электронный журнал
МОЛОДЕЖНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК
Издатель ФГБОУ ВПО "МГТУ им. Н.Э. Баумана". Эл No. ФС77-51038.

УДК 51-77

Прогнозирование условной волатильности фондовых индексов при помощи нейронных сетей

А.М. Цалкович

Студент, кафедра «Высшая математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана, г. Москва, Россия

Научный руководитель: Храпов П.В., канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры «Высшая математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана, г. Москва, Россия

МГТУ им. Н.Э. Баумана
tsalkovich@hotmail.com

Введение

На протяжении последних трёх десятилетий моделирование и предсказание волатильности было в фокусе внимания исследователей. Условная волатильность финансовых временных рядов является важным понятием для таких областей как оценка стоимости деривативов, риск менеджмент и оптимизация портфеля ценных бумаг. Наиболее распространенные и признанные ARCH и GARCH модели были разработаны Инглом (Engle, 1982) и Боллерслевом (Bollerslev, 1986) и являются и по сей день наиболее часто используемыми на практике моделями условной волатильности. Обычно временные финансовые ряды демонстрируют кластеризацию, что означает, что периоды высокой и низкой волатильности обладают инертностью во времени. Семейство GARCH моделей позволяет улавливать данную особенность. Помимо этого ряд моделей данного семейство отражает и другие достаточно характерные для финансовых данных эффекты - асимметрию, “тяжелые хвосты” и пр.

В своей статье Хансен и Лунде (Hansen and Lunde, 2005) проводят сравнительный анализ 330 моделей GARCH-семейства в терминах их предсказательной силы в отношении однодневных прогнозов условной волатильности. Авторы продемонстрировали, что при рассмотрении обменных курсов ни одна модель не превзошла в терминах статистической значимости предсказательной силы базовую GARCH(1,1) модель. Но при рассмотрении временного ряда, отражающего ценовые изменения акции IBM, ситуация иная - GARCH(1,1) однозначно хуже ряда рассмотренных моделей. Наиболее перспективной авторы считают A-GARCH модель, предложенную Дингом и др. (Ding et al., 1993), и которая является обобщением другой популярной модели GJR-GARCH (Glosten, Jagannathan и Runkle, 1993). Обе эти модели учитывают асимметрию в реакции волатильности на положительные и отрицательные шоки доходности.

Использование нейронных сетей в приложении к исследованию временных рядов было и остается достаточно популярной темой среди исследователей. Главным преимуществом нейронных сетей является их способность аппроксимировать практически любые нелинейные зависимости, применяя одну и ту же методологию. Дональдсон и Камстра (Donaldson and Kamstra, 1997) рассмотрели в качестве объекта исследования фондовые индексы основных мировых бирж и предложили новую модель для описания условной волатильности, которая является обобщением достаточно популярной GJR GARCH модели. Авторы добавили нейросетевые члены в уравнение для условной волатильности, которые должны отразить нелинейное поведение волатильности. Согласно полученным ими результатам данный подход позволяет более адекватно прогнозировать условную волатильность вне обучающей выборки.

В настоящей работе мы в целом следуем подходу, предложенному Дональдсаном и Камстрой, использую двухслойную нейросеть в качестве дополнительных нелинейных членов в уравнении для условной волатильности с целью прогнозирования волатильности на один день вперед. Основным исследовательскими целями является сравнение предсказательной силы нейросетевой GARCH модели (ANN GARCH) с другими популярными GARCH моделями - GARCH(p,q), EGARCH(p,q) и GJR GARCH(p,q), а также создание и тестирование нейросетевой модели, не привязанной ни к какой базовой эконометрической модели. Все рассмотренные модели, а именно четыре GARCH модели, среди которых одна нейросетевая, а также одна “чистая” нейросетевая модель, сравниваются в терминах предсказательной силы на данных, описывающих поведение фондовых индексов с четырех крупнейших бирж.

