

УДК 539.3

**Определение критической скорости теплоносителя в чехловой ТВС реактора
ВВЭР-440 на основе численного интегрирования уравнений поперечных колебаний
при условной замене жидкости движущимся демпфером**

А.Г. Некрасова

*Студентка, кафедра «Прикладная механика» МГТУ им. Н.Э. Баумана,
г. Москва, Россия*

*Научный руководитель: Ф.Д. Сорокин, д.т.н., профессор кафедры
«Прикладная механика» МГТУ им. Н.Э. Баумана, г. Москва, Россия*

МГТУ им. Н.Э. Баумана
nekrasova-nastya@mail.ru

Ядерные энергетические установки (ЯЭУ) представляют собой совокупность сложных систем повышенной ответственности. Элементы активной зоны реактора – тепловыделяющие сборки (ТВС) - работают в наиболее сложных условиях, характеризующихся высокими дозами облучения, значительными градиентами температуры и силовыми нагрузками. При этом оболочки тепловыделяющих элементов (ТВЭЛ), входящих в состав ТВС, являются одним из основных барьеров на пути распространения радиационного загрязнения во внешнюю среду. Кроме этого в ТВС имеются органы регулирования, обеспечивающие в случае необходимости остановку реактора за счет введения в активную зону стержней, поглощающих нейтроны. В связи с этим, обеспечение безопасной эксплуатации ТВС их прочности и работоспособности для нормальных и аварийных условий работы является актуальной задачей.

Опыт показывает, что уровень вибраций ТВС зависит от режима эксплуатации АЭС и в штатных условиях, как правило, не превышает нормативного уровня [4].

Охлаждение ТВЭЛ происходит за счет непрерывного потока жидкости. Было замечено, что вода, движущаяся параллельно оси ТВЭЛ, при определенных скоростях возбуждает поперечные колебания ТВЭЛ. Таким образом, жидкость, традиционно считающаяся демпфирующим элементом, в данном случае является причиной изгибных колебаний.

Пучок из n ТВЭЛ моделируется как балка распределенной массы, шарнирно опертая на концах. Воздействие жидкости представляется в виде демпфера, циклически движущегося вдоль оси балки с постоянной скоростью. Масса жидкости условно собирается в одной точке и прикладывается к точке воздействия демпфера.

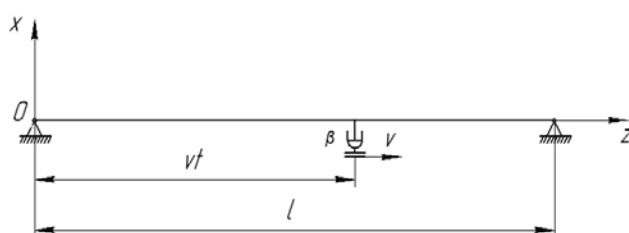


Рис. 1. Расчетная схема ТВС с учетом движущегося демпфера

Исходные данные: длина пучка $L = 2.518$ м; количество ТВЭЛ в сечении $n = 126$; погонная масса ТВЭЛ $m_{ivel} = 0.622$ кг/м, погонная масса пучка в воздухе $m_0 = n \cdot m_{ivel}$; низшая частота пучка в воздухе $f = 5$ Гц, в воде – $f = 3.9$ Гц.

С целью отладки программы рассматривается тестовая задача – поперечные колебания под действием постоянной движущейся силы, решение которой известно [2].

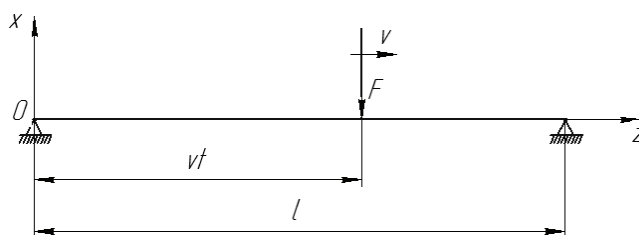


Рис. 2. Расчетная схема ТВС с движущейся постоянной силой

Так как ТВС не балка, а конструкция, то приведенная жесткость сечения EI определяется из известных входных данных: частоты в воздухе, погонной массы пучка и длины пучка.

