электронный журнал
МОЛОДЕЖНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК
Издатель ФГБОУ ВПО "МГТУ им. Н.Э. Баумана". Эл No. ФС77-51038.

**УДК 621.397**

**Частотные и пространственные методы цифровой фильтрации изображений**

**# 05, май 2012**

Черный С.А.

*Студент,*
*кафедра «Радиоэлектронные системы и устройства»*

*Научный руководитель: Ахияров В.В.,*
*кандидат технических наук, доцент кафедры «Радиоэлектронные системы и устройства»*

МГТУ им. Н.Э. Баумана
lsargerl@mail.ru

Многие отрасли техники, связанные с получением, обработкой, хранением и передачей информации, в настоящее время ориентируются на развитие систем, в которых информация имеет визуальный характер [5]. Изображение, которое можно рассматривать как двумерный сигнал, является значительно более емким носителем информации, чем обычный одномерный сигнал. Восстановление изображений, искаженных шумами, является одной из наиболее важных и часто встречающихся на практике задач цифровой обработки изображений.

Наиболее удобной моделью искажения изображений для исследования методов их восстановления является добавление аддитивного белого гауссова шума $\eta(x,y)$ к исходному изображению $f(x,y)$ [1]:

$$g(x,y) = f(x,y) + \eta(x,y).$$

Такая модель наиболее близка к реальному действию шумов, когда сигнал изображения подвергается воздействию множества различных случайных факторов.

Множество подходов к восстановлению изображений распадается на две большие категории: обработка в пространственной или частотной области [1,2]. Термин **пространственная** область относится к плоскости изображения, и данная категория объединяет подходы, основанные на прямом манипулировании пикселями изображения. Процессы пространственной обработки определяется выражением [1]:

$$\hat{f}(x,y) = T[g(x,y)],$$

где $g(x,y)$ – входное искаженное изображение $\hat{f}(x,y)$ – выходное обработанное изображение, а $T$ – оператор некоторого преобразования над $f$, который определен в некоторой окрестности $S_{xy}$. Пространственной окрестностью $S_{xy}$ является квадратная подобласть с центром в этой точке $(x,y)$. Преобразование $T$ применяется в каждой точке окрестности $S_{xy}$, давая в результате одно обработанное значение $g$ для этой точки. В процессе вычислений используются только пиксели внутри заданной окрестности. При обработке всего изображения центрами окрестностей поочередно

будут являться все пиксели изображения. Это эквивалентно перемещению квадратной подобласти заданных размеров по всему изображению.

Обычно локальные преобразования оперируют одновременно как со значениями пикселей в окрестности, так и с соответствующими им значениями некоторой матрицы, имеющей те же размеры, что и окрестность. Такую матрицу называют пространственным фильтром. Чаще всего она представляет собой небольшой двумерный массив, а значения ее коэффициентов определяют механизм фильтрации.

Процесс фильтрации реализуется перемещением маски фильтра от точки к точке изображения; в каждой точке $(x, y)$ отклик фильтра вычисляется с использованием предварительно заданных связей. В случае линейной пространственной фильтрации отклик задается суммой произведений коэффициентов фильтра на соответствующие значения пикселей в области, покрытой матрицей фильтра.

Общее выражение для линейной фильтрации изображения $g(x, y)$ имеющего размеры $M$ x $N$, с помощью фильтра размерами $m$ x $n$ выглядит следующим образом [1]:

$$\hat{f}(x, y) = \sum_{s=-a}^{a} \sum_{t=-b}^{b} w(s,t) g(x+s, y+t),$$

где $w(s,t)$ – функция, задающая коэффициенты маски фильтра, $a = (m-1)/2$ $b = (n-1)/2$. При фильтрации всего изображения данная формула должна быть вычислена для всех сочетаний $x = 0,1,2\text{K}\ M-1$ и $y = 0,1,2\text{K}\ N-1$. Такая модель пространственной фильтрации математически является сверткой матрицы изображения с матрицей фильтра.

Для фильтрации изображений часто используются алгоритмы, основанные на выполнении операций усреднения. Эффект достигается за счет уменьшения резких перепадов яркости, с большой вероятностью соответствующих шуму. Рассмотрим один из таких фильтров – среднеарифметический. Пусть $S_{xy}$ – прямоугольная окрестность размерами $m$ x $n$. Процедура фильтрации предполагает вычисление среднего арифметического значения зашумленного изображения $g(x, y)$ по окрестности $S_{xy}$. Значение восстановленного изображения $\hat{f}$ в произвольной точке $(x, y)$ представляет собой среднее арифметическое значений в точках, принадлежащих окрестности [1]:

$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{mn} \sum_{(s,t) \in S_{xy}} g(s,t).$$

Применение этого фильтра к изображению, искаженному белым гауссовым шумом, приводит к уменьшению уровня этого шума. Но границы и мелкие детали на изображении размываются. Примерно такие же результаты получаются и в случае добавления шума с равномерным распределением. Импульсный шум таким способом убирается чуть хуже. Это происходит из-за большего разброса значений яркости на зашумленном изображении.