Использованные данные

Среди всех классов активов наиболее сложное и волатильное поведение демонстрируют обменные курсы, цены акций и фондовых индексов. В дополнение к кластеризации во времени и асимметрии наблюдается ряд нелинейных эффектов, которые не могут быть описаны стандартными GARCH моделями. В своей статье Хансен и Лунде (Hansen and Lunge, 2005) отмечают, что в случае обменных курсов добавление дополнительных членов в уравнение для условной плотности не может сколько-нибудь существенно улучшить предсказательную силу GARCH(1,1) моделей. Но при рассмотрении фондовых индексов ситуация совершенно иная - GARCH(1,1) оказывается хуже большинства рассмотренных авторами моделей.

В настоящей работе рассмотрены четыре фондовых индекса с крупнейших мировых бирж, выбранных на основании общей капитализации размещенных на них компаний [1]. По состоянию на январь 2013 г. крупнейшими в мире являются: NYSE Euronext, NASDAQ OMX Group, London Stock Exchange, Tokyo Stock Exchange, Hong Kong Stock Exchange. Они представляют фондовые рынки США, континентальной Европы, Великобританию, Японию и Китай (Гонконг). Наше исследование включает дневные данные по следующим индексами SP 500, FTSE 100, NIKKEI 225, Hang Seng и охватывают временной интервал с января 2002 года по январь 2013 года[2].

В таблице 1 приведены основные статистики, описывающие исследуемые данные (дневные доходности фондовых индексов). Наиболее примечательным фактом является то, что выборочные медиана и математическое ожидание всех индексов примерно равны нулю, выборочные коэффициенты асимметрии отрициательные, а выборочнные коэффициенты эксцесса выше 9 для всех индексов, что согласуется с широко распространенными предположениями о скошенности распределения доходностей и “тяжелых хвостах”.

Прежде чем рассматривать модели условной волатильности, важно выбрать наиболее подходящую модель условного среднего. Нами было протестировано множество ARMA(n,m) моделей с параметрами n и m, $n, m \in 1, \dots 4$.

Таблица 1

Основные выборочные статистики доходностей фондовых индексов

Параметры	SP500	FTSE100	NIKKEI 225	Hang Seng
Кол-во	3064	2721	2820	2706

[1] http://www.world-exchanges.org/statistics/monthly-reports
[2] Данные по FTSE100 приведены с июля 2002 г. по январь 2013 г.

наблюдений				
Максимум	0.11	0.094	0.13	0.12
Минимум	-0.095	-0.091	-0.17	-0.091
Среднее	7.89e-05	1.72e-04	6.44e-06	2.85e-04
Медиана	0.00e-15	0.00e-15	0.00e-15	4.10e-04
Стандартное отклонение	0.013	0.012	0.015	0.016
Коэффициент асимметрии	-0.19	-0.13	-0.833	-0.054
Коэффициент эксцесса	12.9	9.69	16.31	9.27

Для каждой пары параметров n и m была произведена оценка параметров модели и получено значение функции максимального правдоподобия. Далее оптимальная модель выбиралась на основе информационного критерия Акайке (AIC). Для всех рассмотренных наборов данных следующая регрессионная модель была выбрана, как обладающая наименьшим значением критерия $r_t = \alpha_0 + \alpha_1 r_{t-1} + \varepsilon_t$.

Помимо дневных данных мы также рассмотрели пятиминутные внутридневные значения для доходностей индексов $r_{t,i} = \log p_{t-(i-1)/n} - \log p_{\ t-i/n}$, где n - количество внутридневных наблюдений. Реализовавшаяся волатильность (realized volatility) будет несмещённой оценкой реальной условной волатильности при выполнении следующих условий $E\left[r_{t,i}\middle|\, I_{t-1}\right] \approx 0$ и $cov\left(r_{i,t},\ r_{j,t} \,\middle|\, I_{t-1}\right) = 0$ и $i \neq j$. Тогда справедливо следующее

$$\sigma_t = var[r_t|\, I_{t-1}] = var\left[\sum_{i=1}^{m} r_{i,t} \mid I_{t-1}\right] = \sum_{i=1}^{m} var[r_{i,t} \mid I_{t-1}] \approx$$

$$\approx \sum_{i=1}^{m} E\left[\, r_{i,t}^2 \mid I_{t-1}\right] = E[RV_t^n \mid I_{t-1}],$$

