

УДК 621.396.6

Исследование алгоритмов частотной синхронизации для систем связи с частотной модуляцией с непрерывной фазой

05, май 2012

Лесников Г.А.⁽¹⁾, Чернавский С.В.⁽²⁾

*Студент⁽¹⁾, аспирант⁽²⁾,
кафедра «Радиоэлектронные системы и устройства»*

*Научный руководитель: Сенин А.И.,
к. т. н., доцент кафедры «Радиоэлектронные системы и устройства»*

МГТУ им. Н.Э. Баумана
gless@bk.ru
svcher@list.ru

Данная работа посвящена исследованию известных алгоритмов восстановления частоты несущей для частотно-модулированных сигналов с непрерывной фазой. При этом для получения характеристик алгоритмов частотной синхронизации используется имитационное моделирование в среде моделирования Simulink, поскольку теоретический анализ во многих случаях затруднителен.

Алгоритмы восстановления частоты несущей в зависимости от принципа действия и используемой априорной информации подразделяются на четыре типа: алгоритмы, вычисляющие оценку частоты по методу максимального правдоподобия (ML-based), алгоритмы с задержкой и умножением (delay-and-multiply), алгоритмы с использованием символьного синхронизма (clock-aided) и алгоритмы с использованием данных (data-aided) [1].

Сигнал на входе приемника описывается выражением:

$$\dot{r}'(t) = \exp(j(2\pi(f_0 + \nu)t + \theta)) \cdot \dot{s}(t - \tau) + n'(t) = e^{j2\pi f_0 t} \cdot \dot{r}(t), \quad (1)$$

где f_0 - ожидаемое значение частоты несущей; ν - расстройка частоты от ожидаемого значения f_0 ; θ - начальная фаза несущей; $\dot{s}(t)$ - комплексная огибающая частотно-модулированного сигнала с непрерывной фазой без смещения по частоте; $n'(t)$ - белый гауссовский шум; $0 \leq \tau < T$ - неизвестный временной сдвиг начала каждого символа; T - длительность символа,

$$\dot{r}(t) = \exp(j(2\pi \nu t + \theta)) \cdot \dot{s}(t - \tau) + n(t) - \quad (2)$$

комплексная огибающая с шумом; $n(t)$ - шум после преобразования частоты и фильтрации.

Сигнал (2) является моделью входного сигнала для всех рассматриваемых далее алгоритмов восстановления частоты. Оцениваемым параметром является расстройка частоты ν .

Рассматриваемые алгоритмы можно разделить на следящие и неследящие.

Алгоритм на основе **метода максимального правдоподобия** является следящим. Оценка расстройки частоты ν в момент времени nT производится в соответствии с выражением [1]:

$$\hat{\nu}(nT) = \hat{\nu}((n-1)T) + \gamma e(nT) , \quad (3)$$

где $\hat{\nu}((n-1)T)$ – оценка расстройки частоты ν на предыдущем шаге работы алгоритма, γ – коэффициент, определяющий величину подстройки частоты на каждом шаге, $e(nT)$ – сигнал ошибки, определяемый как [1]:

$$e(nT) = \sum_{k=nN}^{(n+1)N-1} \text{Im}(\dot{y}(kT_s) \cdot \dot{w}^*(kT_s)) . \quad (4)$$

Здесь T_s – интервал дискретизации; N – количество отсчётов на символ; $\text{Im}(\dot{y}(kT_s))$ – мнимая часть входного сигнала

$$\dot{y}(kT_s) = \dot{r}(kT_s) \cdot \exp(-j(2\pi\hat{\nu}((k-N)T_s))) , \quad (5)$$

подстроенного по частоте на величину оценки расстройки частоты $\hat{\nu}((n-1)T)$; $\dot{w}(kT_s)$ – сигнал $\dot{y}(kT_s)$, пропущенный через цифровой фильтр, импульсная характеристика которого определяется видом используемой модуляции.

Недостатком данного алгоритма является сложность реализации схемы. В частности, необходима цифровая фильтрация на частотах, значительно превышающих $1/T$.

Более простым в реализации является **следящий алгоритм с умножением и задержкой**. В этом случае оценка расстройки частоты ν вычисляется в соответствии с выражением (3). При этом сигнал ошибки [1]:

$$e(nT) = \frac{1}{2\pi D T_s} \arg \left(\sum_{k=nN}^{(n+1)N-1} z_{zy}(kT_s) \right) , \quad (6)$$

где $z_{zy}(kT_s) = \dot{x}(kT_s) \cdot \dot{x}((k-D)T_s)$. Здесь $\dot{x}(kT_s)$ – сигнал с выхода фильтра низких частот; D – количество отсчётов, на которое задержан сигнал $\dot{x}(kT_s)$ перед перемножением.

