

УДК 62-83-529

Синтез мехатронных систем управления с учетом ограничений

Калинин П.А., студент

*Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
кафедры «Специальная робототехника и мехатроника»*

Научный руководитель: Рассадкин Ю. И., к.т.н., доцент

Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана

rassadkin@sm.bmstu.ru

Введение

Один из основных этапов проектирования мехатронных систем управления – синтез системы, под которым понимаются расчеты, имеющие конечной целью отыскание рациональной структуры системы и установление оптимальных величин параметров её отдельных звеньев.

Метод логарифмических частотных характеристик (далее ЛЧХ) наиболее приемлем для инженерного подхода к задаче синтеза мехатронных систем управления [Л2]. Его достоинства: простота, наглядность, и отсутствие сложных вычислений, в особенности при использовании асимптотических логарифмических амплитудных частотных характеристик (далее ЛАЧХ).

Процесс синтеза в рамках рассматриваемого подхода, наряду с другими необходимыми операциями, включает в себя построение желаемой ЛАЧХ на основе требований к точности и качеству процессов управления [Л1].

1. Постановка задачи исследования

В рамках линейной теории систем автоматического управления, и в том числе мехатронных систем, максимальное значение частоты среза желаемой, во многом определяющее качество процессов управления, ограничено только теоретически достижимыми запасами устойчивости системы.

В мехатронной системе к ограничивающим максимальное значение частоты среза факторам следует также отнести конечность мощности источника питания системы. Энергетические ограничения проявляются в виде максимальных предельных значений скорости вращения вала двигателя и развиваемого им движущего момента.

Цель выполненного исследования – алгоритм, дополняющий классическую методику формирования желаемой ЛАЧХ, позволяющий учитывать физические ограничения на достижимые характеристики проектируемой мехатронной системы управления.

Однако для системы с насыщением на граничное значение частоты накладывается еще одно условие – ограничение на максимальные значения скорости вращения вала двигателя и его крутящего момента. Ограничение скорости означает, что в математической модели мехатронной системы должны быть представлены элементы типа «насыщение». Наличие подобных нелинейных элементов в математической модели не сказывается на устойчивости и не приводит к появлению автоколебаний [Л2].

2. Синтез мехатронных систем с учетом ограничений

Частота среза определяет размер полосы пропускания. Размер полосы, определяющей быстродействие мехатронной системы, является функцией w_{cp} . Время переходного процесса системы обратно пропорционально ширине полосы пропускания. Поскольку частотная характеристика отражает прохождение через систему синусоидального сигнала $g = a \cdot \sin wt$, то нелинейный элемент типа «насыщение» можно заменить его коэффициентом гармонической линеаризации $q(a)$.

Далее приведены результаты исследований для различных электрических двигателей.

2.1. Асинхронный двигатель

Асинхронный двигатель описывается системой уравнений равновесия моментов (1.1):

$$\begin{cases} M_{\partial\partial} = J_{\Sigma} \cdot dw / dt + f_{\partial\partial} \cdot w + M_{cm}; \\ M_{\partial\partial} = k_u \cdot U_y - k_w \cdot w; \end{cases} \quad (1.1)$$

Для упрощения вычислений считается, что $J_{\Sigma} \cdot dw / dt \gg \quad \vdash M_{cm}$.

Тогда: $U_y = [J_{\Sigma} / k_u] \cdot dw / dt + [k_w / k_u] \cdot w$;

Система принимает вид, представленный на рисунке 1.