$$EI = \frac{L^4 m_0 (2\pi p)^2}{\pi^4} = \frac{2.518^4 \cdot 126 \cdot 0.622 \cdot (2\pi \cdot 5)^2}{\pi^4} = 31921.6 \text{ Па} \cdot \text{м}^4$$

При погружении ТВС в воду низшая частота меняется. Это учитывается введением присоединенной массы: $m_0 = nm_{\text{ivel}} + \alpha n \rho \frac{\pi d^2}{4}$,

где α - коэффициент приведенной массы, $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ - плотность воды, $d = 9.1 \cdot 10^{-3} \text{ мм}$ - диаметр ТВЭЛ.

Коэффициент приведенной массы находится подбором из условия, что первая частота в воде $f = 3.9 \text{ Гц}$. Итого, $\alpha = 5.65$.

Уравнение движения балки имеет вид:

$$EI \frac{\partial^4 x}{\partial z^4} + m_0 \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = F_0 \delta(z - vt) \quad (1)$$

Решение ищется методом разложения вынужденного движения по собственным функциям системы [1]: $x(z, t) = \sum_{k=1}^{\infty} q_k(t) u_k(z)$,

где $u_k(z) = \sin \frac{k\pi z}{l}$ - прогиб при k -м нормальном колебании,

$q_k(t)$ - функция времени, определяемая из уравнения $\ddot{q}_k + p_k^2 q_k = Q_k(t) / m_k$.

Учитывая, что обобщенная масса $m_k = \int_0^l u_k^2 m_0 dz = \frac{1}{2} m_0 l$, обобщенная сила

$Q_k = \int_0^l F \delta(z - vt) u_k(z) dz = F_0 \sin \frac{k\pi vt}{l}$, уравнение, определяющее $q_k(t)$, сводится к виду

$$\ddot{q}_k + p_k^2 q_k = \frac{2F_0}{m_0 l} \sin \frac{k\pi vt}{l} \quad (2)$$

Примем $\frac{2F_0}{l} = P_0$, $\frac{k\pi v}{l} = \omega$, тогда $\ddot{q}_k + p_k^2 q_k = \frac{P_0}{m_0} \sin \omega t$, и решение $q_k(t)$ имеет

вид
$$q_k = \frac{1}{m_0 p_k} \int_0^t P_0 \sin \omega \tau \cdot \sin p_k(t - \tau) d\tau = \frac{1}{m_0 p_k} \cdot \frac{P_0 (p_k \sin \omega t - \omega \sin p_k t)}{p_k^2 - \omega^2}.$$

Следовательно, смещения в любом сечении балки при вынужденных колебаниях определяются формулой

$$x(z, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{m_0 p_k l} \cdot \frac{2F_0}{p_k^2 - \left(\frac{k\pi v}{l}\right)^2} \cdot \left(p_k \sin \frac{k\pi v}{l} t - \frac{k\pi v}{l} \sin p_k t\right) \cdot \sin \frac{k\pi}{l} z. \quad (3)$$

Формула (3) совпадает с аналогичной формулой из [2] с точностью до обозначений, хотя она была получена несколько иным способом.

Численное решение ищется в программном комплексе Mathematica с помощью встроенной функции NDSolve применительно к дифференциальному уравнению (2)

$\ddot{q}_k + p_k^2 q_k = \frac{2F_0}{m_0 l} \sin \frac{k\pi v t}{l}$ с учетом начальных условий: $q_k(0) = 0, \dot{q}_k(0) = 0$. Решение

записывается в виде $x = \sum_{k=1}^n q_k(t) \cdot \sin \frac{k\pi z}{l}$. В расчете учитываются первые три гармоники

$n = 3$. Из рис. 3 видно, что результаты численного интегрирования точно совпадают с (3) при произвольных скоростях движения силы из интервала 0...20м/с, чем подтверждается правильность составленной программы и пригодность ее для решения основной задачи о демпфере.

