электронный журнал
МОЛОДЕЖНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК
Издатель ФГБОУ ВПО "МГТУ им. Н.Э. Баумана". Эл No. ФС77-51038.

УДК 537.523+535.23

Моделирование радиационного переноса в пространственно неоднородной селективно излучающей плазме

К.А. Балыкина

Студент, кафедра «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»
МГТУ им. Н.Э.Баумана, г.Москва, Россия

Научный руководитель: В.М. Градов, д.т.н., профессор кафедры
«Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»
МГТУ им. Н.Э.Баумана, г.Москва, Россия

МГТУ им. Н.Э. Баумана
k.balykina@yahoo.com

Введение

Селективно излучающая низкотемпературная плазма находит применение в различных отраслях науки и техники, включая разрядные источники излучения, плазмодинамические установки, устройства квантовой электроники и др. [1]. При разработке таких систем остро стоит проблема аккуратного расчета радиационного переноса. Возникающие здесь сложности связаны с принципиальной трехмерностью геометрий рассматриваемых объектов и резкой частотной зависимостью оптических свойств среды. Задача расчета переноса излучения с целью определения дивергенции интегрального по спектру потока излучения многократно решается в итерационных процедурах в замкнутых математических моделях, в которых настраиваются поля температур, плотностей, давлений, скоростей. При реализации таких моделей актуальными становятся вопросы разработки быстрых методов и алгоритмов расчета радиационного переноса как в точной трехмерной постановке, так и с использованием различных приближений с детальной проработкой спектров по частоте. В настоящей работе рассматриваются способы ускорения расчетных процедур за счет применения ряда известных дифференциальных приближений и параллельных вычислений.

Приближение Шустера-Шварцшильда[2]

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(rF_v^+) = 2(\pi j_v - k_v F_v^+) + f_v(x)$$

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(rF_v^-) = 2(-\pi j_v + F_v^-) + f_v(x), \text{ где}$$

$$f_v(x) = \frac{4}{r}\int_0^{\frac{\pi}{2}} I_{v\frac{\pi}{2}}(r,\varphi) sin^2(\varphi) d\varphi$$

$$I_{v\frac{\pi}{2}}(r,\varphi) = \frac{1}{\sin(\varphi)}\int_0^{\frac{\pi}{2}} j_v(x) e^{-\frac{1}{\sin(\varphi)}\int_0^x k_v(x\prime)dx\prime} dx$$

$$j_v = I_{vp} k_v$$

Здесь k_v – суммарный коэффициент поглощения плазмы на частоте v, U_{vp} – объемная плотность энергии равновесного излучения для данной частоты, U_v – объемная плотность энергии излучения.

Геометрия задачи показана на рис. 1

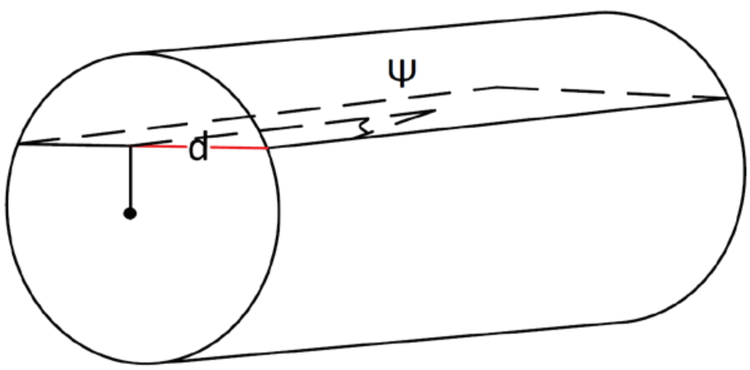

Рис. 1. Геометрия задачи для решения методом Шустера-Шварцшильда

Уравнения решались методом предиктор-корректор со 2-м порядком точности. Задача ставилась как задача Коши.

