

УДК 159.9.07:51-7

**Моделирование процесса восприятия музыки с аккордами на примере композиции
«Dominus pascit me» П. Стигманса**

Н.С. Тарасова

Студент, кафедра «Высшая математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана, г. Москва, Россия

*Научный руководитель: Гласко А.В., к.ф.-м.н., доцент кафедры «Высшая математика»
МГТУ им. Н.Э. Баумана, г. Москва, Россия*

МГТУ им. Н.Э. Баумана

tarasovamgtu@mail.ru

В работе [1] предложена математическая модель восприятия элементарного внешнего раздражителя, в частности, монохроматического звукового импульса. В работах [2,3] на основе этой модели построена модель восприятия музыкальной мелодии. Музыка отличается от мелодии наличием различных вспомогательных эффектов, усиливающих то психологическое воздействие, которое оказывает на слушателя мелодия. Одним из основных таких эффектов являются аккорды. В настоящей работе моделируется восприятие музыки с аккордами.

Обозначим через Ω некоторое параметрическое пространство характеристик звуков, а точнее, их психофизических аналогов, учитываемых при описании процесса восприятия музыки. В данной работе пространство Ω двумерное. Одно из измерений ξ – высота звука (то есть психофизическая характеристика, отвечающая частоте звука ν), физический (психологический) смысл второго измерения нас интересоваться не будет.

Звучание монохроматического звукового импульса частотой ν и «громкостью» (звуковым давлением) φ вызывает в психическом пространстве Ω слушателя

временную концентрацию внимания (временное возбуждение) в окрестности точки ξ , описываемую уравнением [1]

$$I_t = -\frac{\alpha \Delta I}{\varphi^2 (t - t_0)^2} + k(\varphi) \alpha^{-2} t \Delta I \quad (1)$$

с дополнительным условием

$$I_{k=0}(x, +\infty) = \delta(x - \xi), \quad (2)$$

где $x \in R^2$ – точка пространства Ω , t – время (мс), α – постоянный положительный коэффициент размерности времени (мс), t_0 – момент звучания импульса, $k(\varphi)$ – коэффициент, зависящий от величины звукового давления φ и определяемый из некоторого трансцендентного уравнения.

Решение задачи (1), (2) имеет вид:

$$I(x, t) = \frac{1}{2\pi D(t)} e^{-\frac{(x-\xi)^2}{2D(t)}}, \quad t \in (0, +\infty), \quad x \in R^2, \quad (3)$$

где

$$D(t) = \frac{2\alpha}{\varphi^2 (t - t_0)} + k(\varphi) \alpha^{-2} (t - t_0)^2 \quad (4)$$

и описывает процесс, при котором внимание слушателя сперва концентрируется на звуковом импульсе, достигает некоторого уровня концентрации в момент

$$t_m = t_0 + \alpha k^{-\frac{1}{3}}(\varphi) \varphi^{\frac{2}{3}},$$

соответствующий минимуму функции (4), а затем начинает рассеиваться.

Не принимая во внимание обертоновую структуру звука, а также специфику инструментального и вокального исполнений, мелодия M представляет собой [2] последовательность N монохроматических звуковых импульсов с частотами ν_j и «громкостями» φ_j , генерируемых в моменты времени t_j , $j = 1, \dots, N$:

$$M = \left\{ (t_j, \nu_j, \varphi_j) \mid j = 1, \dots, N \right\}$$

и вызывает в Ω последовательность возбуждений $I_j(x, t)$ в различных точках ξ_j .

Суммарное возбуждение равно

$$I(x, t) = \sum_{j=1}^N \Phi_j I_j(x, t),$$

где Φ_j – некоторые коэффициенты.

Строем называется совокупность постоянных отношений по высоте между звуками музыкальной системы. **Темперированным** называется строй, который делит каждую октаву звукоряда на равные части.

Отношения частот соседних звуков при таком строе равны:

$$\frac{V_{до-диез}}{V_{до}} = \frac{V_{ре}}{V_{до-диез}} = \dots,$$

где многоточие означает продолжение закономерности во всех октавах звукоряда.

В силу восприятия звука по логарифмическому закону (психофизическому закону Фехнера), соседние звуки темперированного строя проецируются на ось ξ с одинаковым шагом [2].