где RV_t^n - реализовавшаяся волатильность. Андерсен и Боллерслев (Andersen and Bollerslev, 1998) в своей статье показали, что такой подход дает более точные оценки условной волатильности, чем, к примеру, квадраты дневной доходности. В настоящей работе реализовавшаяся волатильность используется как аппроксимация условной волатильности для определения предсказательной силы различных моделей.

Модели условной волатильности

Рассмотрим значение фондового индекса p_t , $t \in [1, \ldots, T]$, тогда доходность определяется как $r_t = \log p_t - \log p_{t-1}$. Базовую динамическую модель для доходностей можно сформулировать как $r_t = E[r_t \mid I_{t-1}] + \varepsilon_t$, где I_{t-1} - это σ - алгебра, порожденная доступной на момент $t-1$ информацией.

Условная плотность $f(r_t \mid I_{t-1}) = f(r_t \mid \mu_{t,} \sigma_t, \eta_t)$, где $\mu_{t,} = E[r_t \mid I_{t-1}]$ - условное среднее, $\sigma_t^2 = var[r_t \mid I_{t-1}]$ - условная дисперсия, η_t - вектор параметров, задающих форму условной плотности распределения. Большинство моделей GARCH-семейства подразумевают, что η_t не зависит от времени t и вся условная плотность $f(\cdot)$ совпадает с плотностью распределений Гаусса или Стьюдента.

Основное предположение GARCH моделей состоит в том, что условные остатки $\varepsilon_t = r_t - E_{t-1}[r_t]$ могут быть представлены в виде $z\sigma_t$, где z имеет известное распределение (обычно стандартное нормальное), не зависящее от времени. Данные случайные величины независимые и случайно распределенные. Если предположение справедливо, то для того, чтобы отразить зависящие от времени гетероскедастические эффекты, необходимо задать динамику волатильности.

Наиболее часто используемыми на практике моделями является GARCH(1,1), а также ее обобщение GARCH(p,q).

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{p} \beta_i \sigma_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q} \alpha_j \varepsilon_{t-j}^2.$$

Данная модель позволяет отразить кластеризацию волатильности во времени и частично объяснить эффект “тяжелых хвостов”. Что модель не может объяснить - это несимметричность отклика на шоки разных знаков. Поэтому рядом исследователей были предложены альтернативные модели, позволяющие учитывать и эти эффекты. Среди наиболее успешных EGRACH (Nelson, 1991) и GJR GARCH (Glosten, Jagannathan and Runkle, 1993)

$$\log(\sigma_t^2) = \omega + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \left[\frac{|\,\varepsilon_{t-i}|}{\sigma_{t-i}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right] + \sum_{i=1}^{q} \xi_i \left(\frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right) + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \sigma_{t-j}^2,$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{p} \beta_i \sigma_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q} \alpha_j \varepsilon_{t-j}^2 + \sum_{j=1}^{q} \xi_j I[\varepsilon_{t-j} < 0] \varepsilon_{t-j}^2.$$

Хансен и Лунде (Hansen and Lunde, 2005) сравнили несколько десятков GARCH моделей и пришли к выводу, что наиболее успешными являются те, которые учитывают асимметрию отклика волатильности на шоки разных знаков. Мы используем данный факт, как отправную точку, и построим модель, которая помимо указанных стилизованных фактов учитывает также и другие неучтенные эффекты при помощи нейронный сетей.