Диффузионное приближение[2]

$$\begin{cases} F_v = -\dfrac{c}{3k_v}\dfrac{dU_v}{dr} \\ divF_v = ck_v(U_{vp} - U_v) \end{cases}$$

Граничные условия:

$$r = 0, \frac{dU_\nu}{dr} = 0,$$

$$r = R, U_\nu = -\frac{A}{k_\nu}\frac{dU_\nu}{dr}$$

Здесь c – скорость света, k_v – суммарный коэффициент поглощения плазмы на частоте v, U_{vp} – объемная плотность энергии равновесного излучения для данной частоты, U_v – объемная плотность энергии излучения, A- константа, оптимизация которой позволяет повысить точность диффузионного приближения.

Задача сформулирована как краевая, разностная схема составлена интегро-интерполяционным способом со 2-м порядком точности.

Метод прямого интегрирования[3]

В этом методе расчет дивергенции спектрального лучистого потока выполняется по формулам

$$div(F_v) = ck_v(U_{vp} - U_v),$$

где c – скорость света, k_v – суммарный коэффициент поглощения плазмы на частоте v, U_{vp} – объемная плотность энергии равновесного излучения для данной частоты, U_v – объемная плотность энергии излучения.

$$U_v = \frac{1}{c}\int_0^{\pi} d\theta \int_0^{2\pi} Isin(\theta)d\varphi$$

$$I = \int_0^{l(\theta,\varphi)} k_v(x) I_{vp} e^{-\int_x^{l(\theta,\varphi)} k_v(x'') dx'} dx$$

Геометрия задачи показана на рис. 2

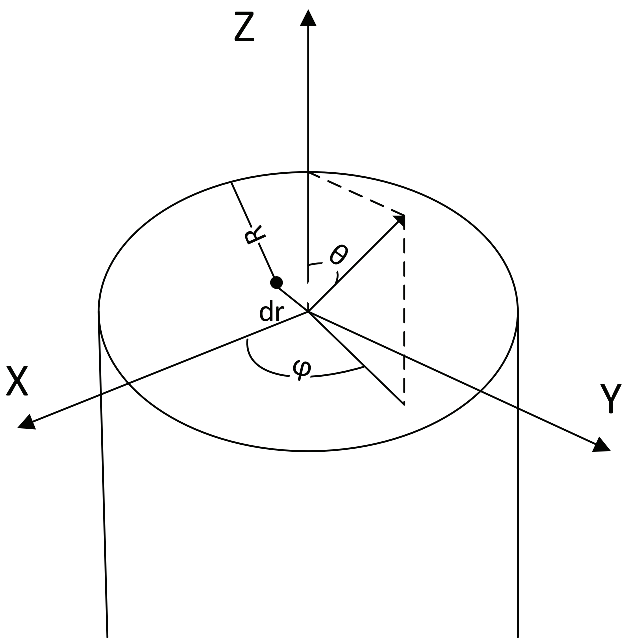

Рис. 2. Геометрия задачи

Оценка точности методов вычисления дивергенции лучистого потока

Сравнение точности методов проводится путем вычисления потока на границе цилиндра по формуле:

$$F = \frac{1}{R} \int_0^R r div(F_v) dr$$

Точность вычисляется как $\varepsilon = \frac{|x'-x|}{x}$, где x' – приближенное решение, x– эталонное значение. Эталонное значение вычисляется по формуле:

$$F_v = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta I cos\theta sin\theta$$

Задача решалась для ксенона при давлении, равном 15 атм. и температурном профиле, показанном в таблице 1.

