

УДК 521.3

**Апостериорная оценка одно и двухимпульсных маневров, выполненных
двигателями большой и малой тяги**

М.О. Каратунов

Студент, кафедра «Динамика и управление полётом ракет и космических аппаратов»

МГТУ им. Н.Э. Баумана, г. Москва, Россия

*Научный руководитель: Баранов А.А., к. ф.-м.н., доцент кафедры «Динамика и управление
полётом ракет и космических аппаратов» МГТУ им. Н.Э. Баумана, г. Москва, Россия*

МГТУ им. Н.Э. Баумана

maksim_karatunov@mail.ru

Введение

На сегодняшний день популяция околоземных космических объектов техногенного происхождения оценивается десятками тысяч, в этой связи становится актуальной задача обеспечения безопасности жизнедеятельности КА. Решение данной задачи в первую очередь требует наличия полного и постоянно обновляемого каталога космических объектов. В процессе составления такого каталога возникает проблема идентификации космических объектов по измерениям, полученным при помощи различных средств наблюдения (оптика, радиолокация). Эта проблема усугубляется тем, что помимо пассивных космических объектов существует множество активных КА, которые регулярно маневрируют. Таким образом, возникает задача оценки, а затем и прогноза маневров, исполняемых активными космическими объектами.

Постановка задачи, общий метод решения

Постановка задачи: пусть нам известны два вектора состояния КА для двух моментов времени. В предположении, что в интервале между этими моментами времени <http://sntbul.bmstu.ru/doc/563673.html>

имели место один или два маневра, требуется оценить величину импульсов скорости, а также время включения и выключения двигательной установки. Рассматриваемые орбиты являются околокруговыми. При определении параметров маневров используются линеаризованные уравнения движения.

Получение вектора состояния КА по измерениям в данной работе не рассматриваются. Для определения параметров движения КА может быть использован алгоритм описанный в [1].

Оценка маневров близких к импульсным не представляет большой сложности. Для оценки маневров, исполняемых двигателями малой тяги, в настоящее время используются громоздкие численные методы [2], [3], [4]. В данной работе предлагается оценку маневров большой продолжительности проводить с помощью аналитических и численно-аналитических методов, что позволит значительно ускорить процесс решения поставленной задачи, тем самым делая возможным использование данной методики в технологическом цикле составления и поддержания каталога околоземных космических объектов.

В случае маневра, исполняемого ДУ малой тяги, предложенная методика помимо параметров маневра, позволяет оценить величину ускорения, создаваемого двигательной установкой.

Разделим поставленную задачу на следующие подзадачи:

- 1) Определение параметров маневра, вызвавшего изменение компланарных элементов орбиты;
- 2) Определение параметров маневра, вызвавшего изменение некомпланарных элементов орбиты;
- 3) Определение параметров маневра, вызвавшего изменение как компланарных, так и некомпланарных элементов орбиты;

Совместное решение компланарной и некомпланарной задачи в случае маневров близких к импульсным.

Наиболее простым является вариант маневра, выполненного за одно включение ДУ. Решение заключается в поиске точки пересечения начальной и конечной орбит с последующим вычислением разности векторов скоростей в этой точке.

Для маневров, выполненных за два включения, необходимо многократно решать систему линейных уравнений (1) [5] путём перебора точек включения ДУ φ_1 и φ_2 . Из всех решений необходимо выбрать то, которое обеспечивает минимальные энергетические затраты, т.е. минимум суммарной характеристической скорости.

