

УДК 531.58

Численный и аналитический расчет проникания металлического ударника в воду

В.В. Фролов

Студент, кафедра «Высокоточные летательные аппараты»

МГТУ им. Н.Э. Баумана, г. Москва, Россия

Научный руководитель: Рассоха С.С. к.т.н. доцент кафедры

«Высокоточные летательные аппараты» МГТУ им. Н.Э. Баумана, г. Москва, Россия

МГТУ им. Н.Э. Баумана

frol.v.v11@rambler.ru

Задача расчета проникания в жидкие среды различных ударников в широком диапазоне скоростей является достаточно распространенной, однако до сих пор существует лишь небольшое количество решений, в полной мере описывающих динамику данного процесса. Если для таких жидкостей как вода существующие методы позволяют получить ясную картину происходящего, то при исследовании жидкостей более сложных (например неньютоновских) все еще остается множество вопросов, связанных по большей части с несовершенством принятой модели. В данной работе приведен краткий отчет об основных методах исследования неньютоновских жидкостей, проведен аналитический расчет проникания металлического ударника в воду, в качестве упрощенной модели, и приведены результаты численного моделирования. Данная работа является первой частью исследования, в дальнейшем планируется ввести поправку на неньютоновские свойства жидкости и получить аналитические зависимости характеризующие процесс проникания.

Рассмотрим проникание металлического ударника цилиндрической формы в воду (рис. 1). Подробно данный процесс описан в работе [1], ниже будут представлены основные расчетные зависимости и краткие пояснения, необходимые для понимания механизма протекания процесса.

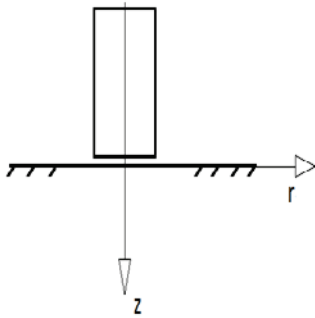


Рис.1. Схема задачи.
Направление осей

Данная задача решается в линейной постановке. Ее условие: найти потенциал скорости φ , удовлетворяющий уравнению Лапласа:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} = 0 \quad (1)$$

Где ось r направлена перпендикулярно поверхности жидкости, ось z совпадает с направлением скорости.

В работе [1] показано, что функция φ в данном случае будет иметь вид:

$$\varphi = \begin{cases} 0, & R < r < \infty \\ -\frac{2V_1}{\pi} \sqrt{R^2 - r^2}, & 0 \leq r \leq R \end{cases} \quad (2)$$

Где V_1 – скорость ударника в момент времени $t = 0$ после нормального удара о поверхность жидкости. Сила сопротивления в этот момент будет равна:

$$F_1 = 2\pi \int_0^R \rho \varphi r dr = \frac{4}{3} \rho V_1 R^3 \quad (3)$$

На основании теоремы о количестве движения получим скорость V_1 :

$$V_1 = \frac{v_0}{1 + \frac{4}{3} \frac{\rho R^3}{m}} \quad (4)$$

v_0 – скорость удара цилиндра массы m .

Таким образом, определяются все необходимые формулы для расчета проникания в ньютоновскую жидкость. Теперь рассмотрим, какие изменения накладывает на расчет изменение жидкости на неньютоновскую.

Неньютоновская жидкость – жидкость, вязкость которой при ее течении зависит от градиента скорости. Обычно данные жидкости состоят из крупных молекул.

Вопрос обоснования явления увеличения вязкости до сих пор не является до конца изученным. Ниже содержатся наиболее часто встречаемые и обоснованные гипотезы, раскрывающие состояние вопроса.

В качестве неньютоновских жидкостей рассматриваются суспензии с размером частиц порядка 20 мкм (рис. 2). Простейшим примером подобной жидкости является смесь крахмала и воды, однако в работах [4] и [6] используется и более сложная модель, представляющая собой смесь воды и стеклянных сфер диаметров, порядок которых указан

выше. Не смотря на различие типов жидкостей, во всех работах получались схожие результаты.

Существуют две основные гипотезы, объясняющие явление отвердевания жидкости при проникании в нее объекта, движущегося с определенной скоростью.

Первая, наиболее распространенная постулирует образование прочных гидродинамических кластеров, состоящих из частиц вещества[3][6]. Согласно данной гипотезе при взаимодействии в жидкости начинают действовать стохастические (термодинамические) силы, что приводит к упорядочению структуры и падению вязкости. Однако затем действие гидродинамических сил приводит к образованию вышеуказанных кластеров, что в свою очередь и вызывает явление упрочнения жидкости. Вязкость жидкости, таким образом, представляется в виде суммы термодинамической и гидродинамической компоненты.

