

УДК 517.93

**Реализация алгоритма управления четырехколесным роботом Lego Mindstorms,
обеспечивающего движение вдоль заданного пути**

Г.А. Нефедов

*Студент, кафедра «Математическое моделирование» МГТУ им. Н.Э. Баумана,
г. Москва, Россия*

*Научный руководитель: Ткачев С. Б., д. ф.-м. н., профессор кафедры
«Математическое моделирование» МГТУ им. Н.Э. Баумана г. Москва, Россия*

МГТУ им. Н.Э. Баумана

mastergrig90@gmail.com

Введение

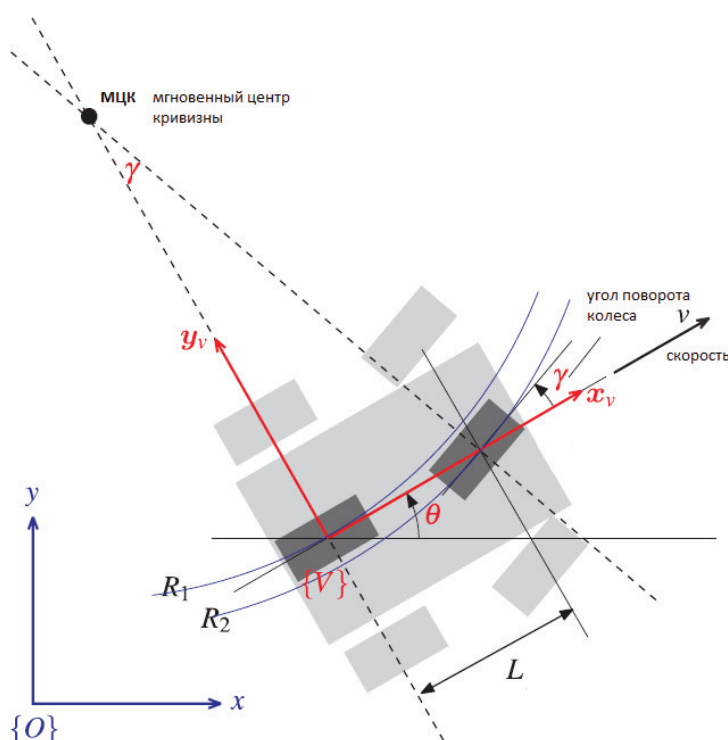
Синтез закона управления плоским движением мобильного робота с автомобильной компоновкой колес, стабилизирующего его движение по заданному пути, является типичной задачей для робототехнических систем на колесной платформе, таких как мобильные роботы, сельскохозяйственные машины, грузовые автомобили, легковые автомобили (самоуправляемые автомобили).

Известны различные подходы к задаче стабилизации движения вдоль заданной кривой. Один из них состоит в преобразовании системы с помощью замены координат и преобразования выходов к так называемой цепной форме [10, 11]. Еще один подход состоит в преобразовании системы к нормальной форме [7] и переходе к дифференцированию по новой независимой переменной [1, 2]. Для этого модель записывают в новых переменных, называемых путевыми координатами, которые напрямую связаны с заданной траекторией и хорошо фиксируют возможные отклонения от заданного пути [3, 11].

Для аффинных систем с векторным управлением известны условия приводимости к каноническому [4] или квазиканоническому [8] видам, с использованием которых

возможно как нахождение программного управления, так и построение нелинейной обратной связи, обеспечивающей стабилизацию движения вдоль заданной кривой. В [6] для мобильного робота с автомобильной компоновкой колес было получено описание функций, по которым модель преобразуется к квазиканоническому виду. В [5] это было сделано для двухколесного робота с дифференциальным приводом.

1. Кинематическая модель мобильного робота с автомобильной компоновкой колес



Вместо четырехколесной модели робота будем рассматривать более простую двухколесную велосипедную модель, заменив два передних колеса одним, расположенным посередине между ними, аналогично для задних колес. Угол поворота γ переднего колеса трехколесного робота соответствует полусумме углов γ_1 и γ_2 поворота передних колес четырехколесного робота:

$$\gamma = \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2}.$$

В качестве переменных состояния колесного робота рассмотрим следующие величины:

- x, y – координаты базовой точки робота (середина задней оси);
- γ – угол поворота переднего колеса;
- θ – угол поворота центральной линии платформы (эта линия указывает направление вектора скорости робота);
- v – модуль вектора скорости робота.