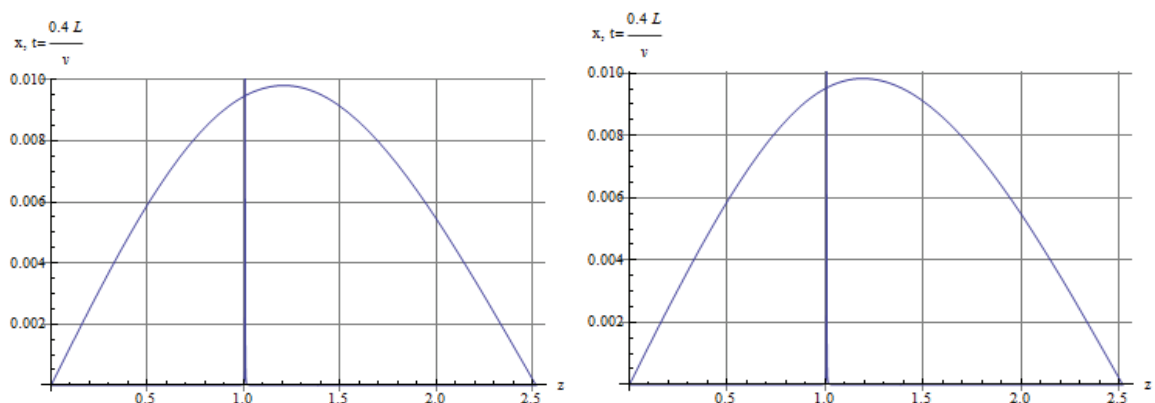


Рис. 3. Графики зависимости перемещения $x[z]$ оси балки от координаты точки

в произвольный момент времени $t = \frac{0.4L}{v}$: слева численное интегрирование, справа аналитическое решение.

Для решения задачи о движущемся демпфере в уравнении (2), определяющем $q_k(t)$, постоянная сила F_0 заменяется воздействием демпфера на балку $F(z, t)$, причем

$$F = -\beta \left(\frac{\partial x}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial x}{\partial z} \right) \Big|_{z=vt} = -\beta \left(\sum_{k=1}^{\infty} \dot{q}_k(t) u_k(vt) + v \sum_{k=1}^{\infty} q_k(t) \dot{u}_k(vt) \right),$$

где β - условное демпфирование, $\frac{H}{m/c}$.

Обобщенная сила в данном случае будет определяться как

$$Q_k = \int_0^l F \delta(z - vt) u_k(z) dz = F \sin \frac{k\pi vt}{l},$$

а уравнение (2) примет вид

$$\ddot{q}_k + p_k^2 q_k = -\frac{2}{m_0 l} \beta \left(\sum_{k=1}^{\infty} \dot{q}_k(t) \sin \frac{k\pi vt}{l} + v \sum_{k=1}^{\infty} q_k(t) \frac{k\pi}{l} \cos \frac{k\pi vt}{l} \right) \sin \frac{k\pi vt}{l} \quad (3)$$

Учитывая только первые 3 гармоники, можно переписать уравнение (3) в виде системы

$$\begin{cases} \ddot{q}_1 + p_1^2 q_1 = -\frac{2}{m_0 l} \beta \left(\dot{q}_1 \sin \frac{\pi vt}{l} + \dot{q}_2 \sin \frac{2\pi vt}{l} + \dot{q}_3 \sin \frac{3\pi vt}{l} + v(q_1 \frac{\pi}{l} \cos \frac{\pi vt}{l} + q_2 \frac{2\pi}{l} \cos \frac{2\pi vt}{l} + q_3 \frac{3\pi}{l} \cos \frac{3\pi vt}{l}) \right) \sin \frac{\pi vt}{l} \\ \ddot{q}_2 + p_2^2 q_2 = -\frac{2}{m_0 l} \beta \left(\dot{q}_1 \sin \frac{\pi vt}{l} + \dot{q}_2 \sin \frac{2\pi vt}{l} + \dot{q}_3 \sin \frac{3\pi vt}{l} + v(q_1 \frac{\pi}{l} \cos \frac{\pi vt}{l} + q_2 \frac{2\pi}{l} \cos \frac{2\pi vt}{l} + q_3 \frac{3\pi}{l} \cos \frac{3\pi vt}{l}) \right) \sin \frac{2\pi vt}{l} \\ \ddot{q}_3 + p_3^2 q_3 = -\frac{2}{m_0 l} \beta \left(\dot{q}_1 \sin \frac{\pi vt}{l} + \dot{q}_2 \sin \frac{2\pi vt}{l} + \dot{q}_3 \sin \frac{3\pi vt}{l} + v(q_1 \frac{\pi}{l} \cos \frac{\pi vt}{l} + q_2 \frac{2\pi}{l} \cos \frac{2\pi vt}{l} + q_3 \frac{3\pi}{l} \cos \frac{3\pi vt}{l}) \right) \sin \frac{3\pi vt}{l} \end{cases} \quad (4)$$

