

УДК 537.523

Метод, алгоритм и программная реализация математической модели динамики селективно излучающей плазмы

Рейман Ю.Ю., студент

*Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
кафедра «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»*

Научный руководитель: Градов В.М., д.т.н., профессор

Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана

irudakov@bmstu.ru

Решение задач динамики высокотемпературных газов, осложненных радиационным теплообменом, актуально для многих областей науки и техники, включая квантовую электронику, облучательные и светотехнические установки, установки радиационного нагрева, газоразрядные источники лампового типа и др.

Комплексное моделирование процессов в системах с селективно излучающей плазмой в данный момент недостаточно развито в связи с недоработанностью вычислительных моделей, которые удовлетворяли бы критериям замкнутости и реалистичности описания взаимосвязанных нелинейных физических процессов и допускали бы при этом эффективную реализацию на вычислительной технике, учитывая большой объем вычислительной работы для такого класса задач.

В настоящей работе строится математическая модель, метод, алгоритм и программа для исследования процессов в разрядной высокотемпературной плазме в условиях одномерной цилиндрической геометрии с неоднородным радиальным распределением параметров.

Математическая модель динамики селективной излучающей плазмы

Математическая модель включает следующие группы уравнений (уравнения записаны в координатах Эйлера).

Газодинамический блок

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho v) = 0,$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r},$$

$$p = P(\rho, T),$$

Тепловой блок

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left(\varepsilon + \frac{v^2}{2} \right) + v \frac{\partial}{\partial r} \left(\varepsilon + \frac{v^2}{2} \right) = \\ & = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial}{\partial r} (r p v) + \sigma E^2 - \operatorname{div} F_{\text{л}} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r W), \end{aligned}$$

$$W = -\lambda \frac{\partial T}{\partial r},$$

$$\varepsilon = \varepsilon(\rho, T), \lambda = \lambda(\rho, T),$$

Радиационный блок (в диффузионном приближении [1])

$$F_v = -\frac{c}{3k_v} \frac{\partial u_v}{\partial r},$$

$$\operatorname{div} F_v = c k_v (u_{vp} - u_v),$$

$$\operatorname{div} F_{\text{л}} = \int_v \operatorname{div} F_v dv = c \int_v k_v (u_{vp} - u_v),$$

$$u_{vp} = \frac{8\pi h v^3}{c^3 \left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \right)},$$

Блок электротехнической цепи (схема цепи показана на рис. 1)

$$L_k \frac{dI}{dt} = U_c - (R_k + R_p)I,$$

$$C_k \frac{dU}{dt} = -I,$$

$$R_p = \frac{l_{\text{э}}}{2\pi \int_0^R \sigma(r) dr},$$

$$E = \frac{I}{2\pi \int_0^R \sigma(r) dr} = \frac{R_p I}{l_{\text{э}}},$$

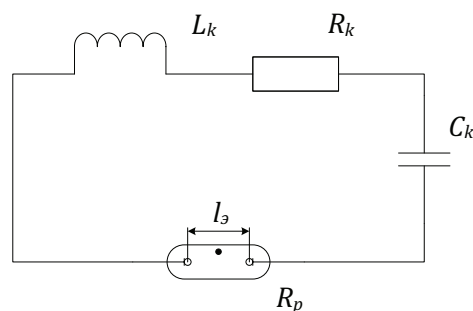


Рис.1. Схема электротехнической цепи

Начальные условия

$$t = 0, T = T(r), v = 0, p = P_0,$$

$$I = I_0, U_c = U_0,$$

Граничные условия

$$r = 0, v = 0, T = T_0(t), F_v = 0,$$

$$r = R, v = 0, T = T_w, F_v = A \frac{cu_v}{2},$$

Где

r – радиальная координата, t – время, v – скорость, p – давление плазмы, ρ – плотность плазмы, ε – внутренняя энергия плазмы, T – температура плазмы, W – тепловой поток, λ – коэффициент теплопроводности плазмы, F_λ – плотность интегрального по спектру лучистого потока, F_v – плотность спектрального потока на частоте ν , k_ν – спектральный оптический коэффициент поглощения плазмы, u_ν – объемная плотность энергии излучения, c – скорость света, h – постоянная Планка, k – постоянная Больцмана, ν – частота излучения, A – константа, оптимизирующая модель, L_k – индуктивность катушки, I – сила тока, U_c – напряжение на конденсаторе, R_k – сопротивление конденсатора, R_p – сопротивление плазмы, C_k – емкость конденсатора, l_3 – расстояние между электродами газоразрядной лампы, σ – коэффициент электропроводности плазмы, E – напряженность электрического поля в плазме.