Таблица 1

Температурный профиль

Радиус	Температурный профиль
0.000E+0000	9.650E+0003
1.188E-0001	9.649E+0003
2.318E-0001	9.645E+0003
3.343E-0001	9.639E+0003
4.244E-0001	9.631E+0003
5.020E-0001	9.622E+0003
5.680E-0001	9.613E+0003
6.241E-0001	9.603E+0003
6.717E-0001	9.593E+0003
7.124E-0001	9.583E+0003
7.473E-0001	9.572E+0003
7.775E-0001	9.560E+0003
8.037E-0001	9.547E+0003
8.267E-0001	9.531E+0003
8.470E-0001	9.510E+0003
8.649E-0001	9.484E+0003
8.809E-0001	9.448E+0003
8.953E-0001	9.399E+0003
9.082E-0001	9.333E+0003
9.199E-0001	9.243E+0003
9.306E-0001	9.123E+0003
9.403E-0001	8.964E+0003
9.492E-0001	8.756E+0003
9.573E-0001	8.486E+0003
9.649E-0001	8.135E+0003
9.718E-0001	7.669E+0003
9.783E-0001	7.015E+0003
9.843E-0001	6.129E+0003
9.899E-0001	5.050E+0003
9.951E-0001	3.736E+0003
1.000E+0000	2.000E+0003

На рис. 3 изображен график зависимости точности вычисления от частоты излучения для каждого метода при заданном температурном профиле.

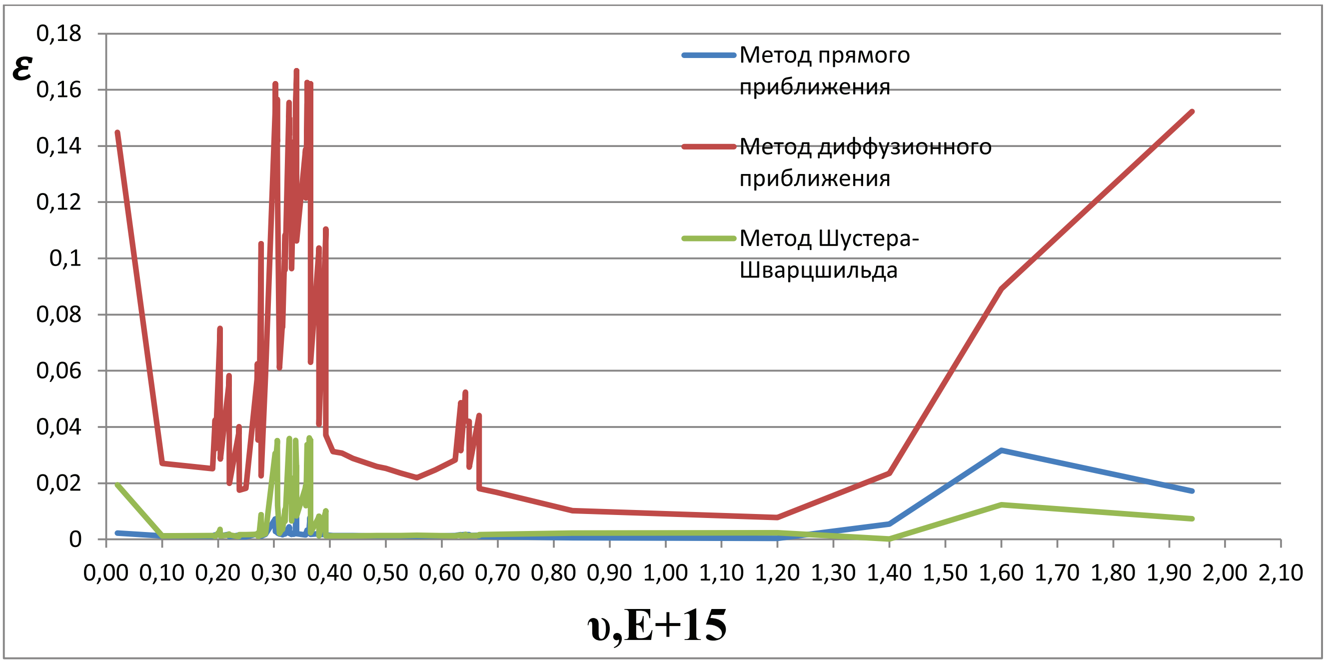

Рис. 3. Точности методов

Оценка зависимости точности метода прямого интегрирования от параметров

Зависимость точности вычислений от количества разбиений по углу φ при k_ν меньше 10^3 представлена в таблице 2. Как видно из нее, для выбранных параметров плазмы точность не зависит от количества разбиений по φ.