При воздействии демпфера задача становится однородной, и без внешних нагрузок балка вибрировать не будет, т.е. балку необходимо возбудить. В данном случае в начальных условиях $\dot{q}_k(0)$ задавалось близкое, но отличное от нуля, а именно $\dot{q}_k(0) = 10^{-4}$. Начальные условия, таким образом, записывались в виде: $q_k(0) = 0, \dot{q}_k(0) = 10^{-4} \quad / \quad$.

Система (4) решалась численно в программном комплексе Mathematica с использованием функции NDSolve.

Для большего приближения расчетной модели к поставленной задаче, необходимо реализовать непрерывное циклическое движение демпфера, что означает его перенос из крайнего правого положения в крайнее левое. Это можно осуществить путем замены аргумента $\frac{vt}{l}$ в системе (4) на соответствующее выражение. При переносе первого демпфера аргумент необходимо поменять на $\frac{vt-l}{l}$, второго - $\frac{vt-2l}{l}$, и т.д., где t принимает значения $0 \leq t \leq \infty$. Подставив значения времени t , можно видеть, что такая замена равнозначна взятию дробной части от выражения $\frac{vt}{l}$. В программе Mathematica имеется встроенная функция FractionalPart, возвращающая дробную часть своего аргумента, которая была использована для формирования цикла по времени t , охватывающего значения от 0 до $tMax = \frac{10L}{v}$ с, то есть 10 «переносов» демпфера.

Для учета массы жидкости введем условную массу, собранную в одной точке – точке воздействия демпфера:

$$M = (m_{02} - m_{01})l,$$

где m_{01}, m_{02} - погонные массы ТВС в воздухе и в воде соответственно.

Ускорение демпфера будет вычисляться как $a = a_{отн} + a_{пер} + a_{кор}$,

где $a_{отн}$ - относительное ускорение, $a_{отн} = \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \Big|_{z=vt} = \sum_{k=1}^3 \ddot{q}_k \sin \frac{k\pi vt}{l}$,

$a_{пер}$ - переносное ускорение, $a_{пер} = v^2 \frac{\partial^2 x}{\partial z^2} \Big|_{z=vt} = -v^2 \sum_{k=1}^3 q_k \left(\frac{k\pi}{l} \right)^2 \sin \frac{k\pi vt}{l}$,

$a_{кор}$ - ускорение Кориолиса, $a_{кор} = 2v \frac{\partial^2 x}{\partial z \partial t} \Big|_{z=vt} = 2v \sum_{k=1}^3 \dot{q}_k \frac{k\pi}{l} \cos \frac{k\pi vt}{l}$.

Относительное ускорение $a_{отн}$ в уравнениях не используется, считается, что оно уже учтено в присоединенной массе. Иначе собственная частота в воде будет зависеть от

положения массы на балке, то есть при наезде массы на опору, влияние этой массы прекращается, и частота становится равной частоте в воздухе, чего быть не должно. Поэтому, чтобы экспериментальные частоты не менялись при движении демпфера, относительное ускорение не входит в уравнения.