Кинематическая модель движения робота имеют вид [3]:

$$\dot{x} = v \cos \theta,$$

$$\dot{y} = v \sin \theta,$$

$$\dot{\theta} = \frac{v \operatorname{tg} \gamma}{L},$$

где L – расстояние от базовой точки до переднего колеса. Параметры v и γ рассматриваются как управления.

Обозначим угловую скорость вращения платформы вокруг вертикальной оси как

$$w = \frac{v \operatorname{tg} \gamma}{L}.$$

В новых обозначениях модель запишется в виде

$$\dot{x} = v \cos \theta,$$

$$\dot{y} = v \sin \theta, \tag{1}$$

$$\dot{\theta} = w.$$

В дальнейшем будем рассматривать задачу выведения робота на заданную кривую и стабилизацию движения по ней. В этом случае система (1) имеет два управления: v и w .

2. Расширенный фильтр Калмана

Для сглаживания шумов, возникающих при оценке положения робота в пространстве и в связи с низкой частотой поступления измерений с камеры,

целесообразно использовать фильтр Калмана. Для начала выполним дискретизацию модели:

$$X_k = \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ \theta_k \end{bmatrix} = f(X_{k-1}, u_{k-1}) = \begin{bmatrix} x_{k-1} + \Delta t v_{k-1} \cos \theta_{k-1} \\ y_{k-1} + \Delta t v_{k-1} \sin \theta_{k-1} \\ \theta_{k-1} + \Delta t w_{k-1} \end{bmatrix}.$$

Модель нелинейная, поэтому приходится использовать расширенный фильтр Калмана (Extended Kalman Filter), который линеаризует систему в окрестности последнего измерения.

Вектор измерений в нашем случае представляет собой полный вектор состояния:

$$y_k = HX_k = I_3 X_k = X_k.$$

2.1. Начальные условия:

В качестве $\hat{X}_{0|0}$ берем первое пришедшее измерение. В качестве $P_{0|0}$ берем ковариационную матрицу R_0 шумов измерений, которая является диагональной (на диагонали стоят дисперсии шумов измерений): $\hat{X}_{0|0} = Hy_0, P_{0|0} = R_0$

2.2. Экстраполяция:

Экстраполяция регулярно выполняется, вне зависимости от наличия измерений.

Предсказание вектора состояния: $\hat{X}_{k|k-1} = f(\hat{X}_{k-1|k-1}, u_{k-1})$.

Предсказание ковариационной матрицы: $P_{k|k-1} = F_{k-1}P_{k-1|k-1}F_{k-1}^T + Q_{k-1}$,

где $F_{k-1} = \left. \frac{\partial f}{\partial X} \right|_{\hat{X}_{k-1|k-1}, u_{k-1}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\Delta t v_{k-1} \sin \theta_{k-1} \\ 0 & 1 & \Delta t v_{k-1} \cos \theta_{k-1} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ – матрица Якоби

дискретной системы.

2.3. Коррекция

Коррекция выполняется при поступлении данных с камеры:

Вычисляем расхождение с измерениями: $\Delta y_k = y_k - H\hat{X}_{k|k-1}$.

Вычисляем матрицу усиления: $K_k = P_{k|k-1}H_k^T(H_kP_{k|k-1}H_k^T + R_k)^{-1}$.

Обновляем вектор состояния: $\hat{X}_{k|k} = \hat{X}_{k|k-1} + K_k \Delta y_k$.

Обновляем ковариационную матрицу: $P_{k|k} = (I - K_k H_k)P_{k|k-1}$.