Таблица 2

Зависимость точности от количества разбиений по φ при k_ν меньше 10^3

Количество разбиений по φ	Точность
10	0.0124
30	0.0122
50	0.0123
100	0.0121

Зависимость точности вычислений от количества разбиений по углу θ при k_ν меньше 10^3 представлена в таблице 3. Как видно из нее, для указанных температурного профиля и давления точность не зависит от количества разбиений по θ.

Таблица 3

Зависимость точности от количества разбиений по θ при k_v меньше 10^3

Количество разбиений по θ	Точность
10	0.0124
30	0.0125
50	0.0117
100	0.0122

Зависимость точности вычислений от шага по радиусу при k_v меньше 10^3 представлена в таблице 4. Как видно из нее, точность не зависит от шага по радиусу.

Таблица 4

Зависимость точности от величины шага по r при k_v меньше 10^3

Величина шага по r	Точность
0.01	0.0124
0.001	0.0128
0.0001	0.0119

На участках, где k_v принимает значения меньшие, чем 10^3 точность вычисления составляем в среднем 1.2%.

В таблицах 5, 6,7 показаны зависимости точности результатов вычисления от количества разбиений по θ, φ, радиусу на участках, где k_v принимает значения больше 10^3 . Из таблиц видно, что на этих участках появляется зависимость от числа разбиений по θ.

Таблица 5

Зависимость величины потока излучения от количества разбиений по φ при k_v больше 10^3

Количество разбиений по φ	Значение потока
10	0.19
100	0.001
500	$7e^{-5}$
1000	$1e^{-5}$
2000	$3e^{-6}$
3000	$8e^{-7}$

Таблица 6

Зависимость величины потока излучения от количества разбиений по θ при k_v больше 10^3

Количество разбиений по θ	Значение потока
10	0.19
100	0.19
500	0.19
1000	0.19

Таблица 7

Зависимость величины потока излучения от величины шага по r при k_v больше 10^3

Величина шага по r	Значение потока
0.01	0.19
0.001	0.189
0.0001	0.189

Для вычисления значений на таких участков требуется сетка с малым значением шага по параметру θ.

Исходя из полученных результатов, целесообразно распараллелить вычисления значений, зависимых от θ.

Распараллеливание метода прямого интегрирования на кластере MPI

MPI расшифровывается как Message Passing Interface - интерфейс с передачей сообщений. В его состав входят, как правило, два обязательных компонента:

- библиотека программирования для языков C, C++ и Fortran;
- загрузчик исполняемых файлов.

Для MPI принято писать программу, содержащую код всех ветвей сразу. MPI-загрузчиком запускается указываемое количество экземпляров программы. Каждый экземпляр определяет свой порядковый номер в запущенном коллективе, и в зависимости от этого номера и размера коллектива выполняет ту или иную ветку алгоритма. Такая модель параллелизма называется Single program/Multiple data (SPMD), и является частным случаем модели Multiple instruction/Multiple data (MIMD). Каждая ветвь имеет пространство данных, полностью изолированное от других ветвей. Обмениваются данными ветви только в виде сообщений MPI.

При распраралеливании, каждый узел решает несколько задач вида:

$$\int_{0}^{2\pi} I sin(\theta) d\varphi$$

Каждая задача решается в 4 потока.

Распараллеливание метода прямого интегрирования с использованием технологии CUDA

Особенностью архитектуры CUDA является блочно-сеточная организация, необычная для многопоточных приложений. При этом драйвер CUDA самостоятельно распределяет ресурсы устройства между потоками.

На рис. 4 ядро обозначено как Kernel. Все потоки, выполняющие это ядро, объединяются в блоки (Block), а блоки, в свою очередь, объединяются в сеть (Grid).

Для каждого потока будут известны: индекс потока внутри блока threadIdx и индекс блока внутри сетки blockIdx. При запуске все потоки будут отличаться только этими индексами.