Зависимости нормированной дисперсии оценки частоты $\sigma_f^2 T^2$ от длины интервала подстройки $T_{\text{синх}}$ при для следящих алгоритмов представлены на рисунке 1. Зависимости получены для частотно-модулированного сигнала с индексом модуляции 0.5 при отношении энергии сигнала к спектральной плотности мощности шума $E_b/N_0=8$ дБ и нормированной расстройке частоты $\nu T=0.1$.

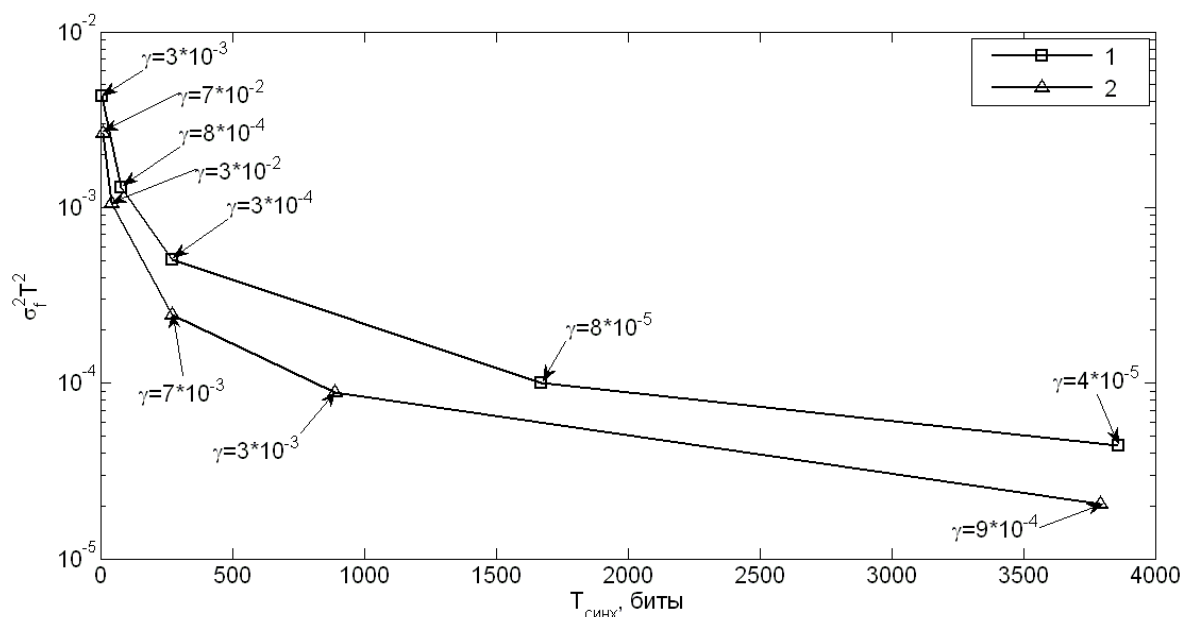


Рисунок 1 - Зависимости нормированной дисперсии оценки частоты $\sigma_f^2 T^2$ от длины интервала подстройки $T_{\text{синх}}$ для следящих алгоритмов; 1 – для алгоритма на основе метода максимального правдоподобия, 2 – для алгоритма с задержкой и умножением

По рисунку 1 видно, что для частотной модуляции с минимальным сдвигом предпочтительнее использовать следящую схему с задержкой и умножением, т.к. производимая этой схемой оценка точнее при одинаковом времени подстройки $T_{\text{синх}}$. Однако при других видах частотной модуляции с непрерывной фазой более точную оценку расстройки частоты может давать схема, реализующая алгоритм на основе метода максимального правдоподобия.

Характеристики следящих схем зависят от эквивалентной шумовой полосы, которая определяется коэффициентом γ . Чем меньше коэффициент γ , тем меньше дисперсия оценки частоты. Однако с понижением коэффициента γ увеличивается время подстройки частоты $T_{\text{синх}}$. Таким образом, минимальное значение коэффициента γ ограничивается требованиями ко времени подстройки $T_{\text{синх}}$. При фиксированном коэффициенте γ дисперсия $\sigma_f^2 T^2$ слабо зависит от отношения энергии сигнала к спектральной плотности мощности шума E_b/N_0 . Достоинством следящих алгоритмов является широкая полоса захвата. Например, при использовании частотной модуляции с минимальным сдвигом полоса захвата примерно равна $1.5/T$.