Искусственные нейронные сети возникли как самостоятельная дисциплина несколько десятилетий назад и достаточно быстро завоевали популярность как среди исследователей, так и среди практиков. Из множества возможных приложений нейросетей в последние годы наиболее интенсивно развиваются направления, связанные с финансовыми приложениями. Простейшей и базовой моделью является персептрон, который может рассматриваться как бинарный классификатор. Обычно его представляют в виде ступенчатой или сигмоидальной функции. Среди наиболее распространенных моделей

$$f(\vec{x}) = \frac{1}{1+\exp(\alpha_0 + \vec{\alpha}\vec{x}\,)} \quad \text{и} \quad f(\vec{x}) = \tanh(\alpha_0 + \vec{\alpha}\vec{x}).$$

Подобные функции способны классифицировать объекты по входным векторам параметров $\vec{x}$. Для решения более сложных задач персептроны объединяют в многослойный персептрон, который состоит из нескольких слоев персептронов и связей между ними. В данной модели выходные значения персептронов первого уровня используются как входные данные для персептронов второго уровня и т.д. Для оценки весовых значений связей выборку разделяют на две части - на первой оценивают значения весов, а на второй производят валидацию полученных результатов и оптимизацию структуры сети. Данный подход позволяет аппроксимировать практически любые нелинейные функциональные зависимости. В настоящей работе данное свойство нейросетей использовано для того, чтобы отразить неучтенные в стандартных GARCH моделях нелинейные эффекты условной волатильности. Дональдсон и Камстра предложили следующую модель, которая является обобщенеим GJR GARCH

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{p} \beta_i \sigma_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q} \alpha_j \varepsilon_{t-j}^2 + \sum_{j=1}^{q} \xi_j I[\varepsilon_{t-j} < 0]\varepsilon_{t-j}^2 +$$

$$+ \sum_{k=1}^{n} \mu_k \varphi_k(\varepsilon_{t-1}, \ldots, \varepsilon_{t-r}, \lambda_k).$$

$$\varphi_k(\varepsilon_{t-1}, \ldots, \varepsilon_{t-r}, \lambda_k) = \frac{1}{1+\exp\left(\lambda_{0k} + \sum_{i=1}^{r}(\sum_{j=1}^{m} \lambda_{kij} e_{t-i}^{j})\right)},$$

где $e_{t-i} = \frac{\varepsilon_{t-i} - E[\varepsilon]}{\sqrt{E[e^2]}}$ - стандартизованные доходности, r - число лагов, m - максимальная степень лагов. $\frac{1}{2}\lambda_{kij} \sim U[-1;1]$ - часть параметров в модели выбрана случайным образом, что позволяет значительно снизить вычислительную нагрузку. Следуя подходу Дональдсона и Камстры, мы генерируем несколько выборок параметров λ_{kij} и для каждой из них решаем оптимизационную задачу в отдельности. Затем выбирается тот набор параметров, который доставляет минимум критерию Акайке.

В дополнение к упомянутой выше нейросетевой GARCH модели (ANN GARCH) мы также рассматриваем “чистую” нейросеть, не привязанную ни к какой эконометрической модели. В качестве такой модели использовалась рекуррентная сеть, в которой в качестве экзогенных параметров рассматриваются лаги доходностей, а сами рекуррентные связи строятся для временных рядов реализовавшейся волатильности. В общей виде модель можно записать как

$$y_t = f(y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-n_y}, u_{t-1}, u_{t-2}, \dots, u_{t-n_u}),$$

где значения зависимой переменной y_t определяются как функция от лагов этой переменной, а также от лагов экзогенного временного ряда. Наибольший интерес для нас представляет предсказание реализовавшейся волатильности, которая является несмещенной оценкой для условной волатильности при выполнении вышеупомянутых условий. В качестве экзогенного временного ряда мы рассматриваем лаги доходностей r_t

$$RV_t = f(RV_{t-1}, RV_{t-2}, \dots, RV_{t-n_y}, r_{t-1}, r_{t-2}, \dots, r_{t-n_u}).$$