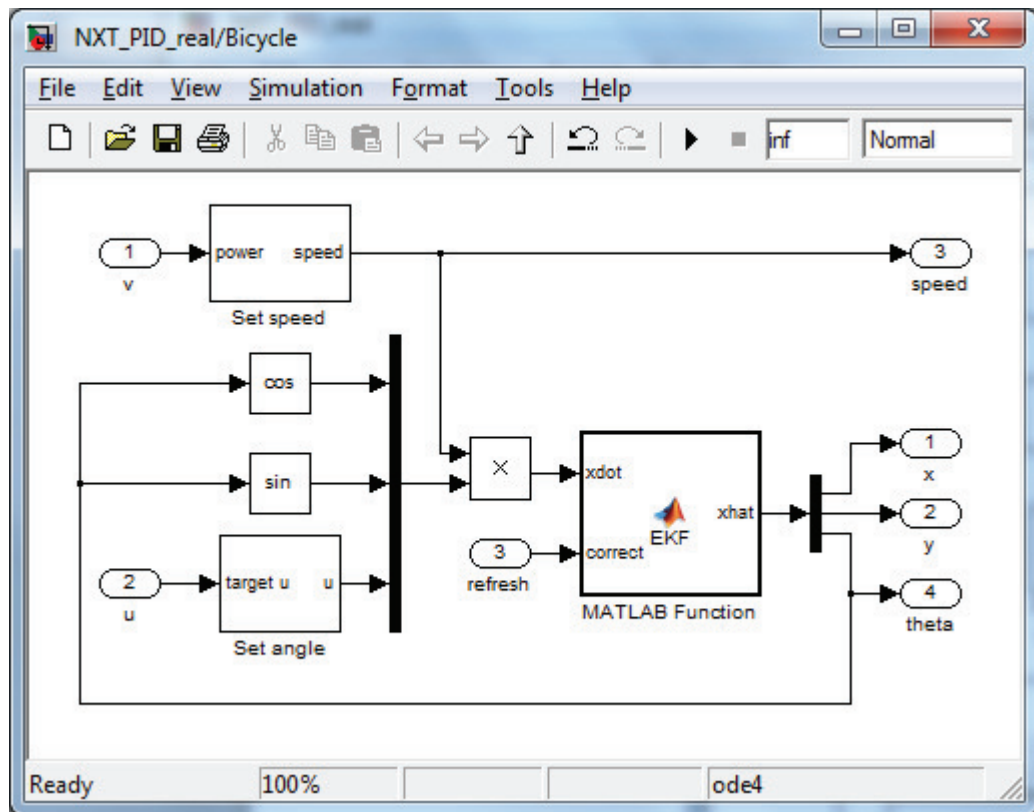


Рис. 2. Схема велосипедной модели колесного робота в Simulink

3. Алгоритм управления

Заменяем исходную задачу следования по заданной траектории задачей преследования движущейся целевой точки с координатами (x^*, y^*) .

Обозначим угол между вектором с началом в базовой точке робота и концом в целевой точке и осью Ox как

$$\theta^* = \text{atan} \frac{x - x^*}{y - y^*}.$$

Таким образом, задача преследования целевой точки эквивалентна задаче одновременного устремления к нулю ошибок

$$e_r = \sqrt{(x - x^*)^2 + (y - y^*)^2},$$

$$e_\theta = \theta \ominus \theta^*,$$

где операция $\ominus$ определяется как наименьшее расстояние между двумя углами на окружности.

Выберем управление согласно [9]:

$$v^* = K_v e_r, K_v > 0,$$

$$w^* = K_w e_\theta, K_w > 0.$$

На рисунке 3 показана реализация системы в виде схемы Simulink:

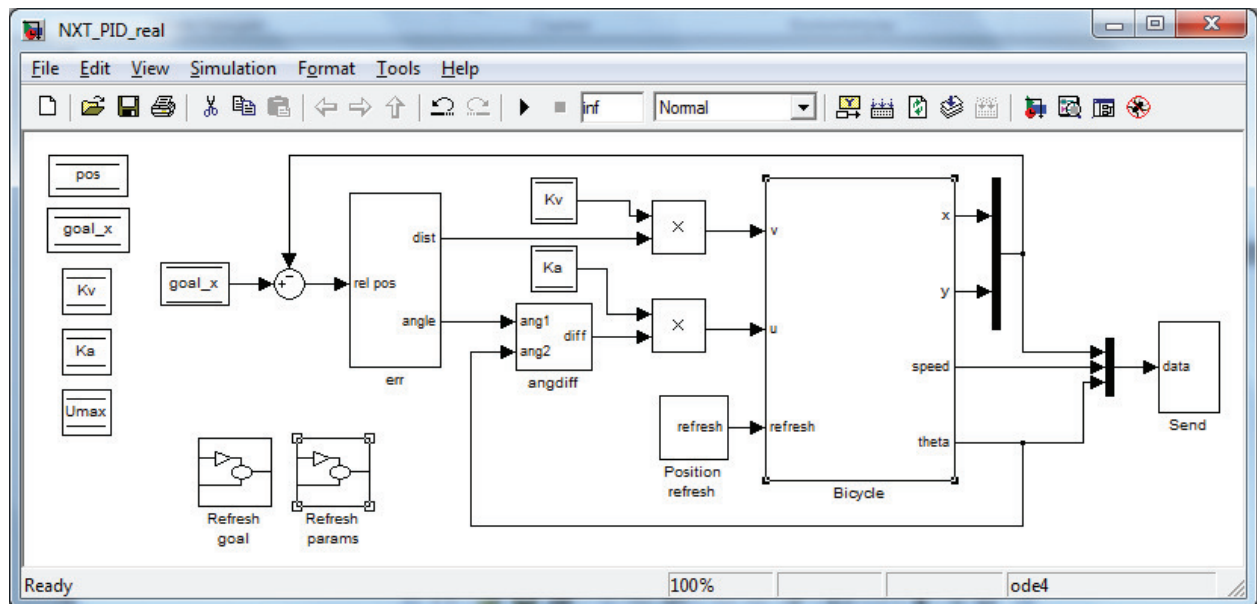


Рис. 3. Реализация алгоритма управления в Simulink

4. Результаты экспериментов

На рисунках 4-5 левый верхний синий график – скорость v от времени, левый средний оранжевый – угол поворота θ от времени, левый нижний красный – управление u от времени, график – целевая траектория, правый оранжевый – реальная траектория.