Алгоритм с задержкой и умножением может быть реализован также в виде неследящей схемы (без петли обратной связи). В таких схемах восстановления частоты оценка производится на заданной длине интервала L_0 , от длины которого зависит точность оценки. Схема, реализующая рассматриваемый алгоритм, производит оценку расстройки частоты ν на заданном интервале L_0 символов следующим образом [1]:

$$\hat{\nu} = \frac{1}{2\pi D T_s} \arg \left(\sum_{k=0}^{NL_0-1} z_{zy}(kT_s) \right) . \quad (7)$$

Повышенную точность оценки частоты дают алгоритмы, использующие априорную информацию. Таким алгоритмом является **алгоритм с использованием символического синхронизма**.

Расстройка частоты ν на заданном интервале L_0 символов вычисляется следующим образом [1]:

$$\nu = \frac{-1}{4\pi T} \arg \left(\sum_{n=0}^{L_0-1} z_{cc}(nT + \tau) \right) , \quad (8)$$

где $z_{cc}(nT + \tau) = \dot{x}^2(nT + \tau) \cdot (\dot{x}^2(nT - T + \tau))^*$.

Еще более точным является **алгоритм с использованием данных**. Алгоритм основан на том, что комплексную огибающую сигнала с непрерывной фазой можно представить в виде суммы комплексных огибающих сигналов с линейной модуляцией. Для случая частотной модуляции с минимальным сдвигом данное разложение имеет вид [2]:

$$\dot{s}(t) = \sqrt{\frac{2E_s}{T}} \sum_i \dot{a}_{0,i} h_0(t - iT) . \quad (9)$$

Здесь $a_{0,i}$ – это псевдосимволы, которые принимают значения $\pm 1, \pm j$ и описываются выражением:

$$\dot{a}_{0,i} = \exp \left(j \frac{\pi}{2} \sum_{k=-\infty}^i a_k \right) = e^{j\varphi} \cdot \exp \left(j \frac{\pi}{2} \sum_{k=1}^i a_k \right) , \quad (10)$$

где a_i – это i -ый информационный символ бинарного алфавита; φ – фаза сигнала $\dot{s}(t)$ в начале интервала, на котором производится суммирование;

$$h_0(t) = \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi t}{2T}\right), & 0 \leq t \leq 2T \\ 0, & (t < 0) \cup (t > 2T) \end{cases} . \quad (11)$$

При известных информационных символах данное разложение можно использовать для снятия модуляции и получения чистой несущей, частота которой может быть оценена.

В соответствии с выражением (9), для получения немодулированного колебания входной сигнал $\dot{x}(k)$ необходимо домножить на псевдосимволы $a_{0,i-1}^*$, комплексно сопряженные к вычисленным по выражению (10). Таким образом, полученное немодулированное колебание имеет вид:

$$z_d(n) = \sqrt{\frac{2E_s}{T}} \sum_n \dot{x}(n) \cdot \dot{a}_{0,n-1}^* = \sqrt{\frac{2E_s}{T}} \exp(j(2\pi\nu(nT + \tau) + \theta)) + n''(n) . \quad (12)$$

К выражению (12) необходимо применить один из методов оценки частоты немодулированного колебания. При значительных расстройках частоты целесообразно применять метод Кэя [3]. Его недостатком является существенно пониженная точность при отношении энергии сигнала к спектральной плотности мощности шума $E_b/N_0 < 8$ дБ.

Полученные в результате моделирования зависимости нормированной дисперсии оценки частоты $\sigma_f^2 T^2$ от отношения энергии сигнала к спектральной плотности мощности шума E_b/N_0 для разных длин интервалов L_0 для частотно-модулированного сигнала с непрерывной фазой с индексом модуляции 0,5 приведены на рисунке 2.