Оценка коэффициентов моделей

Основной целью настоящей работы является сравнение предсказательной силы вне тестовой выборки моделей GARCH-семейства и “чистой” нейросетевой модели на примере четырех фондовых индексов. Временные ряды, соответствующие данным фондовым индексам, разделены на две части. Первая охватывает временной интервал между январем 2002 г. и январем 2009 и используется для оценки параметров и валидации моделей, а вторая - с января 2009 г. по январь 2013 г. - для сравнения предсказательной силы моделей. В нашей работе рассматривается четыре модели GARCH-семейства: GARCH(p,q), EGARCH(p,q), GJR-GARCH(p,q) и ANN-GARCH(p,q,n,r,m), каждая из которых требует не только оценки коэффициентов, но определения оптимальной структуры. Мы производим оценку коэффициентов моделей для каждого набора параметров p, q, n, r, m из $[1, \dots ,5]$ и затем выбираем те значения параметров, при которых достигается наименьшее значение критерия Акайке. К примеру, для базовой модели GARCH(p,q) производится оценка для 25 возможных вариантов ($p\,q = 25$) наборов параметров. Для ANN GARCH модели, как уже упоминалось ранее, коэффициенты λ_{kij} генерируются случайным образом (выборка из 10 наборов) до того, как производится оценка остальных параметров. Для каждого такого набора λ_{kij} оптимальная конфигурация модели для n, r и m определяется на сетке из пяти значений для каждого параметра. При этом p and q фиксируются те же, что и в случае GJR GARCH модели. В таблице 2 приведены сводные данные о структуре моделей для различных рынков. Примечательным является тот факт, что практически во всех случаях наиболее простая модель $\cdot (1,1)$ показывает лучшие результаты. Стоит заметить, что для ANN GARCH существенным является конкретная реализация выборки λ_{kij}.

Таблица 2

Спецификация моделей для SP 500, FTSE 100, NIKKEI 225 и Hang Seng в соответствии с критерием Акайке

Модель	SP 500	FTSE 100	NIKKEI 225	Hang Seng
GARCH(p,q)	(1,1)	(1,1)	(2,1)	(1,1)
EGARCH(p,q)	(1,1)	(1,1)	(1,1)	(1,1)
GJR-GARCH(p,q)	(1,1)	(1,1)	(1,1)	(1,1)
ANN-GARCH(p,q,n,r,m)	(1,1,1,3,1)	(1,1,2,3,2)	(1,1,1,3,1)	(1,1,4,3,1)

Для оценки параметров “чистой” нейросетевой модели мы рассматриваем двухслойную нейросеть с десятью нейронами на первом уровне и пятью в скрытом слое. Данные значения были получены эмпирически в ходе оптимизации структуры сети. Также важным этапом является определение максимального числа лагов, используемых в качестве вектора входных параметров. Лучшие результаты были достигнуты при рассмотрении одного лага доходностей r_t и трех лагов реализовавшейся волатильности RV_t. Один лаг доходностей позволяет сети реагировать асимметрично на шоки разных знаков. В качестве оптимизационного алгоритма нами был использован алгоритм Левенберга — Марквардта. Размер обучающей выборки для нейросетевой и GARCH моделей совпадает.

Прогнозирование волатильности вне тестовой выборки

Как отмечают многие авторы, и в том числе Пейган и Шверт (Pagan and Schwert, 1990), наилучшим тестом предсказательной силы моделей является сравнение их производительности вне тестовой выборки. Для этого обычно задействуют критерии, призванные оценить усредненную ошибку прогнозирования волатильности. Так как результаты такого сравнения очень сильно зависят от самого критерия, мы рассматриваем сразу четыре наиболее популярные среди исследователей критерия

$$MSE_1 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\sigma_t^2 - h_t^2)^2, \qquad MAE_1 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|\sigma_t^2 - h_t^2|,$$

$$MSE_2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\sigma_t - h_t)^2, \qquad MAE_2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|\sigma_t - h_t|,$$