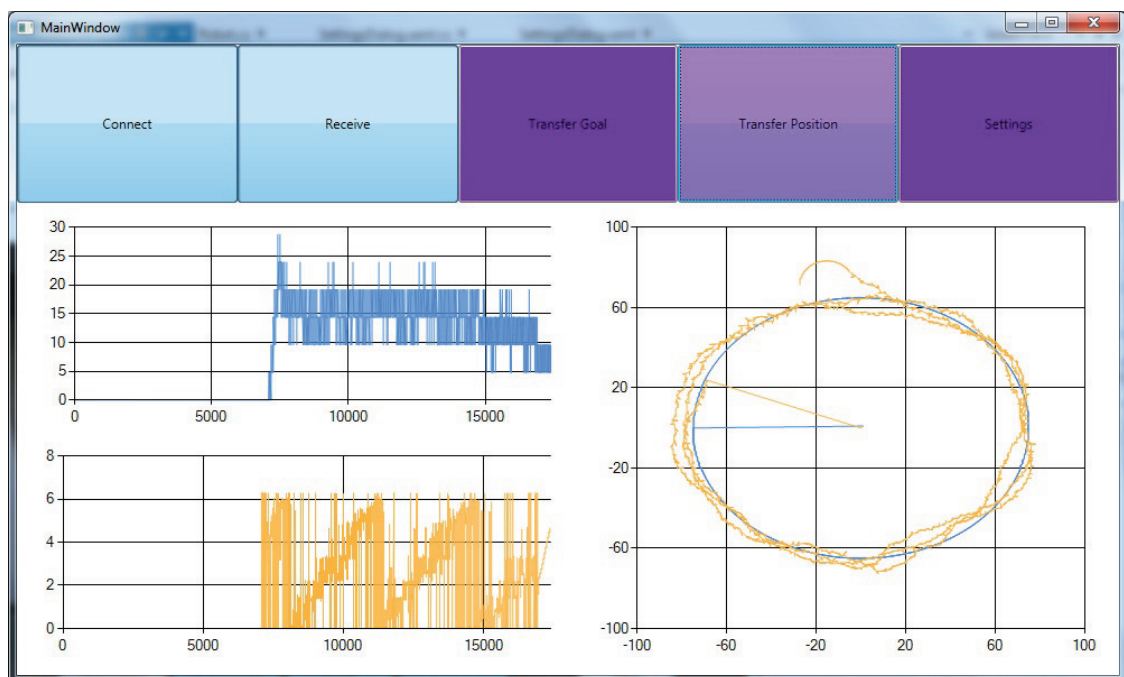


Рис. 4. Первый запуск. Без фильтрации. Три круга

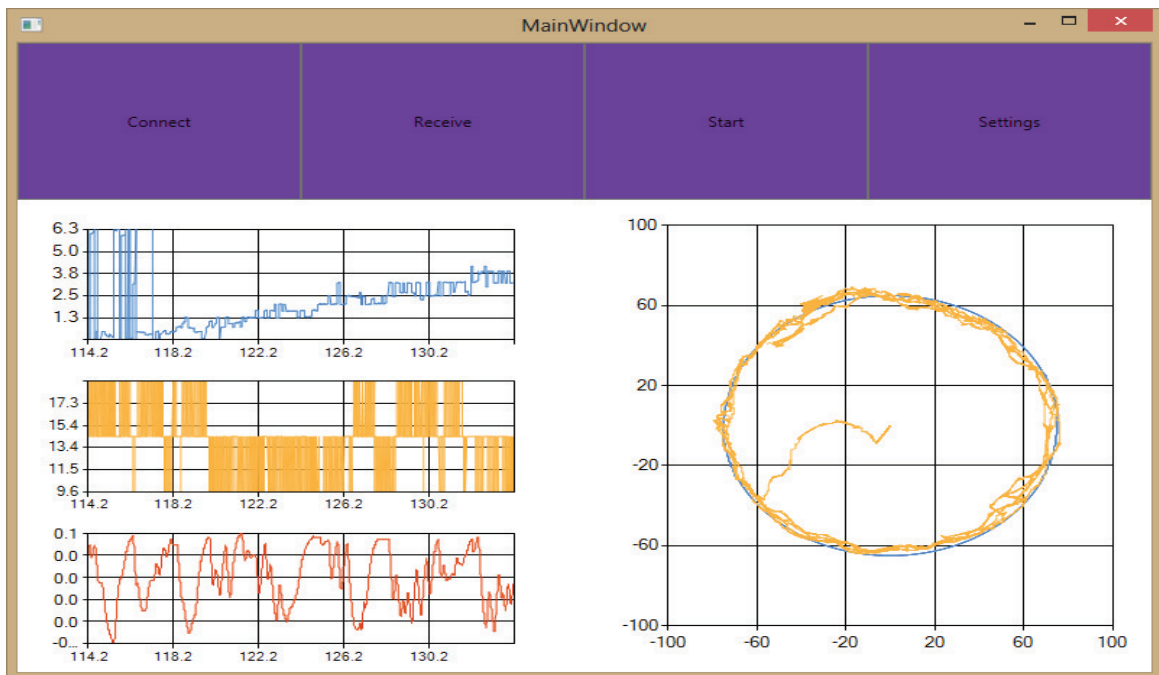


Рис.5. Второй запуск. С фильтром Калмана. Пять кругов

Заключение

На реальном роботе LEGO Mindstorms в четырехколесной компоновке для решения задачи следования вдоль заданной траектории был реализован алгоритм управления, основанный на ПИД-контроллере.

Для фильтрации входных данных (положение робота и его ориентация) был использован фильтр Калмана.

В процессе программной реализации алгоритма было установлено, что блоки Simulink для оборудования LEGO Mindstorms представляют собой очень удобный инструмент для программирования роботов и моделирования их движения.

Эксперимент показал, что использование фильтра Калмана делает движение робота более плавным.

Список литературы

1. Андрианова О.Г. Моделирование движения колесного робота по заданному пути // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2011. №10. Режим доступа: <http://technomag.edu.ru/doc/239840.html> (дата обращения: 20.02.2013).
2. Гилимьянов Р.Ф., Пестерев А.В., Рапопорт Л.Б. Управление движением колесного робота в задаче следования вдоль криволинейного пути // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2008. Т. 47, № 6. С. 158–165.
3. Канатников А. Н., Касаткина Т. С. Особенности перехода к путевым координатам в задаче путевой стабилизации // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана.

- Электрон. журн. 2012. № 7. Режим доступа: <http://technomag.edu.ru/doc/445496.html> (дата обращения: 20.02.2013).
4. Краснощеченко В. И., Крищенко А. П. Нелинейные системы: геометрические методы анализа и синтеза. М. Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2005. 520 с.
 5. Нефедов Г. А. Стабилизация движения двухколесного робота с дифференциальным приводом по заданному пути // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2013. №04 (в печати).
 6. Ткачев С. Б. Реализация движения колесного робота по заданной траектории // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Естественные науки. 2008. № 2. с. 33 – 55.
 7. Ткачев С. Б. Стабилизация неминимально фазовых аффинных систем с векторным управлением // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2012. №08. Режим доступа: <http://technomag.edu.ru/doc/450613.html> (дата обращения: 20.02.2013).
 8. Ткачев С. Б., Шевляков А. А. Преобразование аффинных систем со скалярным управлением к квазиканоническому виду // Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. Естественные науки. 2013. №1 (в печати).
 9. Corke P. Robotics, Vision and Control. Fundamental Algorithms in MATLAB // Springer. 2011. Pp. 65 – 78.
 10. Ed. J.-P. Laumond. Ser. Lectures Notes in Control and Information Sciences. Robot Motion Planning and Control // v. 229. Springer. 1998. 343 p.
 11. Siciliano B., Khatib O. Handbook of Robotics // Springer. 2008. Pp. 799-825.