

УДК 533.6.011.34

Анализ результатов численного моделирования структур турбулентных потоков

Шевелкина Е.Д.

*Студент, кафедра «Физика» МГТУ им Н.Э. Баумана,
г. Москва, Россия*

*Научный руководитель: Иванов М.Ф., д. ф.-м. н., профессор МГТУ им. Н.Э. Баумана,
Объединенный институт высоких температур РАН, г. Москва, Россия*

МГТУ им. Н.Э. Баумана

ОИВТ РАН

e.shevelkina@yandex.ru

ivanov_mf@mail.ru

Введение.

Многие прикладные задачи, такие как анализ процессов в камерах сгорания двигателей, требуют знания закономерностей развития турбулентности. В общем случае эта турбулентность зависит от сдвиговых напряжений, возникающих за счет разности скоростей потока вблизи от боковой поверхности и в центральной части камеры, скорости поршня, особенностей впрыска газообразного горючего и технических особенностей камеры сгорания.

В то же время самостоятельный интерес представляют наиболее общие свойства течений под поршнем, для анализа которых целесообразна определенная идеализация задачи. Ранее в работах [3][4] было проведено подробное исследование эволюции структур на фазе сжатия смеси. Отдельный интерес представляет рассмотренная ниже задача об эволюции малых возмущений, расчет которой, в данной постановке, был проведен впервые.

Постановка задачи об эволюции малых газодинамических возмущениях в замкнутом объеме.

В обеих рассматриваемых задачах (с прилипанием на стенках и без него) постановка задачи идентична: закрытый кубический объем с линейными размерами 3 см заполнен нейтральным газом (смесь O_2 и N_2). В начальный момент времени в центре кубической камеры задана кубическая область возмущения с линейными размерами 1 см. Эта область малых возмущений представлена в виде случайного поля скорости, причем случайным является угол ориентации вектора скорости в пространстве, модуль скорости всегда равен 1 м/с. Для задачи «с прилипанием» на стенках камеры заданы соответствующие условия – по достижении стенки тангенциальная составляющая вектора скорости обращается в ноль. Необходимо исследовать эволюцию начальных возмущений, получить главные закономерности развития структуры возмущений при заданной геометрии расчетного объема.

Математическая модель и численный метод решения системы уравнений газодинамики.

Моделирование динамики сплошной среды проводилось на основе уравнений газодинамики [1] с учетом вязкости и теплопроводности отдельных компонентов смеси (воздуха).

Система уравнений сплошной среды (химически нейтрального газа) в декартовых координатах (трехмерная геометрия):

уравнение сохранения массы смеси

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho u_y}{\partial y} + \frac{\partial \rho u_z}{\partial z} = 0, \quad (1)$$

уравнения сохранения импульса

$$\rho \left(\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z}, \quad (2)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u_y}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z}, \quad (3)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_z}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z}, \quad (4)$$

уравнения сохранения энергии

$$\begin{aligned}
\rho \left(\frac{\partial E}{\partial t} + u_x \frac{\partial E}{\partial x} + u_y \frac{\partial E}{\partial y} + u_z \frac{\partial E}{\partial z} \right) = & - \left(\frac{\partial}{\partial x} (p u_x) + \frac{\partial}{\partial y} (p u_y) + \frac{\partial}{\partial z} (p u_z) \right) + \\
& \frac{\partial}{\partial x} \left(k(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k(T) \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \\
& \frac{\partial}{\partial x} (\sigma_{xx} u_x + \sigma_{xy} u_y + \sigma_{xz} u_z) + \frac{\partial}{\partial y} (\sigma_{yx} u_x + \sigma_{yy} u_y + \sigma_{yz} u_z) + \\
& \frac{\partial}{\partial z} (\sigma_{zx} u_x + \sigma_{zy} u_y + \sigma_{zz} u_z),
\end{aligned} \tag{5}$$