где σ_t - условная волитальность, h_t - предсказанная волатильность. Так как истинная волатильность не наблюдаема, то мы используем несмещенную оценку RV_t, вычисленную на основе внутридневных пятиминутных данных. Сравнение осуществляется на выборке, охватывающей временной интервал с января 2009 г. по январь 2013 г. Нейросетевая модель волатильности ANN(3,1,10,5) использует в качестве входных данных три лага реализовавшейся волатильности, один лаг доходности, а также десять нейронов первого уровня и пять нейронов второго. Таблица 3 содержит данные о значениях критериев для всех пяти моделей и четырех фондовых индексов.

Данные по SP 500 не позволяют однозначно судить о том, какая модель предпочтительнее. Для четырех из пяти моделей результаты очень близки, и только базовая GARCH(1,1) однозначно доминируема всеми остальными. В отношении британского FTSE 100 выводы аналогичные. Волатильность фондового индекса NIKKEI 225 лучше всего предсказывается при помощи нейросетевой модели. Значения всех критериев значительно ниже, чем у конкурирующих моделей. Однако, в случае с Hang Seng ситуация обратная - нейросетевая модель показывает худшие результаты среди всех рассмотренных моделей. Возможно, это объясняется особенностями распределения Гонконгского индекса - стандартизованные доходности распределены с меньшими значениями коэффициента эксцесса нежели доходности на других торговых площадках.

Еще одним интересным фактов является то, что ANN GARCH модель, предложенная Дональдсоном и Камстрой, не демонстрирует никаких преимуществ перед EGARCH и GJR GARCH моделями. Результаты базовой GJR GARCH практически совпадают со значениями, предсказанными ANN GARCH. Дональдсон и Камстра в своей статье не приводят значения подобных критериев, а лишь сравнивают модели по тесту Чонга-Хендри (Chong-Hendry test) и приходят к выводу, что ANN GARCH модель способна предсказывать эффекты, не описываемые базовой GJR GARCH моделью. Возможными объяснениями подобных отличий могут являться различные данные, случайный характер нейросетевых коэффициентов ANN GARCH модели, различные оптимизационные методы и пр. Полученные результаты позволяют говорить о том, что GARCH(1,1), уступает большинству других моделей, которые, в частности, способны улавливать асимметрию в отклике на шоки разных знаков. Нейросетевая модель показывает неплохие результаты для всех индексов, за исключением Hang Seng, что свидетельствует о потенциальной возможности более адекватно отражать “тяжелые хвосты” распределений. В особенности это заметно на примере NIKKEI 225, где значения коэффициента эксцесса наибольшие.

Таблица 3

Значения критериев, оценивающих предсказательную силу, для различных фондовых индексов

Модель	MSE1	MAE1	MSE2	MAE2
	SP 500			
GARCH(1,1)	2.96e-08	9.63e-05	3.00e-05	0.0039
EGARCH(1,1)	2.61e-08	8.59e-05	2.59e-05	0.0036
GJR GARCH(1,1)	2.64e-08	8.98e-05	2.70e-05	0.0037
ANN GARCH(1,1,1,3,1)	2.59e-08	8.98e-05	2.70e-05	0.0037
ANN(3,1,10,5)	2.68e-08	8.55e-05	2.72e-05	0.0035
	FTSE 100			
GARCH(1,1)	1.67e-08	7.18e-05	2.13e-05	0.0032
EGARCH(1,1)	1.46e-08	6.66e-05	1.89e-05	0.0030
GJR GARCH(1,1)	1.49e-08	6.81e-05	1.97e-05	0.0031
ANN GARCH(1,1,2,3,2)	1.49e-08	6.80e-05	1.97e-05	0.0031
ANN(3,1,10,5)	1.33e-08	6.56e-05	1.96e-05	0.0031
	NIKKEI 225			
GARCH(2,1)	1.69e-07	1.44e-04	5.74e-05	0.0055
EGARCH(1,1)	1.55e-07	1.29e-04	5.01e-05	0.0051
GJR GARCH(1,1)	1.88e-07	1.42e-04	5.80e-05	0.0053
ANN GARCH(1,1,1,3,1)	1.95e-07	1.44e-04	5.91e-05	0.0053
ANN(3,1,10,5)	1.17e-07	1.08e-04	4.38e-05	0.0048
	Hang Seng			
GARCH(1,1)	1.24e-07	1.47e-04	3.99e-05	0.0044
EGARCH(1,1)	1.18e-07	1.46e-04	3.83e-05	0.0044
GJR GARCH	1.17e-07	1.39e-04	3.63e-05	0.0042
ANN GARCH(1,1,4,3,1)	1.17e-07	1.39e-04	3.63e-05	0.0041
ANN(3,1,10,5)	1.55e-07	1.70e-04	4.96e-05	0.0051