С учетом своей оберточной структуры, каждый музыкальный звук представляет собой множество элементарных звуков различных частот и вызывает одновременные возбуждения в точках, соответствующих этим частотам.

На основе вышеизложенного, в настоящей работе с помощью специальной программы на языке Matlab было выполнено моделирование процесса восприятия композиции «Dominus pascit me» П.Стигманса для женского хора (первые 16 тактов).

Введем некоторые понятия теории музыки, используемые в дальнейшем. **Длительностью** ноты называется продолжительность ее звучания, определяемая не временем, а долями ритма. Однако зачастую длительность основной ритмической единицы задается числовым значением – количеством ударов метронома в минуту. Различают следующие виды длительностей: *целая, половинная, четверть, восьмая, шестнадцатая, тридцать вторая и шестьдесят четвертая*. Они связаны между собой следующими соотношениями:

- 1) *целая = 2 половинные = 4 четверти = 8 восьмых = 16 шестнадцатых = 32 тридцать вторых = 64 шестьдесят четвертых;*
- 2) *половинная = 2 четверти = 4 восьмых = 8 шестнадцатых = 16 тридцать вторых = 32 шестьдесят четвертых;*
- 3) *четверть = 2 восьмых = 4 шестнадцатых = 8 тридцать вторых = 16 шестьдесят четвертых* и т.д.

Аккордом называется одновременное сочетание трех и более звуков [5]. Среди огромного разнообразия аккордов следует выделить основной их тип – *тоническое трезвучие*. Это самый психологически устойчивый аккорд из всех существующих. Главной нотой в таком аккорде является *тоника* (или первая ступень тональности, в которой написано то или иное произведение), к ней тяготеют все ноты звукоряда. Вторая по важности нота – *доминанта* (или пятая ступень той же тональности). Эта нота служит

основой для так называемого *доминантового трезвучия*. Это самый неустойчивый аккорд из всех существующих, так как вызывает у слушателя ощущение недосказанности услышанного и желание поставить смысловую точку, разрешив доминантовое трезвучие в тоническое. В европейской музыке доминантовое трезвучие за счет своего контраста по отношению к тоническому всегда было господствующим аккордом. Отсюда и название – доминантовое трезвучие (от лат. *dominans* - господствующий). Аккорды по своему звучанию делятся на *консонирующие* и *диссонирующие* (от лат. *consonantia* – созвучие, и от лат. *dissonantia* – нестройное звучание). К числу консонирующих аккордов относятся только мажорные и минорные трезвучия. Остальные аккорды являются диссонирующими [5].

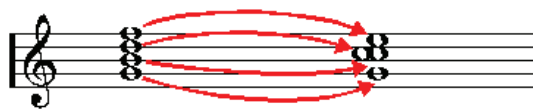
Каноном называется музыкальная форма, в которой мелодия, излагаемая одним из голосов, в дальнейшем непрерывно воспроизводится другим или другими голосами [4].

Хоровая музыка по определению строится из нескольких отдельных голосов, которые в совокупности создают гармонию звучания. «Dominus pascit me» относится к классу полифонических произведений, где все голоса равноправны, но время от времени один из них приобретает доминирующую роль. Отрывок сочинения, используемый в данной работе, заканчивается доминантой, но при этом представляет собой отдельную музыкальную мысль. Отсюда можно сделать предположение, что после прослушивания этого отрывка человек будет психологически подготовлен к восприятию оставшейся части композиции.

В предложенной модели звуки, исполняемые одновременно отдельными голосами, рассматриваются как элементы одного аккорда. В программе моменты времени начала звучания отдельных нот мелодии задаются некоторым числовым массивом m (длительность восьмой принимается за 1, длительность четверти – за 2, длительность шестнадцатой – за $\frac{1}{2}$ и т.д.). Аккорд рассматривается как последовательность звуков, предъявляемых с нулевым промежутком времени. При этом в массиве m всем нотам аккорда, кроме последней, соответствуют нули, а последней – число, отражающее время звучания аккорда. Высоты звуков, откладываемые в дальнейшем на оси ξ , задаются в виде целочисленного массива s . Здесь за 0 принимается самая низкая нота, используемая в инструментальной музыке – «ля» субконтроктавы (исключение составляет только орган – клавишно-духовой музыкальный инструмент, способный исполнять инфразвук частотой 8 Гц). Далее при каждом последующем звуке темперированного строя значение ξ увеличивается на единицу. Так, самой высокой ноте, используемой в музыке, соответствует значение $\xi = 98$ - «си» пятой октавы. В качестве примера рассмотрим два последовательных аккорда (доминантсептаккорд с