где: u_x, u_y, u_z – компоненты скорости, σ_{ij} – компоненты тензора вязких напряжений:

$$\sigma_{xx} = 2\mu \frac{\partial u_x}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right),$$

$$\sigma_{yy} = 2\mu \frac{\partial u_y}{\partial y} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right),$$

$$\sigma_{zz} = 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right),$$

$$\sigma_{xy} = \sigma_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right),$$

$$\sigma_{yz} = \sigma_{zy} = \mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z} \right),$$

$$\sigma_{zx} = \sigma_{xz} = \mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right).$$

где введено обозначение для полной удельной (на единицу массы) энергии

$$E = c_V T + \frac{\mathbf{u}^2}{2}. \tag{8}$$

Использованы следующие обозначения: $\mathbf{u}$ – вектор скорости, ρ – плотность газовой

смеси, $c_i = \frac{n_i}{n}$ – мольная концентрация i -ой компоненты (n_i – молярная плотность i -ого

вещества, $n = \sum n_i$ – молярная плотность смеси), $\mathbf{\Pi}$ – тензор напряжений, T – температура

смеси, k_i – коэффициент теплопроводности, p - давление, $c_v = \sum_i C_{v_i} c_i$ - удельная теплоемкость газа.

Система уравнений (5)-(8) замыкается уравнением состояния газовой смеси

$$p = \rho R T \sum_i \frac{c_i}{m_i} \quad (9)$$

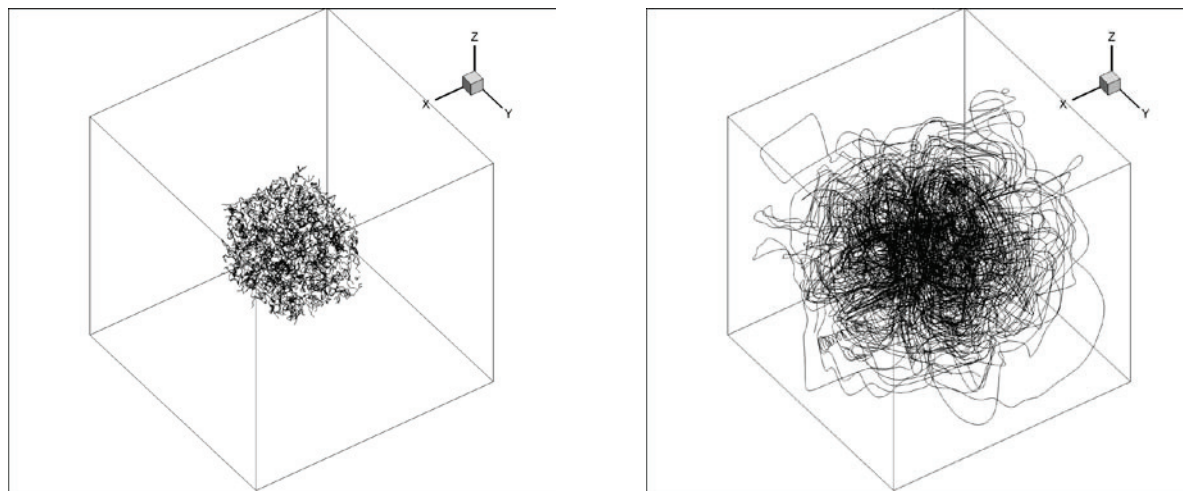
и определяющими соотношениями для коэффициентов переноса.

Система уравнений (1)-(9), описывающая математическую модель, решалась численно на основе эйлерово-лагранжева метода [2], модифицированного с целью повышения точности расчета по пространственным переменным. Основная идея метода, часто называемого «Методом крупных частиц», состоит в расщеплении по отдельным физическим процессам исходной нестационарной системы уравнений - расчет каждого временного шага (вычислительного цикла) разбивается на три этапа.