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^2 \left(\frac{\Delta V_{ri}}{V_0} \sin(\varphi_f - \varphi_i) + 2 \frac{\Delta V_{ti}}{V_0} (1 - \cos(\varphi_f - \varphi_i)) \right) = \frac{\Delta r}{r_0}, \\
& \sum_{i=1}^2 \left(\frac{\Delta V_{ri}}{V_0} \cos(\varphi_f - \varphi_i) + 2 \frac{\Delta V_{ti}}{V_0} \sin(\varphi_f - \varphi_i) \right) = \frac{\Delta V_r}{V_0}, \\
& \sum_{i=1}^2 \left(-\frac{\Delta V_{ri}}{V_0} \sin(\varphi_f - \varphi_i) - \frac{\Delta V_{ti}}{V_0} (1 - 2 \cos(\varphi_f - \varphi_i)) \right) = \frac{\Delta V_t}{V_0}, \\
& \sum_{i=1}^2 \left(-2 \frac{\Delta V_{ri}}{V_0} (1 - \cos(\varphi_f - \varphi_i)) - \frac{\Delta V_{ti}}{V_0} (3(\varphi_f - \varphi_i) - 4 \sin(\varphi_f - \varphi_i)) \right) = \Delta u, \\
& \sum_{i=1}^2 \frac{\Delta V_{zi}}{V_0} \sin(\varphi_f - \varphi_i) = \frac{z}{r_0}, \\
& \sum_{i=1}^2 \frac{\Delta V_{zi}}{V_0} \cos(\varphi_f - \varphi_i) = \frac{V_z}{V_0}
\end{aligned} \tag{1}$$

Решение компланарной задачи в случае маневров большой продолжительности, выполненных за одно включение ДУ.

Стоит отметить, что у реальных КА ориентация двигателя во время проведения маневра, часто фиксируется в орбитальной или инерциальной системах координат. Если сравнить данные варианты ориентации вектора тяги, то можно сделать следующие выводы:

А) изменение Δa будет больше при орбитальной фиксации вектора тяги;

Б) изменение Δe будет больше при инерциальной фиксации вектора тяги;

Так как мы рассматриваем КА находящиеся на околокруговых орбитах, основной целью маневрирования которых является изменение большой полуоси и сохранение значения эксцентриситета близкому к нулю, сделаем предположение, что маневр совершался при фиксированной ориентации ДУ в орбитальной системе координат.

Изменение эксцентриситета орбиты в результате работы ДУ на угловом интервале $\Delta\varphi$ можно найти, используя формулу [6]:

$$\Delta e = 4 \frac{w}{w_c} \sin \frac{\Delta\varphi}{2}. \tag{2}$$

где w_c - центростремительное ускорение опорной круговой орбиты ($w_c = \frac{V_0^2}{r_0}$), w –

ускорение, создаваемое ДУ ($w = \frac{P}{m}$).

<http://sntbul.bmstu.ru/doc/563673.html>

Так как изменение большой полуоси орбиты не зависит от момента приложения трансверсального импульса скорости, а зависит от величины этого импульса ($\Delta a = 2\Delta V_t$, здесь Δa , ΔV_t – безразмерные величины), изменение большой полуоси за интервал работы двигателя $\Delta\varphi$ равно:

$$\Delta a = \frac{2w}{w_c} \Delta\varphi \quad (3)$$

Разделим (7.4) на (7.8):

$$\frac{\Delta a}{\Delta e} = \frac{2 \cdot \sin(\Delta\varphi/2)}{\Delta\varphi} \quad \frac{\Delta e}{\Delta a} = \frac{2 \cdot \sin(\Delta\varphi/2)}{\Delta\varphi} \quad (4)$$

Решая трансцендентное уравнение (4) можем найти продолжительность работы ДУ $\Delta\varphi$. Затем, используя (2) или (3), можем найти отношение тяги ДУ КА к его массе $w = \frac{P}{m}$

Характеристическая скорость ΔV_τ : $\Delta V_\tau = \Delta\varphi \cdot \frac{w}{w_c} \cdot V_0$

