

УДК 536.7

## Моделирование фильтрационного горения на основе уравнения Дарси

**Н.А. Метёлкин**

*Студент, кафедра «Физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана,  
г. Москва, Россия*

*Научный руководитель: М.Ф. Иванов., д.ф.м.н.,  
профессор кафедры «Прикладная физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана, г. Москва, Россия*

МГТУ им. Н.Э.Баумана

[Metelkin.N.A@yandex.ru](mailto:Metelkin.N.A@yandex.ru)

### **Введение**

Фильтрационное горение газов (ФГГ) - раздел науки, изучающий процесс горения газовых смесей в условиях фильтрации (теплого и гидродинамического взаимодействия с твердой фазой).

ФГГ имеет широкие и перспективные области применения, такие как добыча нефти и газа, производство водорода, сжигание вредных органических веществ. Проводились исследования возможности применения ФГГ в двигателях внутреннего сгорания, в которых уровень вредных выбросов гораздо ниже, чем предписанный современными стандартами. Все это обусловлено особенностями ФГГ: возможность горения крайне бедных смесей, стабильность фронта пламени и его повышенная сверхадиабатическая температура, низкий уровень эмиссии вредных веществ.

На данный момент теория фильтрационного горения находится на стадии развития и требует дальнейшего исследования таких особенностей двухфазных систем, как неоднородность, сложная трудно поддающаяся изучению газодинамика, локальная нестационарность, специфическое влияние твердой фазы на протекание химических реакций и т.д. В то же время рост вычислительных технологий позволил численно моделировать трудно анализируемые аналитически процессы, происходящие при ФГГ.

При этом в большинстве математических моделей рассматривается движение газовой компоненты в пористой среде либо при заданной скорости потока газа в порах, либо путем решения системы газодинамических уравнений, что не может приводить к значительным ошибкам, так как движение газа в пористой среде в случае малого объема подчиняется закону Дарси, отличному от законов движения газов в свободном пространстве.

Целью настоящей работы является проведение численного моделирования и получение основных закономерностей развития фильтрационного процесса на основании математической модели фильтрации с учетом закона Дарси.

### Математическая модель ФГГ

Выпишем основные уравнения баланса тепла в твердой и газовой фазах в трехмерном случае.

*Закон сохранения энергии для газа:*

$$c_g \rho_g \frac{\partial T_g}{\partial t} = -c_g \rho_g \nabla(\bar{u}_g T_g) + \frac{\alpha_v}{m} (T_s - T_g) + Q \rho_g W(\eta, T_g);$$

*Закон сохранения энергии для каркаса:*

$$c_s \rho_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = \nabla(\lambda_s \nabla T_s) + \frac{\alpha_v}{1-m} (T_g - T_s) + \frac{\beta}{1-m} (T_0 - T_s);$$

$$\lambda_s = \lambda_{s0} + \frac{32\sigma\epsilon d}{9(1-\epsilon)} T_s^3$$

Где  $T_g$  – температура газовой среды;  $T_s$  – температура пористой среды;  $\lambda_s$  – коэффициенты теплопроводности с учетом лучистого теплообмена;  $\rho_s, \rho_g$  – плотности пористой среды и газа;  $m$  – пористость каркаса;  $c_s, c_g$  – теплоемкости твердого тела и газа при постоянном давлении;  $\alpha_v$  – коэффициент теплоотдачи;  $\beta$  – коэффициент теплопотерь;  $\sigma$  – постоянная Стефана – Больцмана;  $d$  – диаметр шаров в засыпке;  $T_0$  – температура окружающей среды;  $Q$  – тепловой эффект реакции;  $u_g$  – скорость фильтрации газа;

*Закон сохранения массы для горючей компоненты смеси:*

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = D \Delta \eta - \nabla(\bar{u}_g \eta) - W(\eta, T_g);$$

$$\left( \frac{d\eta}{dt} \right)_{ch} = -W(\eta, T);$$

$W(\eta, T)$  – скорость химической реакции первого порядка, протекающая по закону Аррениуса;  $\eta$  – концентрация горючего;  $D$  – коэффициент диффузии газа;

*Закон сохранения импульса (Уравнение Дарси):*

$$\vec{u}_g = -\frac{k}{\mu} \nabla P;$$

$u$  – скорость фильтрации;  $\mu$  – динамическая вязкость;  $P$  – давление;  $k$  – проницаемость пористой среды;