Программа расчета газодинамики, разработанная М.Ф. Ивановым, при помощи которой были проведены численные эксперименты, основана на модифицированном эйлеро-лагранжевом методе, использованном в [3][4].

Эволюция малых возмущений в замкнутой камере.

В целях изучения тенденций развития малых возмущений в замкнутой камере с различными условиями на стенках были проведены расчеты на сетке 90x90x90. Как было показано в работе [4] данный размер ячеек позволяет достаточную детализацию потоков. На рис.1 представлена эволюция линий тока с течением времени в замкнутой камере с «липкими» стенками.



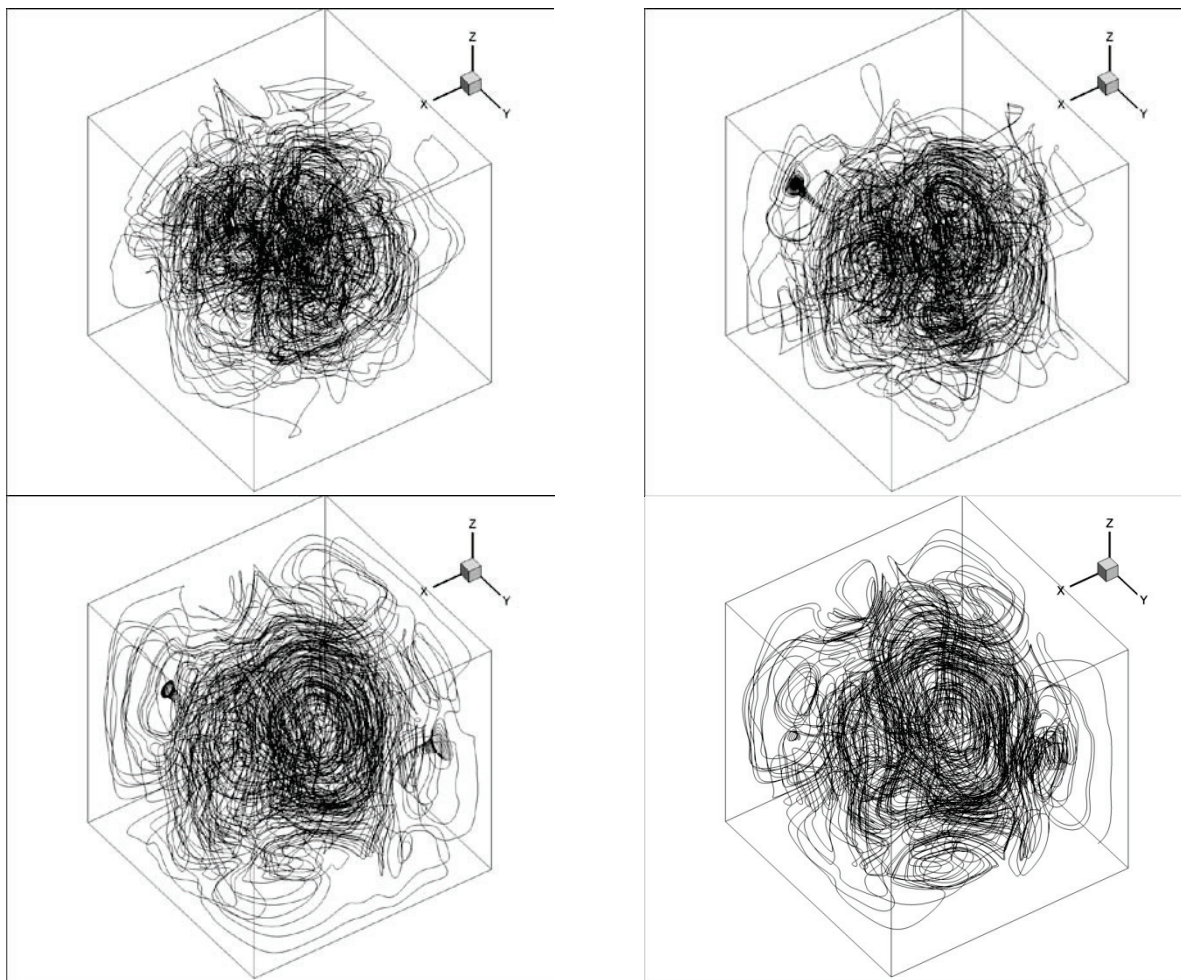


Рис. 1. Линии тока в трехмерной задаче с прилипанием на стенках в разные моменты времени. $t=(0; 12; 16; 22.8; 48; 77; 103) \cdot 10^{-3} \text{с}$