Молодежный научно-технический вестник ФС77-51038

разрешением в тонический секстаккорд до-мажора), длительность каждого из которых равна целой:

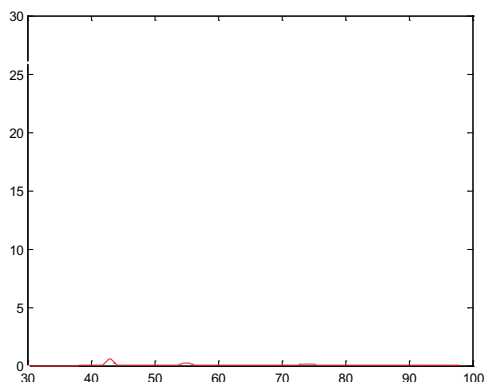


$$s(1:8) = [46 \ 50 \ 53 \ 55 \ 46 \ 51 \ 51 \ 54];$$

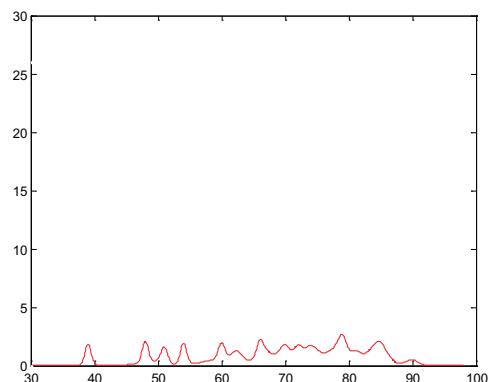
$$m(1:8) = [0 \ 0 \ 0 \ 4 \ 0 \ 0 \ 0 \ 4].$$

Очевидно, что размерности массивов m и s одинаковы и равны общему количеству нот в данной музыкальной композиции.

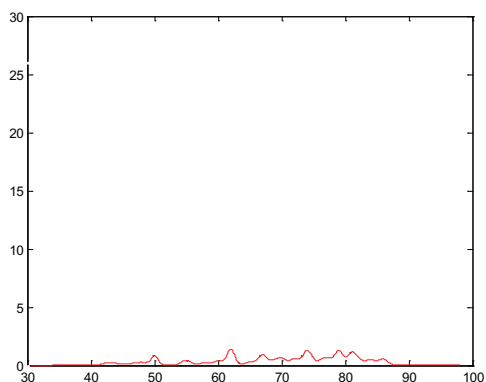
Моделирование композиции «Dominus pascit me» выполнялось с учетом семи первых обертонов каждого звука. Результаты моделирования представлены на рисунке. Нижепредставленный рисунок демонстрируют распределения внимания вдоль оси ξ в последовательные моменты времени (с одинаковым интервалом).



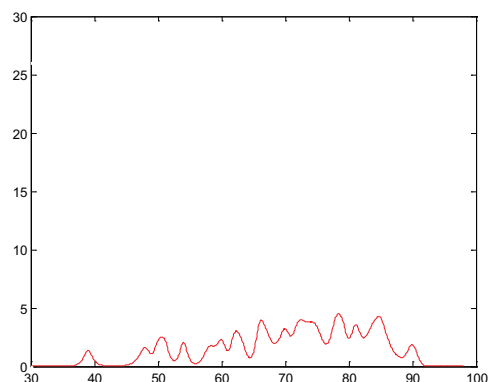
а)



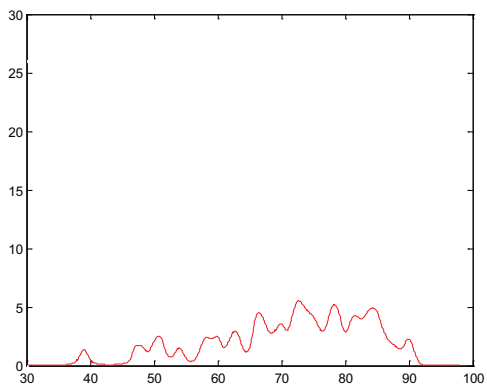
б)