Для определения положения середины активного участка φ_e воспользуемся геометрической интерпретацией импульса скорости (Рис.1.) [6]. Точка А соответствует начальной орбите, точка Б – конечной. Исходя из геометрических соображений, можно определить φ_e по следующей формуле:

$$\varphi_e = a \tan \left(\frac{\Delta e_y}{\Delta e_x} \right). \quad (5)$$

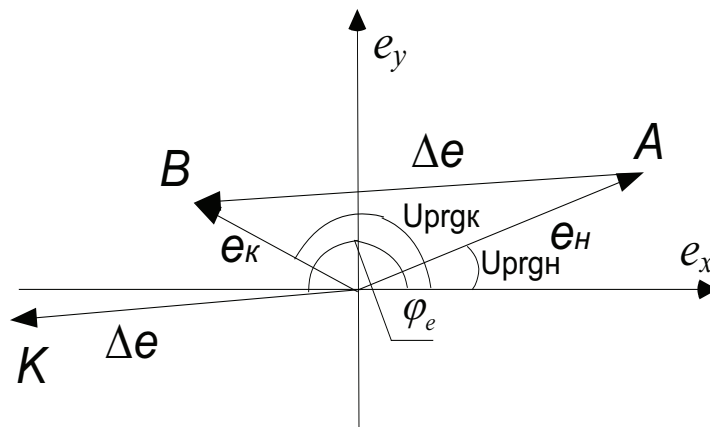


Рис. 1. Геометрическая интерпретация импульса скорости

Решение некомпланарной задачи в случае маневров большой продолжительности, выполненных за одно включение ДУ.

Середина активного участка должна находиться на линии пересечения плоскостей орбит (рис. 2).

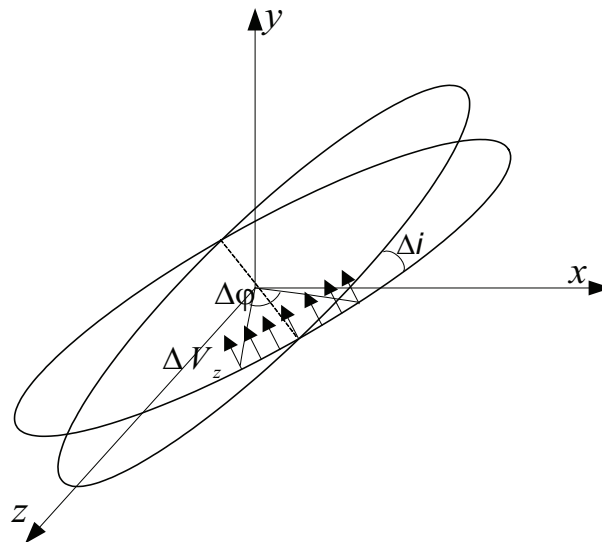


Рис. 2. Изменение ориентации плоскости орбиты

Изменение ориентации плоскости орбиты, при угловой продолжительности активного участка $\Delta\varphi$ определяется формулой:

$$\Delta i = 2 \frac{w}{w_c} \sin\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right). \quad (6)$$

Используя (6) можно найти необходимую угловую продолжительность активного участка

$$\Delta\varphi = 2 \cdot a \sin\left(\frac{\Delta i}{2} \cdot \frac{w_c}{w}\right) \quad (7)$$

Выбор центра активного участка траектории зависит от того, какой параметр изменился при проведении маневра. Если изменилось наклонение, значит, за центр активного участка принимаем восходящий или нисходящий узел орбиты. Если изменилась долгота восходящего узла, то за центр активного участка принимаем точку с максимальным или минимальным значением координаты Z.

Совместное решение компланарной и некомпланарной задачи в случае маневров большой продолжительности, выполненных за одно включение ДУ.

Рассмотрим случай, когда корректирование компланарных и некомпланарных элементов орбиты происходит одновременно. Для выполнения такого манёвра вектор тяги поворачивают на некоторый угол курса ($\angle \psi$), при этом мы получаем следующее разложение вектора тяги:

$$P_{\tau} = P \cdot \cos(\psi) \text{ (трансверсальная составляющая вектора тяги);}$$

$$P_z = P \cdot \sin(\psi) \text{ (бинормальная составляющая вектора тяги).}$$

Соответственно отношение вектора тяги к массе (w) также будет иметь две составляющие:

$$w_{\tau} = \frac{P_{\tau}}{m}; w_z = \frac{P_z}{m}.$$

Суммарное значение этого отношения будем находить следующим образом:

$$w = \sqrt{w_{\tau}^2 + w_z^2}.$$

Предполагается, что во время проведения маневра ориентация вектора тяги относительно орбитальной СК не изменяется.