Коэффициенты λ, σ, k_ν составляют информационное обеспечение модели. В работе они получены расчетным путем согласно [2].

Метод расчета замкнутой математической модели

Для решения представленной математической модели разработан следующий алгоритм.

В начальный момент времени задаются условия, имитирующие работу дежурной дуги: радиальное распределение температуры, давление, постоянное по радиусу, значения начального напряжения и силы тока в цепи. Вычисляется значение сопротивления плазмы при заданном распределении температуры.

Затем определяется значение силы тока на первом шаге по времени из первого уравнения блока электротехнической цепи, находится напряженности электрического поля в соответствии с полученной силой тока и сопротивлением плазмы, определяется дивергенция лучистого потока из радиационного блока.

После этого решаются совместно уравнения энергии и теплопроводности и определяются значения температуры на первом временном шаге. Полученные данные о распределении температуры используются для определения газодинамических характеристик. При этом, так как значение коэффициента теплопроводности зависит от температуры, а значение давления – от температуры и плотности, уравнения

соответствующих блоков являются нелинейными и требуют выполнения итерационной процедуры для определения искомых характеристик.

После нахождения значения температуры на первом временном слое необходимо вернуться к расчету сопротивления плазмы, так как значение коэффициента электропроводности плазмы зависит от температуры. Для полученных значений температуры определяется значение сопротивления плазмы на первом временном слое.

Последовательность указанных шагов для вычисления температурного поля повторяется до достижения заданной точности.

Данная последовательность действий выполняется для определения значений характеристик плазмы на каждом последующем временном слое.

В данной работе представлен материал, связанный с решением газодинамического блока совместно с уравнением энергии. Алгоритм отрабатывался в модельной постановке, когда внутренние источники тепловыделения считались заданными. Это позволило акцентировать основное внимание на газодинамической части задачи.

Для приведения системы уравнений к расчетной схеме выполняется переход от эйлеровых координат к лагранжевым массовым координатам.

Решение системы уравнений может быть получено с использованием как явной, так и неявной схемы. В данной работе была реализована неявная однородная схема с учетом теплопроводности и вводом искусственной вязкости. Для линеаризации полученной разностной схемы применялся метод Ньютона, которая затем решалась методом раздельных прогонок. Метод получения разностных схем для уравнений газодинамики и различные подходы для их решения подробно описаны в [3].

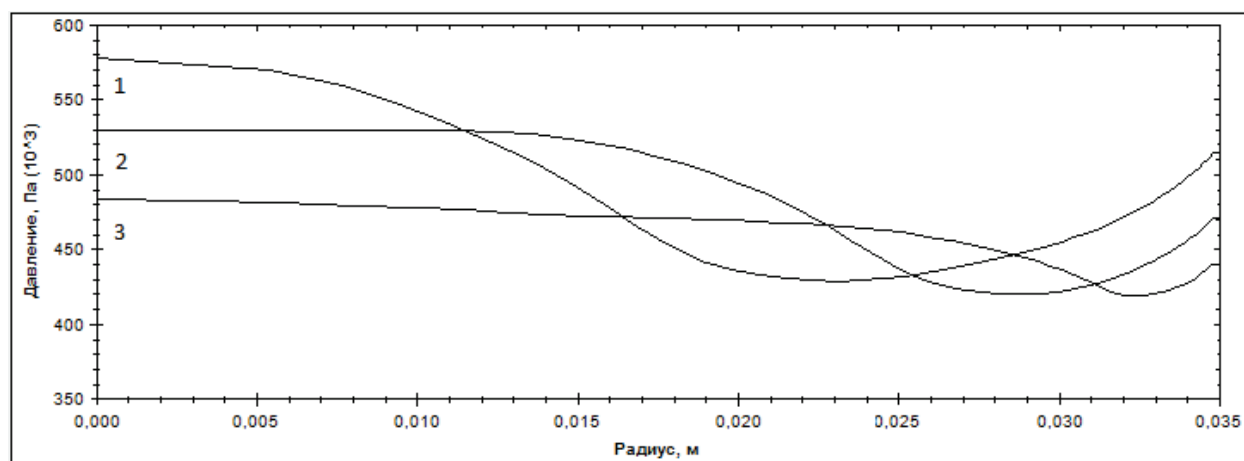
Результаты

Разработанное программное обеспечение позволяет моделировать газодинамические процессы в цилиндрически симметричных импульсных газовых разрядах в условиях локального термодинамического равновесия. Если заменить уравнения энергии из теплового блока на систему уравнений для температур электронов и тяжелых частиц, то при соответствующей модификации уравнения состояния и радиационного блока модель можно использовать для расчета неравновесной плазмы в двухтемпературном приближении.