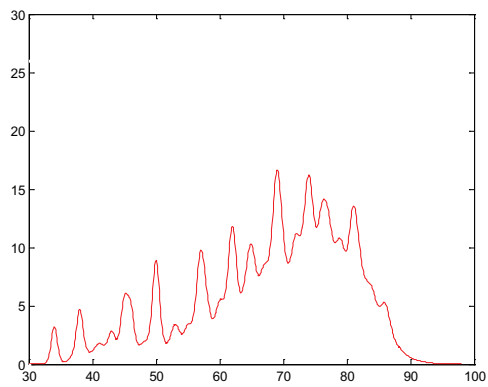
в)



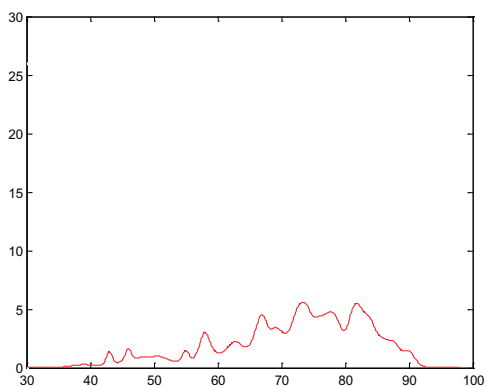
г)



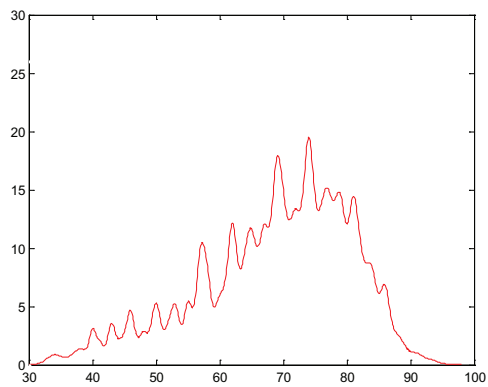
д)



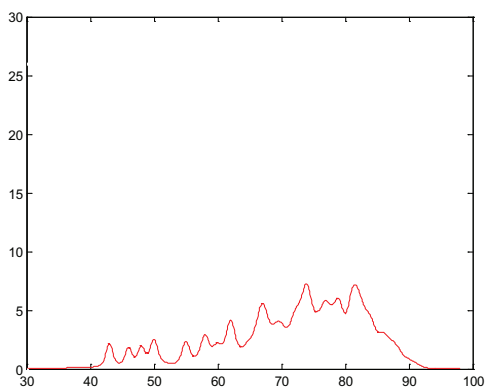
и)



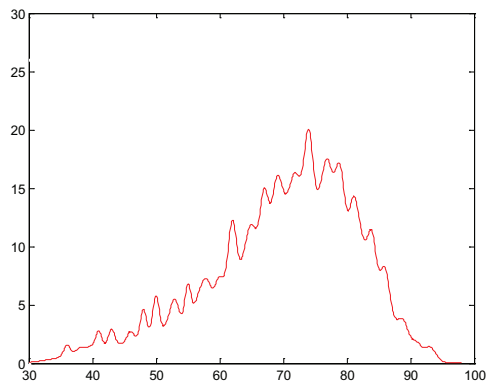
е)



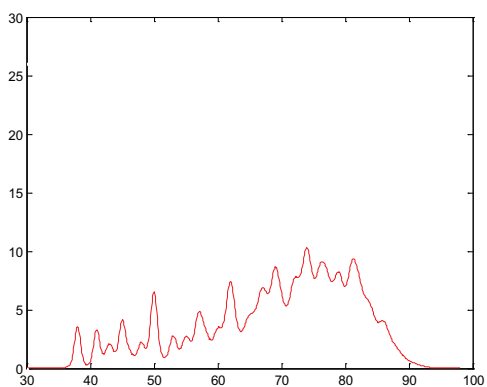
κ)



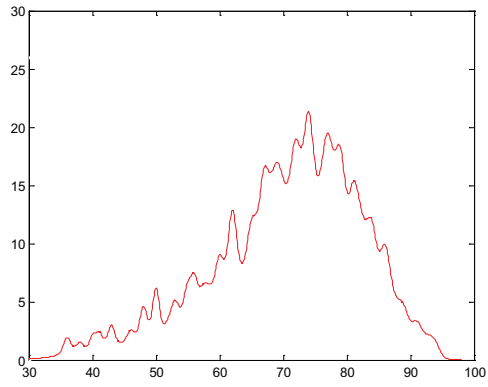
ж)



