электронный журнал
МОЛОДЕЖНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК
Издатель ФГБОУ ВПО "МГТУ им. Н.Э. Баумана". Эл No. ФС77-51038.

УДК 519.24

Обработка сигналов на основе вейвлет-преобразования

Е.Ю. Корнюшина

Студент, МГТУ им. Н.Э. Баумана (Калужский филиал), г. Калуга, Россия

Научный руководитель: Степанов С.Е., к.ф-м.н.,доцент кафедры «Высшая математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Калужский филиал), г. Калуга, Россия

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана
liza.kornyushina@gmail.com

Вейвлетное преобразование сигналов является обобщением спектрального анализа, типичный представитель которого – классическое преобразование Фурье. Вейвлеты – это обобщенное название семейств математических функций определенной формы, которые локальны во времени и по частоте, и в которых все функции получаются из одной базовой (порождающей) посредством ее сдвигов и растяжений по оси времени. Вейвлет-преобразования рассматривают анализируемые временные функции в терминах колебаний, локализованных по времени и частоте .

Вейвлетный анализ представляет собой особый тип линейного преобразования сигналов и физических данных. Базис собственных функций, по которому проводится вейвлетное разложение сигналов, обладает многими специфическими свойствами и возможностями. Вейвлетные функции базиса позволяют сконцентрировать внимание на тех или иных локальных особенностях анализируемых процессов.

Вейвлет-преобразования в настоящее время принимаются на вооружение для огромного числа разнообразных применений, нередко заменяя обычное преобразование Фурье. Это наблюдается во многих областях, включая молекулярную динамику, квантовую механику, астрофизику, геофизику, оптику, компьютерную графику и обработку изображений, анализ ДНК, исследования белков, исследования климата, общую обработку сигналов и распознавание речи [3].

Основная область применения вейвлетных преобразований – анализ и обработка сигналов и функций, нестационарных во времени или неоднородных в пространстве, когда результаты анализа должны содержать не только частотную характеристику сигнала, но и сведения о локальных координатах, на которых проявляют себя те или иные группы частотных составляющих или на которых происходят быстрые изменения частотных составляющих сигнала. По сравнению с разложением сигналов на ряды Фурье вейвлеты способны с гораздо более высокой точностью представлять локальные особенности сигналов. В отличие от преобразований Фурье, вейвлет-преобразование одномерных сигналов обеспечивает двумерную развертку, при этом частота и координата рассматриваются как независимые переменные, что дает возможность анализа сигналов сразу в двух пространствах.

Одна из главных идей вейвлетного представления сигналов на различных уровнях декомпозиции (разложения) заключается в разделении функций приближения к сигналу на две группы: аппроксимирующую – грубую, с достаточно медленной временной динамикой изменений, и детализирующую – с локальной и быстрой динамикой изменений на фоне плавной динамики, с последующим их дроблением и детализацией на других уровнях декомпозиции сигналов. Это возможно как во временной, так и в частотной областях представления сигналов вейвлетами [1].

Основной целью работы является распознавание сигналов при наличии помех («шумов») с использованием вейвлет-преобразования.

В данной работе проведен вычислительный эксперимент, в ходе которого планируется выявить возможности распознавания сигнала, содержащего белый шум с нулевым математическим ожиданием и заданной дисперсией в дискретном представлении этой случайной составляющей.

Причины возникновения шума могут быть различными: шумы измерительной аппаратуры; помехи при передаче по каналам связи ; неточные условия измерения сигнала и т.д.

В качестве анализируемых образцов были выбраны сигналы: имеющий форму полуокружности; имеющий, треугольную форму. Два сигнала имеют одинаковые по величине значения в точке максимума и «близкие» по своей форме. (рис.1)