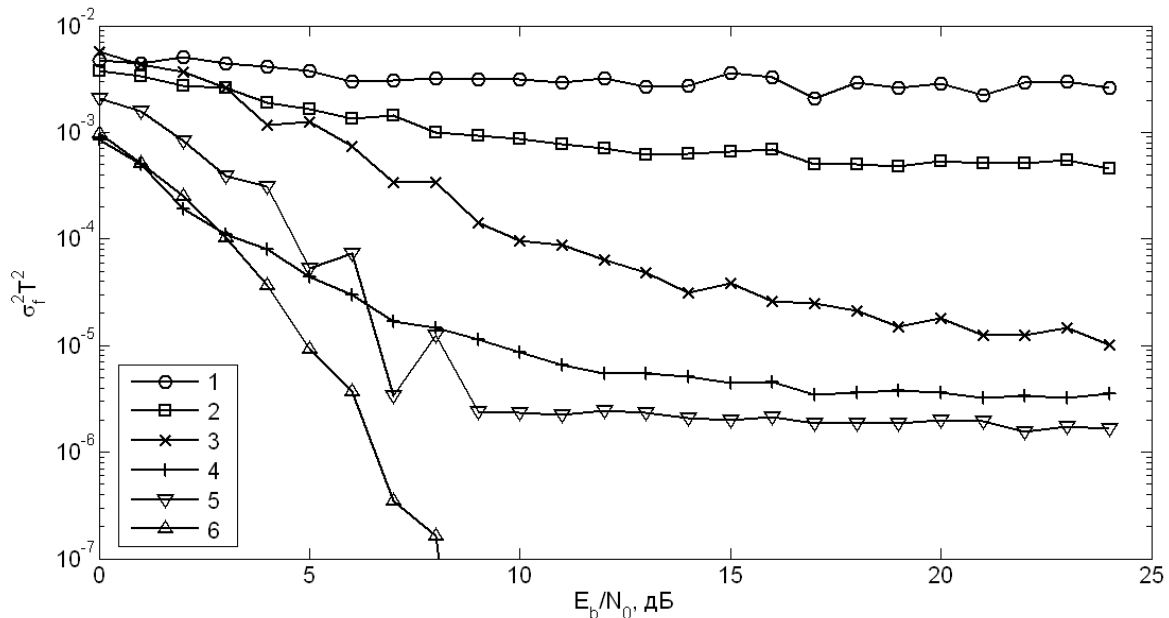


Рисунок 2 - Зависимости нормированной дисперсии оценки частоты $\sigma_f^2 T^2$ от отношения энергии сигнала к спектральной плотности мощности шума E_b/N_0 для неследящих алгоритмов; 1 и 2 – для алгоритма с задержкой и умножением при $L_0=32$ и $L_0=512$ бит соответственно, 3 и 4 – для алгоритма с использованием символьного синхронизма при $L_0=32$ и $L_0=512$ бит соответственно, 5 и 6 – для алгоритма с использованием данных при $L_0=32$ и $L_0=512$ бит соответственно

По рисунку 2 видно, что точность оценки расстройки частоты при использовании схемы с задержкой и умножением при малых значениях отношения энергии сигнала к спектральной плотности мощности шума E_b/N_0 практически не зависит от длины интервала оценки L_0 .

Схема, реализующая алгоритм с использованием символьного синхронизма дает более точную оценку частоты, чем ранее с задержкой и умножением. Это достигается за счет использования символьного синхронизма в качестве априорной информации. С другой стороны, его наличие усложняет систему связи. Предельная расстройка частоты, при которой данный алгоритм корректно работает, составляет $\pm 0,25/T$.

Алгоритм с использованием данных дает наиболее точную оценку расстройки частоты. Это согласуется и с теоретическими расчетами: для частотной модуляции с минимальным сдвигом $\sigma_f^2 T^2$ отстоит от границы Рао-Крамера всего на 3 дБ [1]. Другим преимуществом данного алгоритма является простота его реализации. Однако алгоритм предъявляет дополнительные требования к системе связи: необходимо введение известной последовательности в передаваемое сообщение, а также наличие символьного синхронизма. Предельная расстройка частоты, при которой данный алгоритм корректно работает, составляет $\pm 0,25/T$, как и у алгоритма с символьным синхронизмом.

Таким образом, в работе рассмотрены различные алгоритмы восстановления частоты несущего колебания в системах связи, использующих манипулированные сигналы с непрерывной фазой. В среде Simulink построены имитационные модели рассматриваемых схем. При помощи полученных моделей построены зависимости, позволяющие оценить характеристики различных схем восстановления частоты несущей. Построенные зависимости согласуются с теми, которые были рассчитаны теоретически [1]. Преимуществом следящих алгоритмов является возможность изменения эквивалентной шумовой полосы петли обратной связи с целью получения выигрыша или в точности оценки частоты, или во времени подстройки. Схемы, дающие оценку на заданном интервале, требуют или наличия на приемной стороне дальнейшей автоподстройки частоты и фазы, или должны регулярно производить повторную оценку и восстановление частоты.

Литература

1. A.N. D'Andrea, U. Mengali. Synchronization Techniques for Digital Receivers. New York: Plenum, 1997.
2. J.B. Anderson, T. Aulin and C.-E. Sundberg. Digital Phase Modulation. New York: Plenum, 1986.
3. S. Kay, A. Fast. Accurate Single Frequency Estimator. IEEE Trans. Acoust. Speech, Signal Processing, ASSP-37, 1987-1990, Dec. 1989.