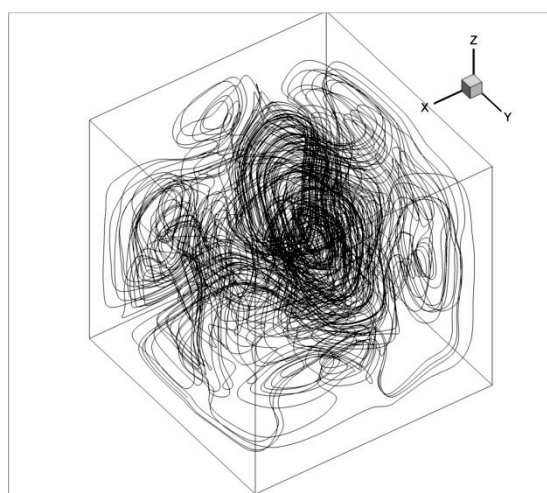


Рис. 1. (окончательный вид структуры) Линии тока в трехмерной задаче с прилипанием на стенках в разные моменты времени. $t=(0; 12; 16; 22.8; 48; 77; 103) \cdot 10^{-3} \text{с}$

На изображениях, фиксирующих линии тока в разные моменты времени, наблюдается тенденция к образованию вихревых структур: область начальных малых возмущений «расползается», на начальных стадиях формируются мелкие вихри, затем они сливаются в более крупные, создавая структуры соизмеримые с размерами расчетной области. На последней стадии мы видим структуру из нескольких крупных конических вихрей, которая занимает весь объем расчетной области. Результаты аналогичны полученным в [3][4]. Теперь рассмотрим результаты численного моделирования для камеры со стенками без прилипания (рис. 2):