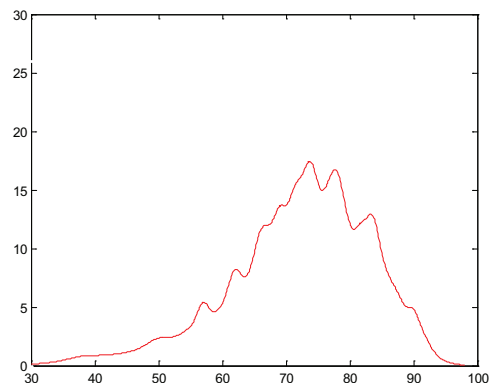
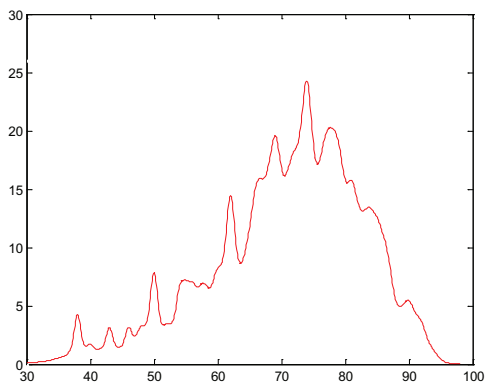
л)



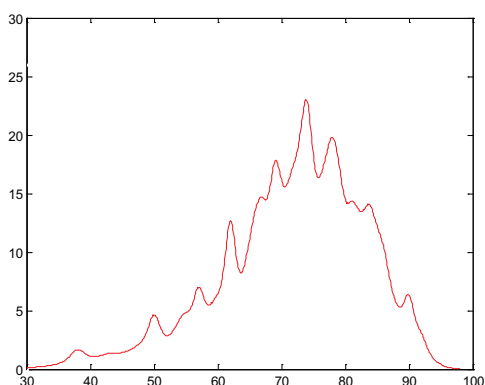
з)



м)



н)



п)

о)

Характерные всплески внимания, достойные обсуждения, возникают на рис.1,жс. Здесь начинает звучать двухголосный канон, в состав которого входят ноты тонического трезвучия. В этот момент в области больших значений ξ возникают три основных всплеска $\xi = 67$, $\xi = 74$, $\xi = 82$, которые в свою очередь тоже являются нотами тонического трезвучия. Но, несмотря на звучание тоники, самым высоким является всплеск $\xi = 74$ («си» третьей октавы, в данном произведении - доминанта). В дальнейшем, в области больших значений ξ постепенно нарастает высокая платформа повышенной возбудимости, вызванная звучанием диссонирующих аккордов, и существующие на ней пики начинают устойчиво доминировать над всплесками в области меньших ξ . Среди таких пиков можно выделить несколько основных, представляющих особый интерес. Это значения $\xi = 69$, $\xi = 74$, $\xi = 78$, $\xi = 81$, являющиеся нотами доминантового трезвучия. Из них опять же ярко выражен пик внимания $\xi = 74$, который доминирует до конца звучания предложенной музыки.

Очевидно, что результаты моделирования данного отрывка произведения соответствуют представлению о психологическом воздействии доминанты на слушателя.

Список литературы

1. Гласко А.В. Модель динамики внимания в процессе восприятия. // Журн. высш. нервн. деят. им. И.П. Павлова, 2008, т. 58, № 6: 738-754.
2. Гласко А.В. О восприятии музыкальной мелодии // Обозр. прикл. и промышл. матем. 2008. 15 (2): 278-279.
3. Гласко А.В. Возможный механизм восприятия музыки // Тезисы докладов Российской Школы-конференции «Математика, информатика, их приложения и роль в образовании». Москва, РУДН, 2009. С. 173-175.
4. Пустыльник И.Я. Практическое руководство к написанию канона // Музыка, Ленинградское отд-е, 1975. 80 с.
5. Способин И.В. Элементарная теория музыки // Москва, Кифара, 1996. 208 с.