Первым шагом в решении будет нахождение продолжительности активного участка $\Delta\varphi$. Это легко сделать при помощи уравнения (4), затем, используя уравнение (3) определяем w_{τ} :

$$w_{\tau} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta a}{\Delta \varphi} \cdot w_c \quad (8)$$

Далее, принимая во внимание то, что на участке $\Delta\varphi$ также изменилось положение плоскости орбиты, мы при помощи уравнения (6) можем найти w_z .

$$w_z = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta i}{\sin\left(\frac{\Delta \varphi}{2}\right)} \cdot w_c \quad (9)$$

Зная w_{τ} и w_z легко определить угол курса ($\angle \psi$) вектора тяги:

$$\psi = a \tan\left(\frac{w_z}{w_{\tau}}\right). \quad (10)$$

Составляющие характеристической скорости находим по формулам (11) и (12):

$$\Delta V_{\tau} = \Delta \varphi \cdot \frac{w_{\tau}}{w_c} \cdot V_0; \quad (11)$$

$$\Delta V_z = \Delta \varphi \cdot \frac{w_z}{w_c} \cdot V_0. \quad (12)$$

Суммарную характеристическую скорость ΔV находим по следующей формуле:

$$\Delta V = \sqrt{\Delta V_{\tau}^2 + \Delta V_z^2}.$$

За центр активного участка примем линию пересечения начальной и конечной орбит. Объяснить такой выбор можно тем, что изменение положения плоскости орбиты требует гораздо больших затрат, чем изменение компланарных элементов, значит более эффективной точкой приложения импульса будет точка оптимальной коррекции бока.

Определение компланарных маневров большой продолжительности, выполненных за два включения ДУ.

Условия перехода на заданную орбиту, когда на витке выполняются два включения ДУ, центры активных участков которых располагаются на линии апсид относительной орбиты, имеют вид:

$$\begin{aligned} 4 \sin \frac{\Delta \varphi_1}{2} - 4 \sin \frac{\Delta \varphi_2}{2} &= \frac{w_c \Delta e}{w}, \\ 2 \Delta \varphi_1 + 2 \Delta \varphi_2 &= \frac{w_c \Delta a}{w}. \end{aligned} \quad (13)$$

Из системы (13) можно найти величины $\Delta \varphi_1$ и $\Delta \varphi_2$:

$$\begin{aligned} \Delta \varphi_1 &= \frac{w_c \Delta a}{4w} + 2 \arcsin \frac{w_c \Delta e}{8w \cos \frac{w_c \Delta a}{8w}}, \\ \Delta \varphi_2 &= \frac{w_c \Delta a}{4w} - 2 \arcsin \frac{w_c \Delta e}{8w \cos \frac{w_c \Delta a}{8w}}. \end{aligned}$$

Если получается отрицательное значение $\Delta \varphi_i$, это означает, что при исполнении данного маневра ориентация вектора тяги должна быть на торможение.

Верификация

Для проверки результатов была использована программа, которая интегрирует уравнения движения КА с учётом работы двигательной установки. В эту программу в

качестве исходных данных задавался начальный вектор состояния КА, а также параметры маневра. В результате получается конечный вектор состояния КА после проведенных маневров. Затем начальный и конечный вектора состояния подавались в качестве исходных данных в разработанный алгоритм, в результате работы которого получались расчетные значения параметров маневра. Эти расчетные значения сравнивались с заданными и на основании этого сравнения делался вывод о величине ошибки разработанного алгоритма. Результаты сравнения представлены в табл.1, табл.2 и табл.3.