Рассмотрим похожий фильтр, основанный на вычислении среднего геометрического. Изображение, восстановленное с его помощью, задается выражением [1]:

$$\hat{f}(x, y) = [\prod_{(s,t) \in S_{xy}} g(s,t)]^{\frac{1}{mn}}$$

Здесь значение восстановленного изображения в каждой точке $(x, y)$ является корнем степени *mn* из произведения значений в точках окрестности $S_{xy}$. Применение среднегеометрического фильтра приводит к сглаживанию, сравнимому с тем, которое достигается при использовании среднеарифметического фильтра, но при этом результат становится контрастнее и обеспечивается лучшее разрешение мелких деталей.

Существует большой класс фильтров, действие которых основано на вычислении порядковых статистик. Они относятся к классу нелинейных пространственных фильтров. Отклик такого фильтра определяется предварительным упорядочиванием значений пикселей, покрываемых матрицей фильтра, и последующим выбором значения, находящегося на определенной позиции упорядоченной последовательности. Фильтрация сводится к замещению исходного значения пикселя (в центре окрестности $S_{xy}$) на полученное значение отклика фильтра. Самым распространенным фильтром этого класса является медианный фильтр. Медиана набора чисел есть такое число $\xi$, что половина чисел из набора меньше или равны $\xi$, а другая половина – больше или равны $\xi$. Чтобы выполнить медианную фильтрацию для элемента изображения, необходимо сначала упорядочить по возрастанию значения пикселей внутри окрестности, затем найти значение медианы, и, наконец, присвоить полученное значение обрабатываемому элементу. Если несколько элементов в окрестности имеют одинаковые значения, эти значения будут сгруппированы. Медианная фильтрация реализуется согласно общему выражению [1]:

$$\hat{f}(x, y) = \underset{(s,t)\in S_{xy}}{med}\{g(s,t)\}.$$

При вычислении медианы значение центра окрестности также учитывается. Медианные фильтры прекрасно приспособлены для подавления импульсных шумов. К тому же, они приводят к меньшему размытию изображения по сравнению с линейными сглаживающими фильтрами при условии равенства размеров их матриц. Гауссов и равномерный шумы этими фильтрами удаляются хуже.

Еще один фильтр, основанный на порядковых статистиках, – фильтр срединной точки. Его действие заключается в вычислении среднего между максимальным и минимальным значениями в соответствующей окрестности:

$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{2}[\min_{(s,t)\in S_{xy}}\{g(s,t)\} + \max_{(s,t)\in S_{xy}}\{g(s,t)\}].$$

Этот фильтр объединяет в себе методы порядковых статистик и усреднения. Он лучше всего работает при наличии равномерного шума. Гауссов и импульсный шумы этим фильтром удаляются хуже.

Рассмотрим также фильтр усеченного среднего, объединяющий в себе принципы усреднения и вычисления порядковых статистик. Предположим, что мы удалили *d/2* наименьших и *d/2* наибольших значений яркости из множества всех значений функции $g(s,t)$ в окрестности $S_{xy}$. Пусть $g_r(s,t)$ представляет собой оставшиеся элементы изображения, количество которых равно $mn - d$. Действие фильтра усеченного среднего заключается в усреднении оставшихся значений [1]:

$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{mn - d}\sum_{(s,t)\in S_{xy}} g_r(s,t),$$

причем значение *d* может изменяться в диапазоне от *0* до $mn - 1$. В случае $d = 0$, фильтр усеченного среднего сводится к среднеарифметическому фильтру, а в случае $d/2 = (mn-1)/2$, фильтр становится медианным. Использование такого фильтра с

другими значениями $d$ полезно в тех случаях, когда на изображении присутствуют несколько видов шумов одновременно, например импульсный и гауссов шумы. Чем больше в гауссовом шуме проявляется импульсная составляющая, тем большее значение $d$ выбирается.