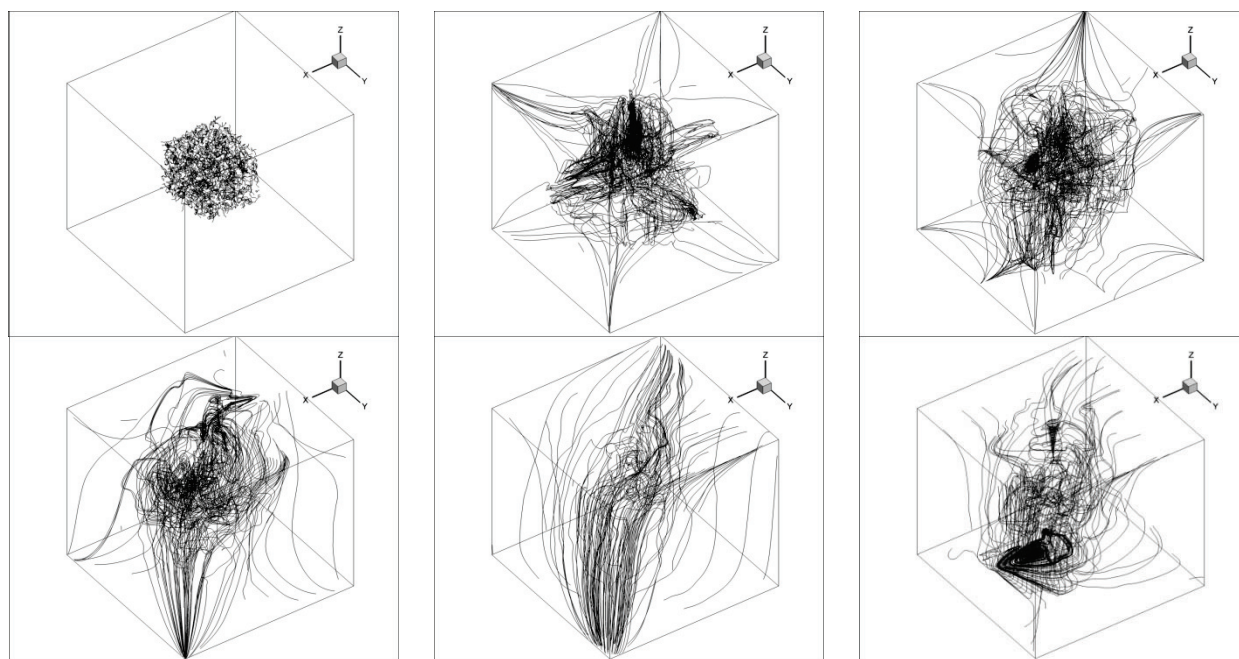


Рис. 2. Линии тока в трехмерной задаче с прилипанием на стенках в разные моменты времени. $t=(0; 12; 16; 22.8; 48; 77; 103) \cdot 10^{-3} \text{с}$

Анализируя изображения линий тока, время которых соответствует времени в задаче с прилипанием, нельзя судить о закономерности развития малых возмущений в данной постановке. Для решения этой проблемы было подробно рассмотрено несколько небольших, в масштабах задачи, временных интервалов (один из них иллюстрирует рис.3). Это было сделано ввиду предположения о том, что образование структур несет пульсирующий характер. Данный уточняющий анализ показывает, что циклично образуются, а затем разрушаются достаточно крупные вихревые структуры, причем, их возникновение и исчезновение происходят очень быстро порядка нескольких сотен временных шагов (при шаге 10^{-6} с). Рис.3 иллюстрирует постепенное формирование системы связанных вихрей, а затем ее резкое разрушение в каждом отдельном цикле.