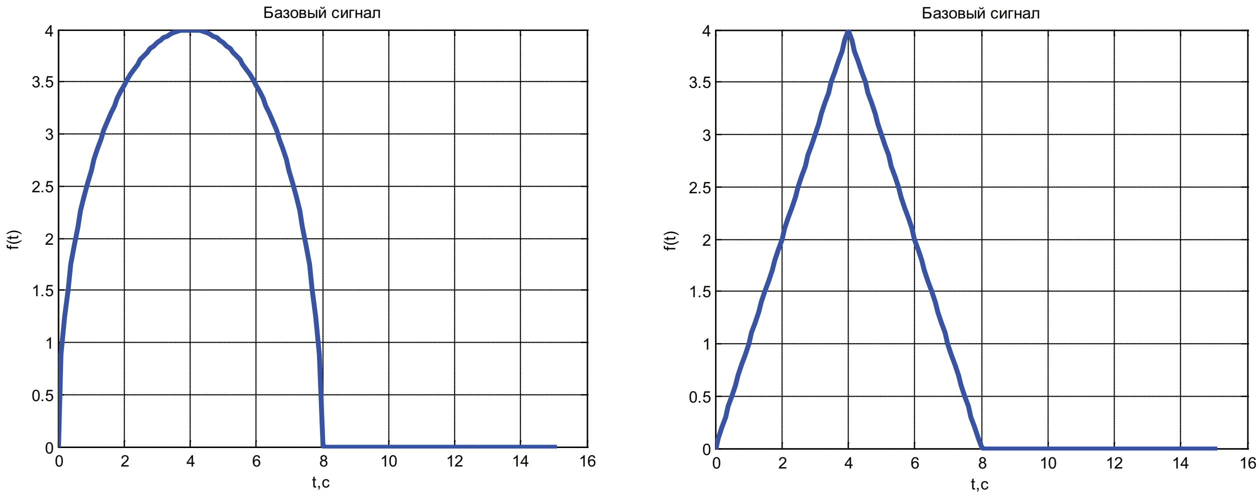

Рис. 1. Сигнал в форме полуокружности и сигнал в форме треугольника

Предположим, что измеренное значение $f^{\circ}(x_i)$ описывается выражением вида:

$$f^0(x_i) = f\left(x_i\right) + \varepsilon\left(x_i\right), i = 0,...,m.$$

Здесь $f(x_i)$ - точное значения функции в точке x_i ,а $\varepsilon(x_i)$ - погрешность измерения в данной точке.

Погрешностью измерений в данной точке является белый Гауссовский шум, с математическим ожиданием M[x]=0 и дисперсией σ^2[x]=A, с нормальным законом распределения.

Необходимо определить при какой дисперсии случайной составляющей A сигналы становятся статистически неразличимы, то есть при какой дисперсии случайной составляющей происходит увеличение соотношения сигнал/шум и выделение слабого сигнала на фоне сильных внешних помех, становится затруднительным.

Для это было проведено вычисление относительных погрешностей измерения кругового и треугольного сигналов по следующей формуле [4]:

$$\delta x = \frac{\sum_{i=1}^{n} | f\left(x_i\right) - f^0(x_i) |}{f\left(x_i\right)}.$$

Сигналы становятся статистически неразличимыми при $\dfrac{\delta_{круг}}{\delta_{треуг}} > \dfrac{1}{t}$,

где *t*- распределение Стьюдента при доверительной вероятности 95 % и достаточного большого числа наблюдений (N>100).

При доверительной вероятности 95% и числе наблюдений N=120, значение t=1,98 [2].

То есть при величине большей чем $\frac{1}{2}$ сигналы становятся статистически неразличимы.

Для исследуемых сигналов было найдено такое значение дисперсии случайной составляющей сигнала, при которой $\frac{\delta_{круг}}{\delta_{треуг}} = \frac{1}{2}$. Сигналы находятся на грани статистической неразличимости. (рис.2 и рис.3)