Тогда система (4) примет вид

$$\begin{cases} \ddot{q}_1 + p_1^2 q_1 = \frac{2(F_\beta + F_M)}{m_{02}l} \sin \frac{\pi vt}{l} \\ \ddot{q}_2 + p_2^2 q_2 = \frac{2(F_\beta + F_M)}{m_{02}l} \sin \frac{2\pi vt}{l} \\ \ddot{q}_3 + p_3^2 q_3 = \frac{2(F_\beta + F_M)}{m_{02}l} \sin \frac{3\pi vt}{l} \end{cases} \quad (5)$$

где $F_\beta = F_\beta = -\beta \left(\frac{\partial x}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial x}{\partial z} \right) \Big|_{z=vt}$ – сила от вязкости демпфера,

$F_{M\text{деф}} = M M_{\text{деф}} g$ – сила инерции, дополнительная к вязкой силе демпфера.

Далее реализуется численное интегрирование системы (5) для различных значений скорости движения демпфера от 3 м/с до 20 м/с. Критическая скорость определяется визуально, исходя из графиков в координатах время-перемещение (рис. 4).

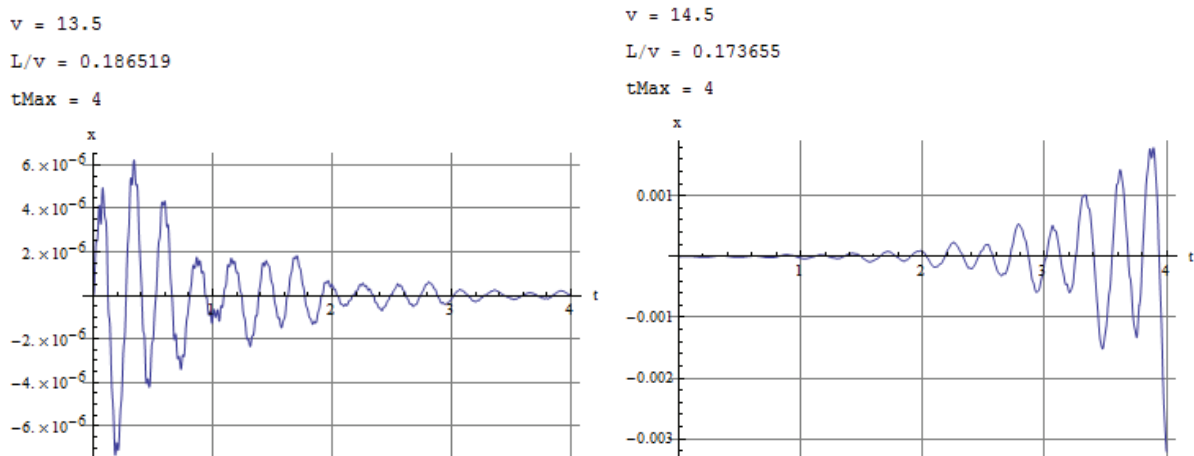


Рис. 4. Графики перемещений x [м] точки $z = \frac{l}{2}$ балки в зависимости от времени t [с] при скорости меньше и больше критической $v_{\text{кр}}$ [м/с] с учетом массы демпфера

Выводы:

Проведен численный расчет поперечных колебаний ТВС, возбуждаемых циклическим движением демпфера, условно заменяющего жидкость. Численное решение тестировалось на примере постоянной сосредоточенной силы, движущейся с постоянной скоростью вдоль оси ТВС, сравнивалось с полученным для этой же задачи аналитическим решением.

Реализовано циклическое непрерывное движение демпфера вдоль балки с заменой массы жидкости сосредоточенной массой.

Визуально по графикам определена критическая скорость, при которой колебания нарастают как при резонансе, и эта скорость примерно равна $v = 14$ м/с, что значительно превышает эксплуатационные скорости и поэтому не является опасным.

Список литературы

1. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний. М.: Высшая школа, 1980. 408 с.
2. Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле. - М.: Машиностроение, 1985. 472 с.
3. Светлицкий В.А. Механика стержней. В 2-х ч. Ч. II. Динамика. М.: Высшая школа, 1987. 304 с.
4. Солонин В.И., Сорокин Ф.Д., Перевезенцев В.В. Нестационарные гидродинамические нагрузки и вибрации пучка твэлов в ТВС ВВЭР-440 // Изв. вузов. Ядерная энергетика. - 2008. - №4. – С.104 –112.