Аналитически для данной гипотезы касательные напряжения находят с помощью числа Пекле:

$$Pe = \frac{\dot{\gamma} a^2}{D_0} = \frac{\tau a^3}{kT} \quad (5)$$

Где
$$D_0 = \frac{kT}{6\pi\mu a} \quad (6),$$

a – гидродинамический радиус, μ –средняя вязкость, D_0 - коэффициент диффузии[2], $\dot{\gamma}$ – скорость сдвига, определяющаяся по формуле[7]:

$$\dot{\gamma} = \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \quad (7)$$

Для данной гипотезы экспериментально получена зависимость, определяющая касательные напряжения:

$$\tau_m = \tau_{hb}(\dot{\gamma}_m) + \frac{\epsilon}{2(1 - \epsilon)} \left(\tau_{hb}(\dot{\gamma}_m) + \tau_y \right) \quad (8)$$

Где τ_{hb} определяется по формуле Гершеля-Барклея (Herschel-Bulkley), $\dot{\gamma}_m$ – максимальное значение $\dot{\gamma}$ в процессе проникания, ϵ, τ_y – параметры, определяемые для конкретной жидкости[4].

$$\tau_{hb} = \tau_y + a_1 \dot{\gamma}^{0.5} \quad (9)$$

В работе [7] получено среднее значение τ_y равное 0.3 Па.

Данная гипотеза работает, со всеми типами неньютоновских жидкостей, и наглядно иллюстрирует процесс взаимодействия. К минусам можно отнести жесткие требования,

предъявляемые к условиям проведения опыта, как-то: наличие небольшого объема неньютоновской жидкости в сосуде с фиксированными границами[6],[7].

Согласно второй гипотезе при взаимодействии ударника с поверхностью неньютоновской жидкости возникает фронт отвердевания, механизм возникновения которого объясняется так называемым «торможением плугом»[5]. То есть ударник, задевая крупные молекулы вещества, увлекает их за собой. Таким образом, поверхность жидкости не пробивается, а продавливается, до тех пор, пока скорость ударника не уменьшится до такого значения, что он начнет тонуть. При этом возможно возникновения повторных фронтов, в момент, когда скорость ударника вновь возрастет.

Для описания данного взаимодействия используется предположение, что взаимодействие представляет собой абсолютно неупругий удар с постоянно возрастающей массой

$$(m_{rod} + m_a)a_{rod} = -\frac{dm_a}{dt}v_{rod} + F_{ext} \quad (10)$$

Где $F_{ext} = -m_{rod}g$ (11) – сила гравитационного взаимодействия,

$$m_a = C \left(\frac{1}{3}\right) \pi \rho (r_{rod} + k|z_{rod}|)^2 k|z_{rod}| \quad (12) - \text{присоединенная масса,}$$

$C=0.37$ – коэффициент присоединенной массы.

Данная гипотеза не налагает ограничений на условия эксперимента и так же работает для большинства неньютоновских жидкостей.

Также необходимо отметить, что под действием электростатического или магнитного поля эффект упрочнения слабеет или пропадает совсем вплоть до превращения жидкости в ньютоновскую. Это объясняется тем, что под действием поля крупные молекулы выстраиваются вдоль направления векторов напряженности или индукции соответственно. Данное обстоятельство является косвенным подтверждением истинности первой гипотезы, так как под действием электростатического и магнитного полей возникновение кластеров невозможно, тогда как механизм «торможения плугом» в это случае должен работать.

Анализ результатов исследования данной проблемы позволяет говорить о том, что механизм возникновения упрочнения структуры неньютоновской жидкости изучен не в полной мере. Не смотря на обилие опытных данных, среди исследователей отсутствует единое мнение о физическом механизме увеличения вязкости, хотя версия о гидродинамических кластерах является преобладающей[3],[4],[7]. Однако существование вышеуказанных кластеров подтверждается лишь опытным путем, аналитическое же описание их структуры отсутствует. Так же остается нерешенной проблема нахождения

ускорений и соответственно сил, действующих на проникающее тело во время в взаимодействия с рассматриваемой жидкостью. Попытка получить подобные зависимости представлена лишь в работе [5], однако рассмотренная там модель взаимодействия, основанная на механизме «торможения плугом», имеет ряд серьезных недочетов указанных выше и потому требует дополнительной проверки.

Проведем аналитический расчет проникания алюминиевого цилиндрического ударника массой $m=0.073$ кг, радиусом основания $R=0.93$ см, высотой $l=10$ см,двигающегося равномерно с начальной скоростью $v_0 = 100$ м/с. Для этого воспользуемся формулами, приведенными в начале статьи. Из формулы (4) получим значение скачка скорости равное $V_1 = 98.32$ м/с, а из формулы (3) найдем значение силы, и по принципу Даламбера получим ускорение, действующее на ударник, равное $1.45 \cdot 10^4$ м/с². Для верификации данная задача была решена методом численного моделирования в программе ANSYS - LS-DYNA. Процесс проникания в начальный момент времени и при $t=0.00015$ с изображен на рисунках 2 и 3.