**Частотные** методы фильтрации изображений основываются на применении к ним различных ортогональных преобразований с последующей модификацией полученных сигналов [1,2]. Одним из таких преобразований является дискретное косинусное преобразование (ДКП), которое является вариантом косинусного преобразования для вектора действительных чисел. ДКП функции эквивалентно дискретному преобразованию Фурье, вычисленному от модифицированной функции, которое будет суммироваться только по действительным значениям. Модифицированная функция получается путем симметричного продолжения на количество отсчетов исходной функции. Двумерное ДКП матрицы $A$ с размерами $M$ x $N$ реализуется следующим образом [6]:

$$B_{pq} = \alpha_p \alpha_q \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} A_{mn} \cos \frac{\pi(2m+1)p}{2M} \cos \frac{\pi(2m+1)q}{2N},$$

где $0 \le p \le M-1$ и $0 \le q \le N-1$,

$$\alpha_p = \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{M}}, & если \quad p = 0, \\ \sqrt{\dfrac{2}{M}}, & если \quad 1 \le p \le M-1, \end{cases} \qquad \alpha_q = \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{N}}, & если \quad q = 0, \\ \sqrt{\dfrac{2}{N}}, & если \quad 1 \le q \le N-1. \end{cases}$$

Значения $B_{pq}$ являются коэффициентами дискретного косинусного преобразования матрицы $A$.

Перед ДКП-фильтрацией изображение разбивается на отдельные квадратные блоки пикселей, в каждом из которых выполняется преобразование. Это требуется для получения необходимой избирательности пороговой обработки по количеству спектральных и пространственных составляющих, входящих в блок. Обычно, используются блоки размером 8x8 пикселей, для которых обеспечивается необходимая избирательность и алгоритмическая реализация имеет высокое быстродействие.

Идея ДКП-фильтрации основывается на предположении, что энергия сигнальной составляющей блока изображения сосредоточена в небольшом количестве спектральных коэффициентов, а энергия шума «равномерно» распределяется между всеми пространственными частотами [3]. Поэтому, если абсолютное значение коэффициента разложения относительно мало, т.е. сравнимо со среднеквадратичным отклонением (СКО) шума $\sigma$, то этот коэффициент с большой вероятностью соответствует помехе.

Алгоритм ДКП-фильтрации включает следующие этапы [3]:

1) выполнение прямого ДКП в каждом блоке;

2) сравнение полученных значений коэффициентов ДКП с порогом и присвоение нулевых значений тем спектральным коэффициентам, которые оказались ниже порога;

3) выполнение обратного ДКП.

Расположения блоков целесообразно выбирать таким образом, чтобы соседние блоки перекрывались на половину своих измерений [3]. Затем используется усреднение значений яркостей для пикселей с одинаковыми

координатами. Это делается для достижения более эффективного подавления помех и уменьшения «блочного эффекта» (искажения изображений на границах блоков).

При обычной ДКП-фильтрации, если помеха является аддитивной и пространственно-некоррелированной, порог устанавливается постоянным и равным $T = \beta \cdot \sigma$, где $\beta$ – настроечный коэффициент, обычно принимаемый равным 2,6 [3]. Как правило, СКО шума априорно неизвестно, поэтому необходимо использовать методы его оценивания, например, по участку однородной яркости на исходном изображении.

При локально-адаптивной ДКП-фильтрации значение порога для разных блоков и входящих в них пикселей разное. Оно варьируется изменением коэффициента $\beta$. Так, если пиксель принадлежит области равномерной яркости, то блок, в котором он лежит, должен быть отфильтрован с большим значением $\beta$. Если же он принадлежит участку резкого перепада яркости, то значение $\beta$ для соответствующего блока следует уменьшить. Это делается как для более эффективного удаления шума в областях с равномерной яркостью, так и для меньшего искажения границ и мелких деталей на изображении.

Для обнаружения границ объектов, мелких текстур и деталей используются карты локальной активности [4], которые имеют значение единицы для локально-активных участков и нуля для локально-пассивных. Предварительно вычисляется локальная дисперсия $\sigma^2_{loc}$ для каждого пикселя $I_{ij}$ в скользящем окне 5x5.

$$\sigma^2_{loc} = \frac{1}{25}\sum_{k=i-2}^{i=2}\sum_{l=j-2}^{j+2}(I_{kl} - \bar{I})^2, \quad \text{где } \bar{I} = \frac{1}{25}\sum_{k=i-2}^{i=2}\sum_{l=j-2}^{j+2} I_{kl}.$$

Зная значение глобальной дисперсии шума на изображении $\sigma^2$, можно найти отношение:

$$rel = \frac{\sigma^2_{loc}}{\sigma^2}.$$

Далее это отношение, вычисленное для каждого пикселя, сравнивается с порогом *T*. Если $rel>T$, карте присваивается значение единицы, если же $rel \le T$, то присваивается значение нуля. В данной работе используется значение порога *T* равное двум, так как большинство однородных участков имеют $rel<1,5$, и такое значение позволяет надежно разделить участки изображения на локально-активные и локально-пассивные.