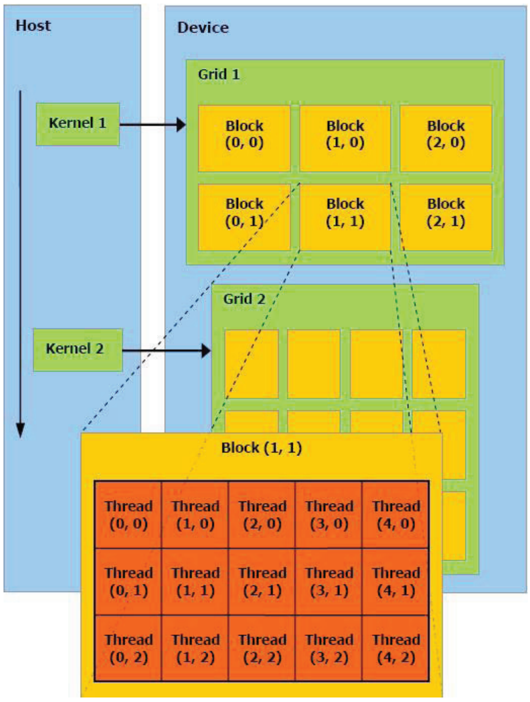

Рис. 4. Архитектура NVidia GPU[4]

При распраралleливании, каждая нить решает задачу вычисления интеграла при заданном θ:

$$\int_0^{2\pi} I\sin(\theta)d\varphi$$

Если между нитями нет взаимодействия,нити разбиты между несколькими блоками, и есть достаточное количество свободных процессоров, то суммарное время выполнения будет равно максимальному времени выполнения на одном блоке.

Результаты распараллеливания

Распараллеливание проводилать на видеокарте GeForce GTX 680 и на кластере MPI.

Характеристики видеокарты GeForce GTX 680:

- максимальное количество потоков в блоке: 1024
- размер warp: 32
- количество ядер: 1536

Характеристики кластера MPI:

- количество узлов: 23
- количетсво процессоров на узле: 4

Результаты представлена в таблице 7.

Таблица 7

Результаты оптимизации

Разбиение по радиусу, θ, φ	Время выполнения последовательно в c.	Времы выполнения на кластере MPI в с.	Время выполения на графических процессорах в c.
200 512 10	216	17	21
200 800 10	338	20	24
200 1024 10	430	26	30
200 2048 10	875	56	30
200 4096 10	1719	104	30

Выводы

Произведено исследование точности дифференциальных приближений (диффузионного и приближения Шустера-Шварцшильда) и метода прямого интегрирования по пространству. Показано, что точность для метода прямого интегрирования лежит в пределах 2%, Шустера-Шварцшильда – в пределах 4%, диффузионного приближения – 15%.

Произведено распараллеливание алгоритма и реализация его на кластере MPI и на графических процессорах NVidia. Скорость вычисления возросла при вычислении на кластере MPI в 12-16 раз, при вычислении на видеокарте максимум в 56.

Список литературы

1. Справочная книга по светотехнике / Под ред. Ю.Б. Айзенберга. - М.: Энергоатомиздат, 1995. – 526 с.
2. Рекин А.Д. Уравнения переноса излучения в приближении Шустера- Шварцшильда для задач со сферической и цилиндрической симметрией //ТВТ. – 1978. - Т.16, №4. - С. 811 – 818.
3. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. – М.: Наука, 1966.- 686 с.
4. NVIDIA CUDA Compute Unified Device Architecture, Programming Guide, version 1.1. NVIDIA Corporation, 2007.
5. Rob Farbe CUDA Application Design and Development. – М.: Morgan Kaufmann, 2011. - 336 с.
6. Jason Sanders, Edward Kandrot CUDA by Example: An Introduction to General-Purpose GPU Programming. – М.: Addison-Wesley Professional,2010.-312c
7. Shane Cook CUDA Programming: A Developer's Guide to Parallel Computing with GPUs (Applications of GPU Computing Series) . – М.: Morgan Kaufmann, 2012. -600 с.