε_i , $i = \overline{1, t}$ теоретического уравнения регрессии (n4) остаются неизвестными ввиду неопределенности истинных значений коэффициентов регрессии, поэтому необходимо проверить статистическую независимость их оценок. При этом обычно проверяется их некоррелированность, являющаяся необходимым, но недостаточным условием независимости. Причем проверяется некоррелированность не любых, а только соседних величин ε_i .

Поэтому для уверенности в обоснованности коэффициента детерминации проведем анализ коррелированности отклонений. Вместо коэффициента корреляции воспользуемся статистикой Дарбина-Уотсона DW [1], рассчитываемой по формуле

$$DW = \frac{\sum_{i=2}^t (\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^t \varepsilon_i^2}$$

Получим $DW = 2.016$. Для проверки статистической значимости DW воспользуемся таблицей критических точек Дарбина-Уотсона [1]. Для этого выберем необходимо выбрать желаемый уровень значимости α . Допустим $\alpha = 0.05$, что соответствует 95% доверительному интервалу.

Используя выбранный уровень значимости, число объясняющих переменных $n = 9$ и число наблюдений $t = 20$ получим критические точки d_1 и d_u : $d_1 = 0.829$, $d_u = 1.964$.

Т.к. вычисленная ранее статистика Дарбина-Уотсона DW удовлетворяет условию $d_u < DW < 4 - d_u$ т.е. $1.964 < 2.016 < 2.036$, значит, имеются основания считать, что автокорреляция остатков отсутствует. Это является одним из подтверждений высокого качества регрессионной модели. Необходимо отметить, что для обоснованного вывода о наличии автокорреляции число наблюдений должно быть достаточно велико. В реальности число наблюдений t существенно превышает число наблюдений для выбранного департамента авиакомпании $t = 20$, и предложенная схема анализа будет весьма эффективна.

6. Прогнозирование результатов работы персонала

Рассчитаем прогнозное значение результатов работы сотрудников департамента при заданных показателях удовлетворенности сотрудников методами мотивации. При заданном векторе Ω' значений удовлетворенности методами мотивации

$$\Omega' = (0.2 \ 0.4 \ 0.02 \ 0.31 \ 0.15 \ 0.2 \ 0.04 \ 0.2 \ 0.015)$$

точечная оценка условного математического ожидания $\hat{M}(P | \Omega')$ равна

$$\hat{M}(P | \Omega') = -0.163 + 0.466 \cdot 0.2 - 0.069 \cdot 0.4 + 2.859 \cdot 0.02 + 0.783 \cdot 0.31 - 2.118 \cdot 0.15 - 0.18 \cdot 0.2 + 19.33 \cdot 0.04 + 1.86 \cdot 0.2 - 0.131 \cdot 0.015 = 0.992 .$$

Таким образом, было вычислено среднее значение результатов работы сотрудников департамента равное 99,2%, при заданных показателях удовлетворенности.

Заключение

В работе рассмотрено использование аппарата регрессионного анализа в такой слабоформализуемой области как управление персоналом предприятия. Эффективность указанного аппарата исследована и подтверждена на примере вычисления прогнозных значений результатов труда сотрудников.

Построенная в работе модель имеет хороший (близкий к единице) коэффициент детерминации R^2 . В модели отсутствует автокорреляция остатков. Это дает основание считать, что построенная модель является удовлетворительной и может быть использована для целей анализа и прогнозирования показателей результатов труда подразделений авиакомпании [5].

Кроме рассмотренной задачи, интерес представляет применение регрессионного аппарата и в других областях управления персоналом, как например, в задачах оценки факторов, влияющих на необходимость повышения квалификации персонала. Подробнее данное направление рассмотрено в работах других авторов [6].

Список литературы

1. **Бородич С.А.** Вводный курс эконометрики: Учебное пособие. – Мн.: БГУ, 2000. – 354 с.
2. **Замков О. О., Толстопятенко А. В., Черемных Ю. Н.** Математические методы в экономике. – М.: Дело и сервис, 1997. – 248 с.
3. **Вучков И. , Бояджиева Л., Солаков Е.** Прикладной линейный регрессионный анализ. – М.: Финансы и статистика, 1987. – 239 с.
4. **Дырка С.** Социально-психологические аспекты трудовой деятельности // Журнал Государственная служба, №5 (37) Сентябрь - октябрь 2005. URL: <http://www.rags.ru/akadem/all/37-2005/37-2005-87.html> (дата обращения 01.03.2010).
5. **Шалабанов А.К., Роганов Д.А.** Эконометрика: Учебно-методическое пособие. – Казань: ТИСБИ, 2008. – 203 с.
6. **Лазарева О.В., Денисова И.А., Цухло С.В.** Наем или переобучение: опыт российских предприятий. – М.: ГУ ВШЭ, 2006. – 48 с.

The regression analysis as instrument for planning and monitoring the results of the work for airline company

77-30569/234573

10, October 2011

Akchurin M.R., Egorova A.A.

The Moscow State Technical University of Civil Aviation

marat-akchurin@yandex.ru

a.egorova@mstuca.aero

The rising demand for air transportation, introduction of a new generation of aircraft technology and modernization of the infrastructure sectors are making new demands for qualitative reliability and flight staff of commercial aviation maintenance staff. Airlines are interested in retaining their employees and improving motivation programs. Taking into account the fact that the target of business is profit (for all motivation programs require expenses), the problem of cost optimization is particularly acute. Different methods of motivation require different investments and have a different impact on staff. It's obvious that reasonable combination of motivation methods will lead to the target results or get closer to them. The article covers questions of using a regression analysis for assessing employees' reaction to the change of the motivation system and for forecasting results of organization department work. The authors provide an example of calculations for an airline department.

Publications with keywords: [staff motivation methods](#), [regression analysis](#), [indicators forecasting](#)

Publications with words: [staff motivation methods](#), [regression analysis](#), [indicators forecasting](#)

Reference

1. Borodich S.A., An introductory course of econometrics, Mn., BGU, 2000, 354 p.
2. Zamkov O. O., Tolstopyatenko A. V., Cheremnykh Iu. N., Mathematical methods in economics, Moscow, Delo i servis, 1997, 248 p.
3. Vuchkov I. , Boiadzhieva L., Solakov E., Applied linear regression analysis, Moscow, Finansy i statistika, 1987, 239 p.
4. Dyrka S., Zhurnal Gosudarstvennaia sluzhba 37 (5) (2005) <<http://www.rags.ru/akadem/all/37-2005/37-2005-87.html>>.
5. Shalabanov A.K., Roganov D.A., Econometrics, Kazan', TISBI, 2008, 203 p.
6. Lazareva O.V., Denisova I.A., Tsukhlo S.V., Hiring or retraining: the experience of Russian enterprises, Moscow, GU VShE, 2006, 48 p