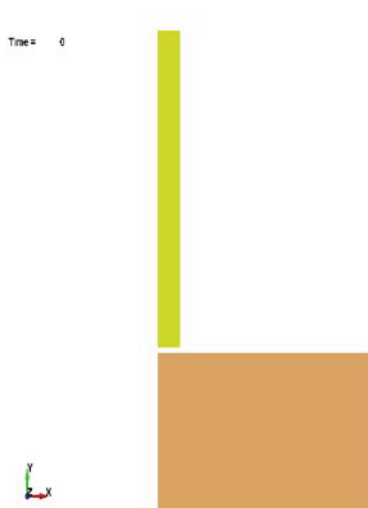


Рис.2 Положение ударника при $t=0$ с

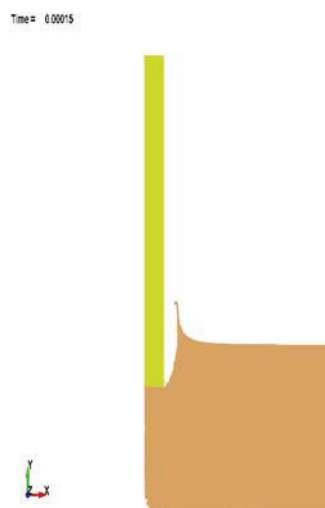


Рис.3 Положение ударника при $t=0.00015$ с

По результатам численных расчетов построен график изменения скорости ударника, как функция времени проникания (рис. 4), и получены значения ускорения. Из анализа полученной зависимости видно, что скорость $V_1 = 97.5$ м/с, а ускорение действующее на ударник будет равно $1.37 \cdot 10^4$ м/с²

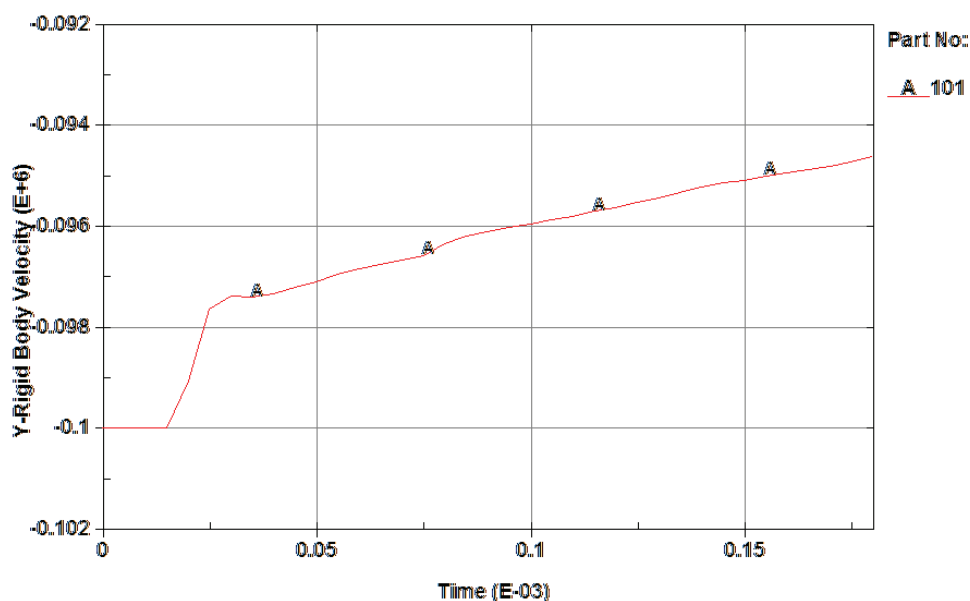


Рис. 4. График изменения скорости проникания цилиндрического ударника

Таким образом, значения, полученные в ходе аналитического и численного расчетов, совпадают, что является подтверждением правильности изначально выбранного подхода и верного решения задачи путем численного моделирования. Это позволяет использовать рассматриваемую модель для исследования неньютоновской жидкости, введя соответствующие поправки, связанные с изменением вязкости жидкости в зависимости от градиента скорости.

Список литературы

1. Сагомоян А. Я. Проникание (проникание твердых тел в сжимаемые сплошные среды). Издательство Московского Университета - 1974.
2. Федоров С. В., Баянова Я. М. Особенности гидродинамического режима проникания удлиненных ударников с учетом сжимаемости материалов. Журнал технической физики – 2011, Т81 - №9 – С.45-51.
3. Wagner, N. J., Brady, J. F. Shear thickening in colloidal dispersions. Phys. Today 62, 27–32 - 2009.
4. Brown, E. et al. Generality of shear thickening in dense suspensions. Nature Mater. 9, 220–224 - 2010.
5. Scott R. Waitukaitis, Heinrich M. Jaeger. Impact-activated solidification of dense suspensions via dynamic jamming fronts. Nature - 2012
6. Cheng, X., McCoy, J. H., Israelachvili, J. N. & Cohen, I. Imaging the microscopic structure of shear thinning and thickening colloidal suspensions. Science 333,

7. 1276–1279 – 2011.
8. Fall, A., Huang, N., Bertrand, F., Ovarlez, G. & Bonn, D. Shear thickening of cornstarch suspensions as a reentrant jamming transition. *Phys. Rev. Lett.* 100,018301 – 2008.