Затем процедура ДКП-фильтрации проводится для двух разных значений $\beta_1$ и $\beta_2$ ($\beta_1 > \beta_2$), которые обычно принимаются симметричными относительно среднего значения 2,6. Итоговый результат фильтрации представляет собой совокупность локально-активных пикселей из отфильтрованного изображения с коэффициентом $\beta_2$ и локально-пассивных из отфильтрованного изображения с коэффициентом $\beta_1$.

В качестве примера можно привести реальный эксперимент, проведенный в программе MATLAB. Исходное изображение (рис. 1) было искажено аддитивным белым гауссовым шумом (рис. 2). Результат локально-адаптивной ДКП-фильтрации данного изображения представлен на рис. 4. Для сравнения на рис. 3 приведен результат фильтрации этого же изображения фильтром среднего арифметического с размером окна 7 x 7. Можно сделать вывод, что ДКП-фильтр показал существенно лучший результат – границы являются более четкими. С другой стороны, при отличии распределения шума на изображении от нормального, вместе с ДКП-фильтром необходимо использовать рассмотренные выше пространственные фильтры.

Все представленные алгоритмы пространственной фильтрации и алгоритм локально-адаптивной ДКП-фильтрации были реализованы в среде MATLAB [2,6]. Возможна их интеграция в программные пакеты цифровой обработки изображений.

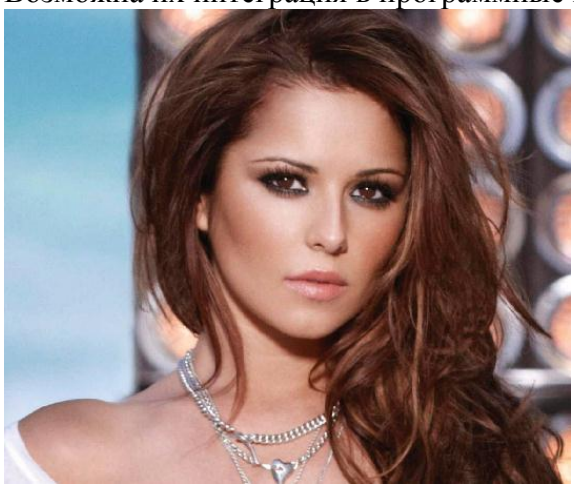

Рис.1. Исходное изображение

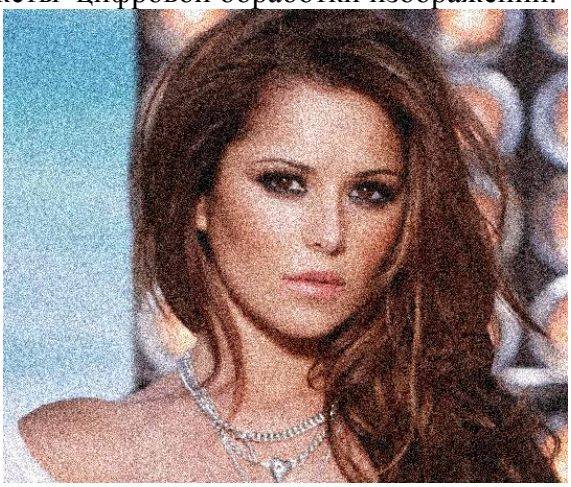

Рис.2. Зашумленное изображение

Рис.3. Изображение, восстановленное среднеарифметическим фильтром (фрагмент)

Рис.4. Изображение, восстановленное локально-адаптивным ДКП-фильтром (фрагмент)

## Литература

1. Р. Гонсалес., Р. Вудс. Цифровая обработка изображений. Москва: Техносфера, 2005. – 1072с.

2. Р. Гонсалес., Р. Вудс., Эддинс С. Цифровая обработка изображений в среде MATLAB. Москва: Техносефра, 2006. – 616с.

3. В.В. Лукин., Н.Н. Пономаренко., Д.В. Февралев. Исследование потенциальной эффективности фильтрации изображений на основе дискретного косинусного преобразования. - Радіоелектронні і комп'ютерні системи, 2009, № 4 (38)

4. С.С. Кривенко, Н.Н. Пономаренко, В.В. Лукин. Оценка эффективности фильтрации изображения на основе карт локальной активности.- Системи обробки інформаціі, 2008, випуск 1(68).

5. Цифровая обработка изображений в информационных системах: Учеб. пособие / И.С.Грузман, В.С. Киричук и др. - Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2002. - 352 с.

6. Описание Image Processing Toolbox (справочная система MATLAB) http://matlab.exponenta.ru/imageprocess/book5/index.php.

77-51038/474978