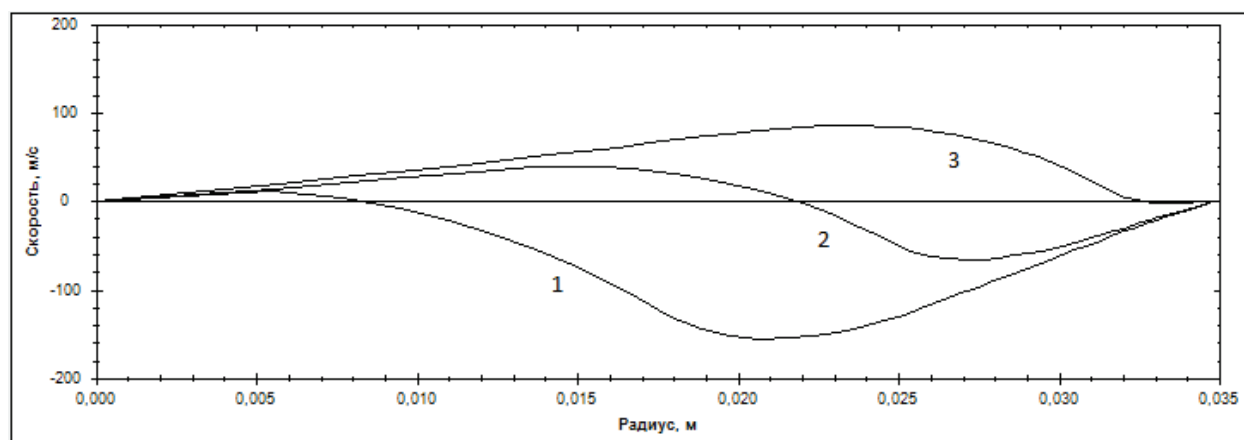
Разработанная программа была использована для проведения вычислительных экспериментов с импульсной газоразрядной лампой с ксеноновым наполнением в диапазоне длительностей разряда 18-120 мкс. Были установлены временные и пространственные зависимости параметров, характеризующих развитие процессов в течение импульса тока: скорости движения плазмы, давления, плотности. Показано

влияние начальных условий, размеров разрядной трубки, крутизны переднего фронта импульса тока на формирование газодинамической картины и установлены границы длительности импульсов, при которых градиенты давления в разряде не оказывают существенного влияния на спектрально-энергетические и теплофизические характеристики разряда.

На рисунках 2а, б представлены радиальные распределения давления и скорости в разряде в моменты времени после достижения максимальной температуры на оси цилиндрической трубки. Видно, что в течение импульса тока в плазме могут реализовываться большие градиенты давления и достаточно интенсивные радиальные течения газа. По мере развития разряда газодинамические процессы затухают и значительная часть импульса (до 60%) проходит в условиях относительно спокойной плазмы. В то же время расчеты позволяют сделать вывод, что для повышения КПД излучения разрядов за счет сокращения периода взрывообразного изменения параметров весьма перспективным может оказаться применение режима дежурной дуги.



а



б

Рис. 2. Радиальное распределение давления (а) и скорости (б) при заданных начальных данных: начальное давление Хе $P_0 = 0,04$ МПа, радиус трубки $R = 0,35$ см,

длительность импульса $\tau = 125$ мкс. Цифры около кривых 1-3 соответствуют моментам времени 60, 70, 80 мкс.

Подводя итоги, отметим, что полученные в работе результаты являются важной предпосылкой для построения замкнутой математической модели, реалистично описывающей сложный комплекс нелинейных процессов в высокотемпературных ионизованных излучающих средах.

Список литературы

1. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 656 с.
2. Градов В.М. Программно-математическое обеспечение для научных исследований систем с доминирующей ролью радиационных процессов // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Специальный выпуск №2. Программная инженерия. 2012. С.110-135.
3. Самарский А.А., Попов Ю.П. Разностные методы решения задач газовой динамики. – 3-е изд., доп. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1992. – 424 с.
4. Попов И. В., Фрязинов И. В. О методе адаптивной искусственной вязкости // Математическое моделирование. 2010. Т. 22, № 7. С. 121-128.