Таблица 1

Результаты расчета при одноимпульсном маневре малой продолжительности

	Заданные значения	Результат решения	Ошибка (%)
Тест №1			
ΔV (м/с)	5	4.999	0.02
θ ($^{\circ}$)	110	109.934	0.06
ψ ($^{\circ}$)	5.1	4.977	0.45
Time	3:30:47.1	3:30:52.9	5.8 сек
Тест №2			
ΔV (м/с)	20	20.062	0.31
θ ($^{\circ}$)	85	82.251	3.11
ψ ($^{\circ}$)	-60	-60.037	0.02
Time	4:10:47.1	4:11:11.4	24.3 сек

Таблица 2

Результаты расчета при одноимпульсном маневре большой продолжительности

	Заданные значения	Результат решения	Ошибка (%)
Тест №1			
ΔV (м/с)	50	50.18	0.4

$\Delta\varphi (^{\circ})$	90	92.58	2.6
$\psi(^{\circ})$	45	44.77	0.5
$W(10^{-2} \text{ м/с}^2)$	3.499	3.429	2.0
Тест№2			
$\Delta V (\text{м/с})$	25	24.91	0.4
$\Delta\varphi (^{\circ})$	90	85.87	8.5
$\psi(^{\circ})$	45	45.14	0.3
$W(10^{-2} \text{ м/с}^2)$	3.499	3.761	7.6

Таблица 3

Результаты расчета при одноимпульсном маневре большой продолжительности

	Заданные значения	Результат решения	Ошибка (%)
Тест№3			
$\Delta V (\text{м/с})$	50	50.40	0.8
$\Delta\varphi (^{\circ})$	90	93.09	3.2
$\psi(^{\circ})$	15	14.98	0.1
$W(10^{-2} \text{ м/с}^2)$	3.499	3.423	2.2
Тест№4			
$\Delta V (\text{м/с})$	50	50.24	0.5
$\Delta\varphi (^{\circ})$	90	95.41	6.0
$\psi(^{\circ})$	45	45.12	0.3
$W(10^{-2} \text{ м/с}^2)$	6.998	6.333	10.7

Заключение

В результате проведенной работы был разработан и протестирован алгоритм апостериорной оценки широкого спектра маневров на околокруговых орбитах. Отличительной особенностью данного алгоритма является его быстроедействие, что позволяет использовать его в технологическом цикле ведения и поддержания каталога космических объектов в околоземном пространстве.

В перспективе работы планируется повысить точность оценки маневров путем использования итерационной процедуры. Также необходимо рассмотреть двуимпульсный вариант маневра большой продолжительности в общей постановке.

После оговоренных доработок алгоритм будет внедрен в один из сегментов АСПОС ОКП, а именно в сегмент мониторинга опасных ситуаций в области геостационарных, средневысоких и высокоэллиптических орбит (ИПМ им. М. В. Келдыша РАН).

Список литературы

1. Тучин А.Г. Определение параметров движения КА по результатам измерений при наличии шума в динамической система. Препр./ИПМ им. М.В.Келдыша РАН.– 2004.–№2.
2. Algorithm of automatic detection and analysis of non-evolutionary changes in orbital motion of geocentric objects/Kamensky S., Tuchin A., Stepanyants V., Alfriend K. T. // AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conf. Paper AAS 09–103.
3. Идентификация маневров, выполняемых двигателями малой тяги космического аппарата/ Боровин Г.К., Захваткин М.В., Степаньянц В.А., Тучин А.Г., Тучин Д.А., Ярошевский В.С.// ISSN 1812-3368/ Вестник МГТУ им. Н.Э.Баумана.Сер. «Естественные науки».М.2012.
4. Улыбышев Ю.П., Оптимизация многорежимных траекторий сближения с ограничениями, Космические исследования, 2008, т.46, № 2, с. 135-147.
5. Кузмак Г.Е., Брауде А.З., Приближенное построение оптимальных перелётов в малой окрестности круговой орбиты, Космические исследования, 1969, т.7, № 3, с. 323-338.
1. 6.Формирование и поддержание орбит МКА с помощью двигателей малой тяги/Анд. Анат. Баранов,Анат. Анд. Баранов,В.Ю. Разумный.Препр./ИПМ им. М.В.Келдыша РАН.–2010.–№52