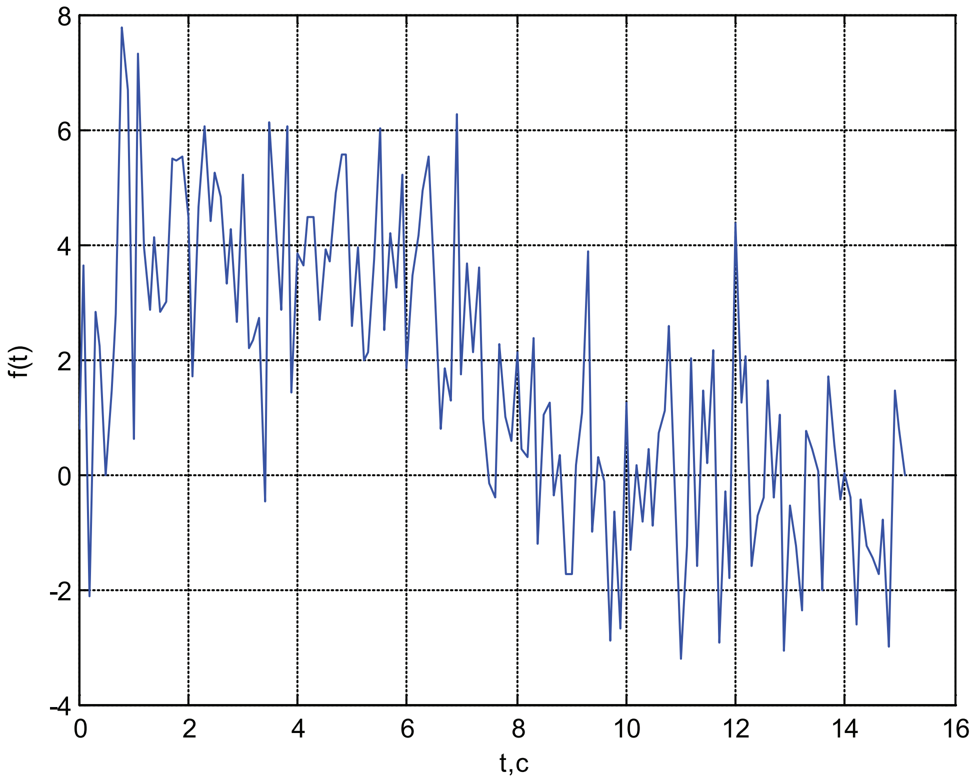

Рис. 2. Круговой сигнал с дисперсией шума 2,25

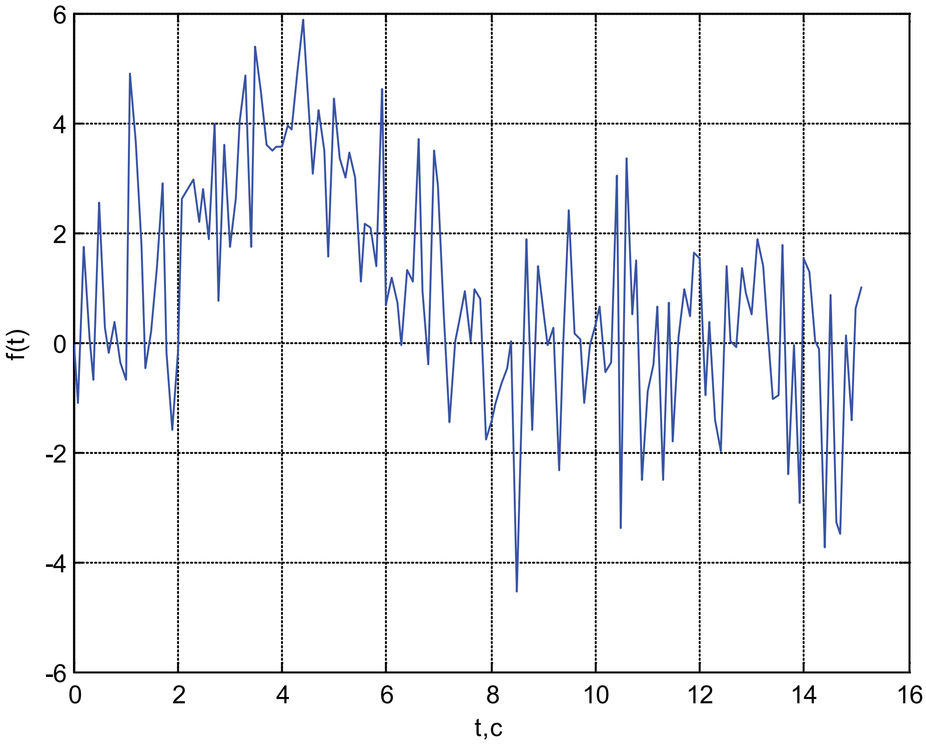

Рис. 3. Треугольный сигнал с дисперсией шума 2.25

В ходе вычислительного эксперимента было выявлено соотношение «сигнал/шум», при котором сигналы стали статистически неразличимы. Это позволяет разработать алгоритмы, позволяющие найти оптимальное решение задачи анализа изображений, звуковых сигналов, результатов дактилоскопической экспертизы, включающая их обработку.

Список литературы

1. Новиков Л.В. Основы вейвлет-анализа сигналов: Учебное пособие. – СПб, ИАнП РАН, 1999, 152 с.
2. Пугачев В.С. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Наука, 1979. 496 с.
3. Смоленцев Н.К. Основные теории вейвлетов. Вейвлеты в MATLAB. М.: ДМК Пресс, 2005. 304 с.
4. John M. Gregorie, Darren Dale, R. Bruce van Dover A wavelet transform algorithm for peak detection and application to powder x-ray diffraction data // Review of scientific instruments №82, 2011. С. 15-26.