Заключение

Фондовые индексы демонстрируют сложную динамику, сопряженную с кластеризацией во времени, асимметрией, высокими значениями коэффициента эксцесса и пр. Распределение стандартизованных остатков достаточно сильно отличается от стандартного нормального, и в первую очередь это связано с “тяжелыми хвостами” распределений. Базовая GARCH(1,1) модель не способна объяснить большую часть данных эффектов и значительно уступает EGARCH, GJR GARCH, ANN GARCH и “чистой” нейросетевой модели в смысле предсказательной силы. Полученные результаты свидетельствуют о том, что модель Дональдсона и Камстры ANN GARCH, являющаяся развитием GJR GARCH модели, не демонстрирует результатов, значительно отличающихся от результатов базовой модели. Нейросетевая модель удачно себя зарекомендовала на рынках, где доходности распределены с высокими значениями коэффициента эксцесса. К наибольшим недостаткам использования такого подхода можно отнести трудности интерпретации коэффициентов модели, общий характер “черного ящика”, а также необходимость дополнительных действий, чтобы исключить возможность получения отрицательных значений волатильности.

На основании полученных результатов можно говорить о сходствах и различиях распределений фондовых индексов. Рынки США и Великобритании имеют очень похожие распределения доходностей индексов, что свидетельствует о тесной интеграции данных площадок. Распределение индекса NIKKEI 225 имеет наибольшее среди остальных индексов значение коэффициента эксцесса. Условная волатильность для него лучше всего моделируется при помощи нейросетевой модели. Hang Seng заметно отличается от остальных индексов тем, что его распределение имеет значительно меньшие значения коэффициента эксцесса.

В заключение, имеет смысл сказать, что все модели условной волатильности, использующие лишь лаги доходностей в качестве своих информационных множеств, не способны предсказывать большие выбросы волатильности, т.к. их природа связана с рядом других экзогенных факторов. Среди них могут быть лаги объемов торгов, индикаторы кредитного рынка, цены сырьевых товаров, обменные курсы и многое другое.

Список литературы

1. Donaldson, R.G. and M. Kamstra (1997). “An Artificial Neural Network GARCH Model for International Stock Return Volatility”. Journal of Empirical Finance, 4, 17-46.
2. Glosten, L.R., R. Jagannathan and D.E. Runkle (1993). “On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks”. Journal of Finance, 28(5), 1779-1801.
3. Hansen, P.R. and A. Lunde (2005). “A Forecast Comparison Of Volatility Models: Does Anything beat the GARCH(1,1)?” Journal of Applied Econometrics, 20, 873–889.
4. Poon, S.H. and C.W.J. Granger (2003). “Forecasting Volatility in Financial Markets: A Review”. Journal of Economic Literature, 26, 478–539.
5. Wilhelmsson, A. (2006). “GARCH Forecasting Perfomance under Different Distribution Assumptions”. Journal of Forecasting, 25, 561-578.