*Уравнение неразрывности:*

$$m \frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_g \vec{u}_g) = 0;$$

*И уравнение состояния газа:*

$$\rho_g = \frac{PM}{RT_g};$$

### Граничные и начальные условия

Для того что бы решить полученную систему уравнений, необходимо дополнить ее граничными и начальными условиями, которые зависят от поставленной задачи. Представим пример граничных и начальных условий, если предварительно нагреть узкий участок пористой среды, а затем направить внутрь камеры поток газа, не содержащего топлива:

Начальные условия:  $P = P_{atm}$ ;  $u_g = 0$ ;  $T_g = 300K$ ;  $T_s = T(x)$

Граничные условия:  $x=0$   $P = P_{atm} + \Delta P$ ;  $T_g = 300K$ ;  $T_s = 300K$

$$x=L \quad P = P_{atm}; \quad \frac{\partial T_g}{\partial x} = 0K; \quad \frac{\partial T_s}{\partial x} = 0K$$

Начальное распределение температуры в каркасе получим, нагрев левую границу до  $3000^0K$ , а правую до  $300^0K$ .

Решать полученную систему уравнений будем при помощи разностных схем и метода прогонки.

### Результаты

Рассмотрим распространение тепловой волны в каркасе при различном перепаде давления. Для этого будем изменять разность давления ( $\Delta P$ ) на концах камеры. И после того как установиться стационарный режим фильтрации будем рассчитывать распределение температуры газа в каркасе.

На момент установления стационарного режима фильтрации в каркасе следующие скорости см. табл. 1.

| $\Delta P_{\text{нб}}$  | $\Delta P_{\text{нд0}}$  | $\Delta P_{\text{нд00}}$  |
|-------------------------|--------------------------|---------------------------|
| $u_{\text{нб}} 0.049$ / | $u_{\text{нд0}} 0.099$ / | $u_{\text{нд00}} 0.992$ / |

На рис. 1-3 приведены распределения температуры в фильтрующемся газе при разных перепадах давления на концах камеры.

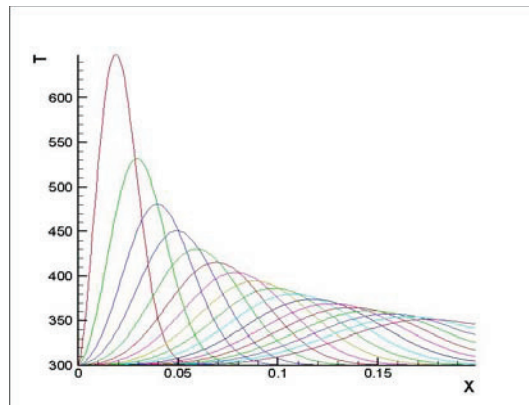


Рис. 1. Распространение тепловой волны в каркасе при  $\Delta P_{\text{нб}}$  , на момент времени  $\Delta t = 100c$

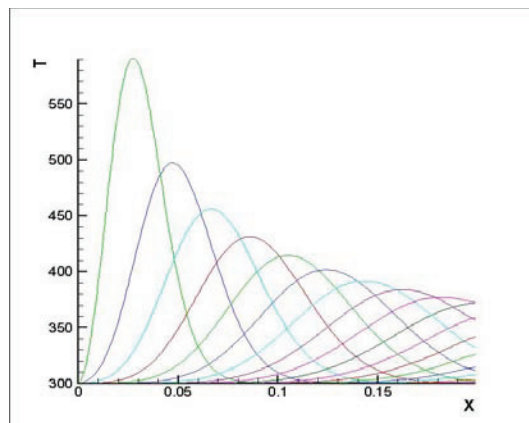


Рис. 2. Распространение тепловой волны в каркасе при  $\Delta P_{\text{нд0}}$  , на момент времени  $\Delta t = 100c$