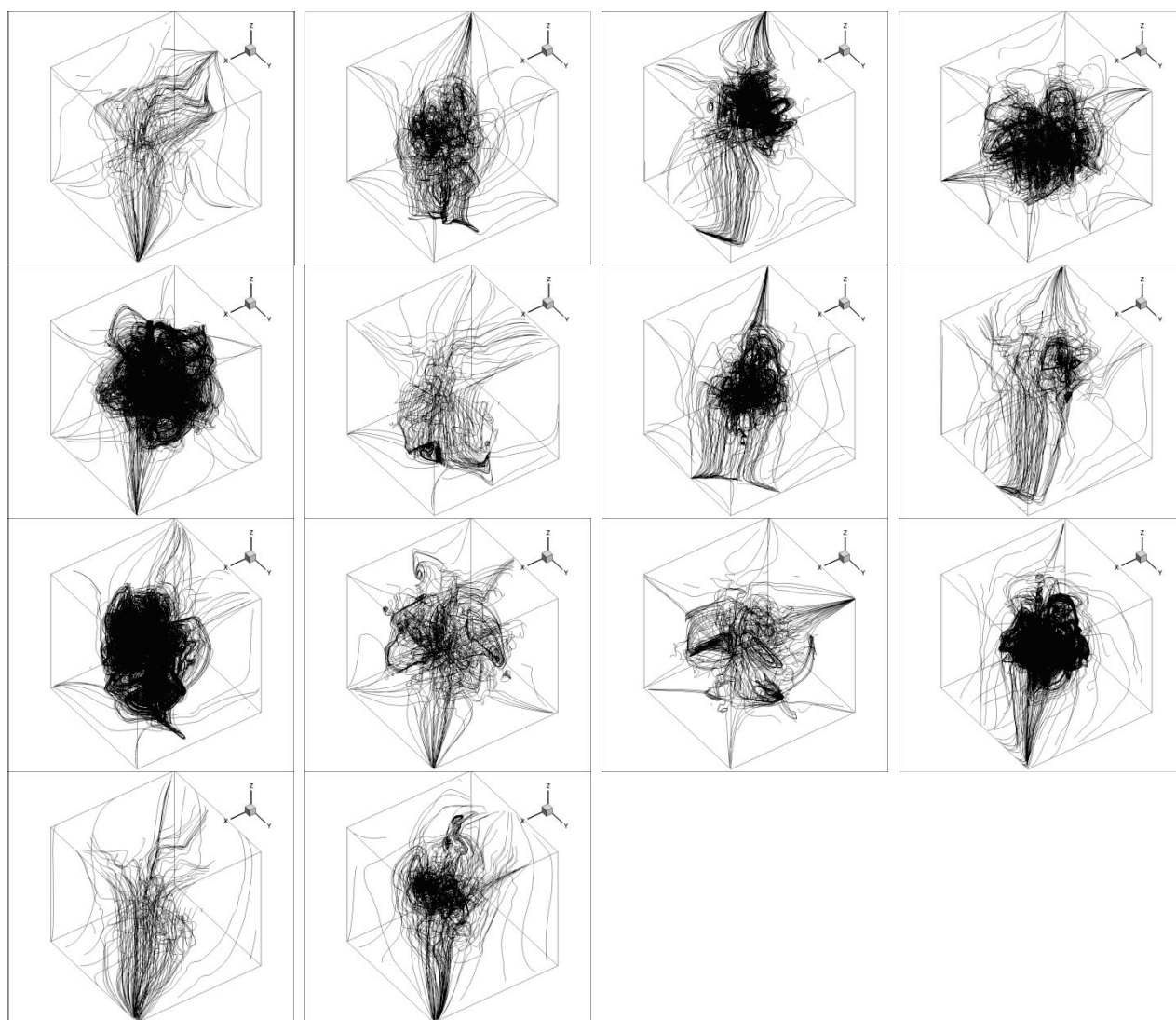


Рис.3 Линии тока в трехмерной задаче без прилипания на стенках в разные моменты времени. $t=(10200-11500) \cdot 10^{-6}$ с

Очевидно существенное различие в поведении структур в рассмотренных нами задачах, однако, общая тенденция возникающих вихрей к росту сохраняется: размеры вихревых структур по мере их развития становятся порядка размеров камеры.

Заключение.

Проведённый таким образом сравнительный анализ позволяет выделить составляющие процесса, связанные с собственными взаимодействиями возмущений поля скоростей, и с воздействием на возникающие течения условий прилипания, что позволяет выделить общую закономерность эволюции малых возмущений: случайные поля малых возмущений скорости перестраиваются в вихревые структуры, характерные размеры которых растут с течением времени. В задаче без прилипания наблюдается постоянная перестройка этих систем крупных вихрей – их рождение и разрушение в отличие от задачи с прилипанием где, начиная с определенного момента, структура перестает существенно меняться и развивается в направлениях осей конических вихрей, которые зависят от начального распределения поля скоростей, т.е. случайны.

Список литературы

1. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Курс теоретической физики. Т. VI.
2. Гидродинамика. М.: «Наука», 1988
3. Белоцерковский О.М., Давыдов Ю.М. Метод крупных частиц в газовой
4. динамике. М.: Наука. 1982.
5. M.F. Ivanov, A.D. Kiverin Direct numerical simulation of the hydrodynamical perturbations evolution // Hydrodynamical perturbations, flow synchronization, 3D numerical modeling, correlation analysis. 2012.
6. Иванов Е. Н. Механика жидкости газа и плазмы : Дис. Определение статистических характеристик течений газа в камере под движущимся поршнем методом численного моделирования, канд.физ.-мат.наук. Москва, 2011.100 с.