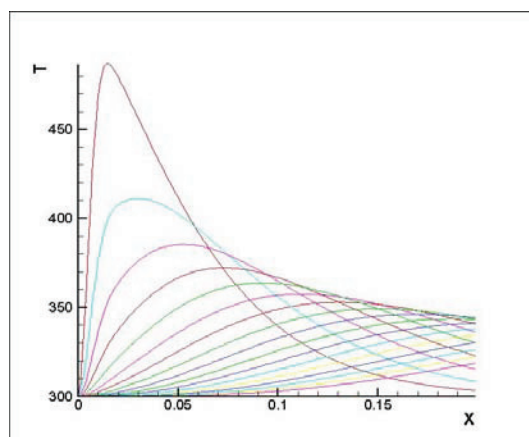


Рис. 3. Распространение тепловой волны в каркасе при  $\Delta P_{\text{нд00}}$  , на момент времени  $\Delta t = 10c$

Сравнение распределения температур со временем для представленных вариантов расчетов позволило оценить связь между перепадом давления в камере и выходом фильтрационного процесса на стационарный режим. Полученный результат представлен на рис. 4. Аппроксимируя зависимость времени выхода на стационарный режим  $t_{стац}$  от перепадов давления  $\Delta P$  получаем зависимость  $t_{стац} = 1728 * \exp(\frac{-\Delta P}{15})$  (рис. 4), указывающую на то, что  $t_{стац}$  зависит от  $\Delta P$  по экспоненциальному закону.

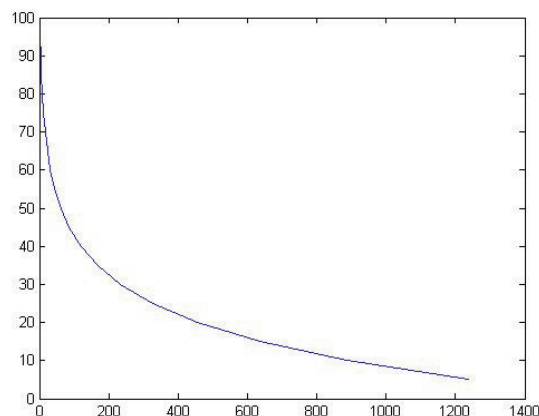


Рис. 4. Усредненная зависимость времени выхода на стационарный режим от перепадов давления

## Выводы

В результате численного моделирования фильтрации газа через пористую среду, в случае, когда движение газа в порах подчиняется закону Дарси, получена и проанализирована зависимость выхода потока газа в пористой среде на стационарный режим от перепада давления на границах фильтрационного участка.

## Список литературы

1. Доброго К.В., Жданок С.А. Физика фильтрационного горения газов. Мн.:Ин-т тепло- и массообмена им. А.В. Лыкова НАНБ, 2002.
2. Баренблатт Г.И., Енотов В.М., Рыжик В.М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. М., “Недра”, 1972.
3. Берман Р. Теплопроводность твердых тел/ пер. с англ. М., 1979.
4. Оцисик М.Н. Сложный теплообмен. М., 1976.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: Учебное пособие. В 10 т. VI. Гидродинамика. 3-е изд., перераб. М.: Наука. Гл. ред. физ-мат., лит., 1986.
6. Wakao N., Kagueie S. Heat and mass transfer in packed beds. Gordon and Breach Science publ., 1982.

7. Зельдович Я.Б., Баренблатт Г.И., Либрович В.Г., Махвиладзе Г.И. Математическая теория горения и взрыва. М., 1980.
8. Франк-Каменецкий Д.А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Наука 1987.
9. Babkin, V.S. Filtrational combustion of gases. Present state of affairs and prospects.// Pure and Applied Chemistry 1993, 65 (2), 335344
10. Самарский А.А., Гулин А.В., Численные методы: учеб. Пособие для вузов. М.: Наука. Гл.ред.физ.-мат. Лит., 1989.432 с.
11. Тихонов А.Н., Самарский А.А., Уравнения математической физики. Издание 5-е, стереотипное, учебное пособие для высших учебных заведений, Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», М., 1977, 736 стр.
12. Zheng, C., Cheng, L., Saveliev, A., Lou, Z., Cen, K. Numerical studies on flame inclination in porous media combustors, International Journal of Heat and Mass Transfer 54 (2011) 3642–3649
13. Bubnovich, V., Toledo, M. Analytical modeling of filtration combustion in inert porous media. Appl Therm Eng 2007;27(7):1144e9.
14. Shi, J.R., Xie, M.Z., Liu, H., Li, G., Zhou, L. Numerical simulation and theoretical analysis of premixed low-velocity filtration combustion. Int J Heat Mass Trans 2008;51(7-8):1818e29.