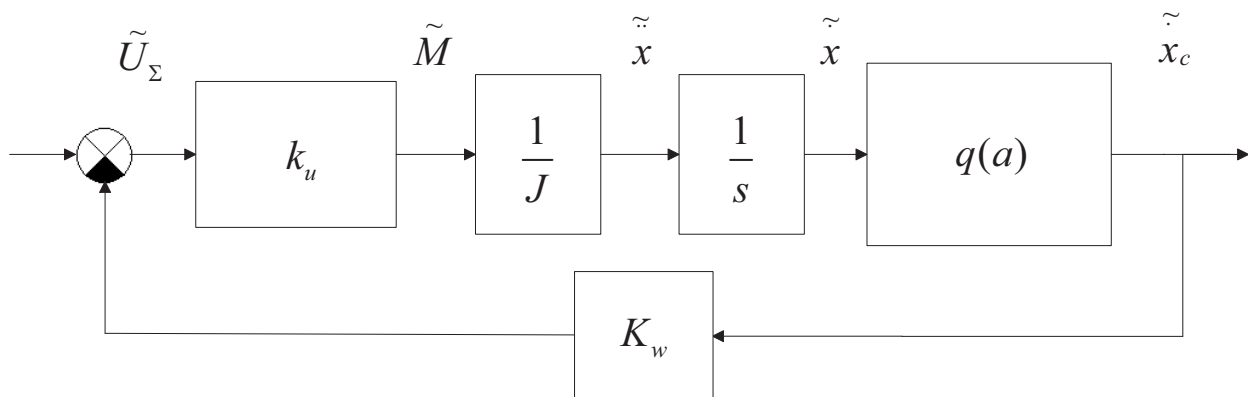


Рис. 1. Структурная схема асинхронного двигателя

Передаточная функция системы имеет вид:

$$W(s) = \frac{k_o}{(T \cdot s + 1)} \cdot q(a), \text{ где } k_o = k_u / k_w; \quad T = J / k_w;$$

Граничное значение частоты среза:

$$\omega_{cp} = k_w / J_\Sigma; \quad (1.2)$$

Аналогично предыдущему варианту, ограничения по устойчивости нет. Введение k_w в цепь обратной связи будет расширять область допустимых частот, если $k_w > 1$, и сужать её если $k_w < 1$.

2.2. Двигатель постоянного тока

Уравнения равновесия моментов и напряжений:

$$\begin{aligned} U_\Sigma &= R_\Sigma \cdot i_\Sigma + L_\Sigma \cdot di_\Sigma / dt + k_w \cdot \omega; \\ M_{\text{дв}} &= k_M \cdot i_\Sigma = J_\Sigma \cdot d\omega / dt + f_{\text{см}} + M_{\text{см}}; \end{aligned} \quad (2.1)$$

Вследствие того, что $J_\Sigma \cdot d\omega / dt \gg t_{\text{см}}$ из (3.1) следует:

$$i_\Sigma = \frac{J_\Sigma}{k_M} \cdot \frac{d^2 \alpha}{dt^2}; \quad U_\Sigma = R_\Sigma \cdot \frac{J_\Sigma}{k_M} \cdot \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + L_\Sigma \frac{J_\Sigma}{k_M} \cdot \frac{d^3 \alpha}{dt^3} + k_w \cdot \frac{d\alpha}{dt};$$

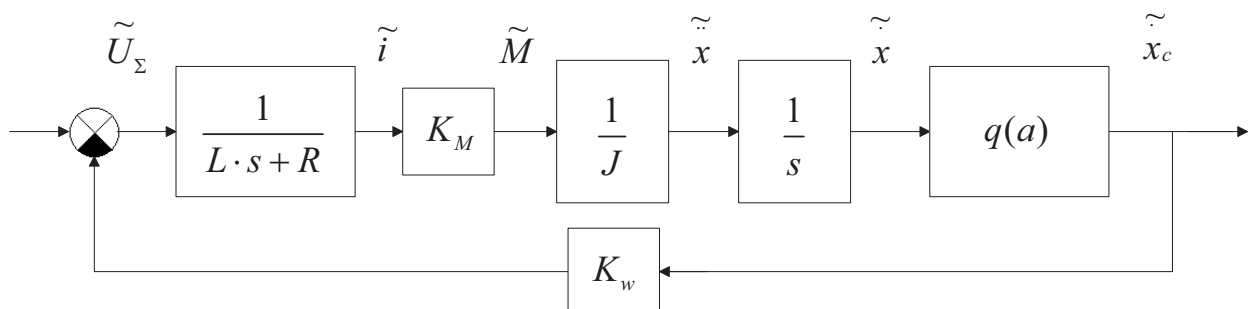


Рис. 2. Структурная схема двигателя постоянного тока

Передаточная функция разомкнутой цепи:

$$W = \frac{k_M \cdot q(a)}{J \cdot R \cdot s \cdot (T_\gamma \cdot s + 1)} = \frac{k_C \cdot q(a)}{s \cdot (T_\gamma \cdot s + 1)}, \text{ где } k_C = \frac{k_M}{J \cdot R};$$

$$\text{Замкнутой: } \Phi = \frac{W}{1 + k_w \cdot W} = \frac{1 / k_w}{T_\gamma \cdot s^2 / [k_w \cdot k_C \cdot q(a)] + s / [k_w \cdot k_C \cdot q(a)] + 1};$$

Таким образом

$$w_{cp} = \sqrt{\frac{k_C \cdot k_w}{T_\gamma}} = \sqrt{\frac{k_M \cdot k_w}{J \cdot L}}; \quad (2.2)$$

Из выражения (2.2) следует вывод, что появление звена $\frac{1}{L \cdot s + R}$, обусловленного наличием в ДПТ обмотки якоря, сужает область допустимых w_{cp} . Также следует, что увеличение индуктивности обмотки приводит к сужению области частот, и, соответственно, наоборот.

2.3. Двигатель постоянного тока с обратной связью по скорости

Рассматривается влияние на область допустимых частот наличия в системе ОС по скорости. Структурная схема такой системы изображена на рис. 3.

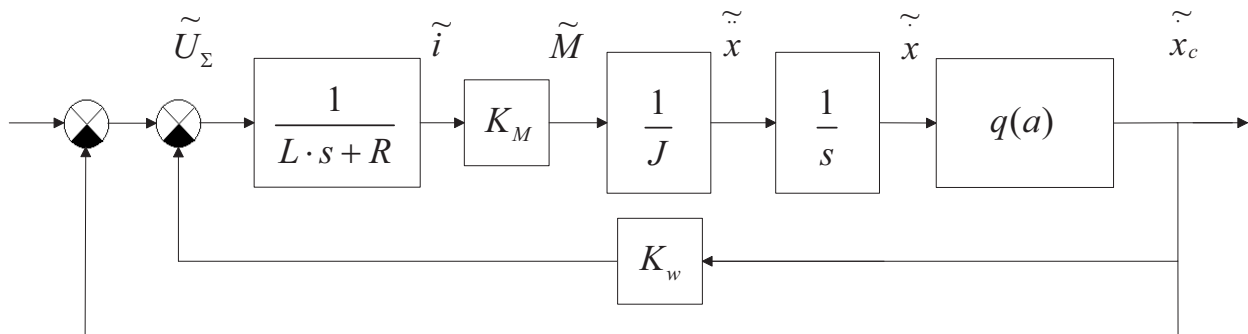


Рис. 3. ДПТ с ОС по скорости

Передаточная функция разомкнутой цепи:

$$W = \frac{k_k k_C \cdot q(a)}{s \cdot (T_\gamma \cdot s + 1) + k_w \cdot k_C \cdot q(a)}, \text{ где } k_C = \frac{k_M}{J \cdot R};$$

$$\Phi = \frac{W}{1 + W} = \frac{k_k / (k_w + k_k)}{T_\gamma \cdot s^2 / [(k_w + k_k) k_C \cdot q(a)] + s / [(k_w + k_k) k_C \cdot q(a)] + 1};$$

$$w_{cp} = \sqrt{(k_w + k_k) k_C / T_\gamma} = \sqrt{k_M \cdot (k_w + k_k) / (J \cdot L)}; \quad (3.1)$$

Из выражения (3.1) следует вывод, что если конструкционные параметры двигателя таковы, что $k_w < 1$, и максимальная частота сильно уменьшается из-за наличия этой внутренней ОС, то введения дополнительной ОС по скорости с коэффициентом $k_k > 1$ приведет к расширению области допустимых ω_{cp} .

2.4. Двигатель постоянного тока с обратной связью по перемещению

Теперь проводится анализ системы с ДПТ, охваченным ОС по положению. Структурная схема такой системы изображена на рис. 4.

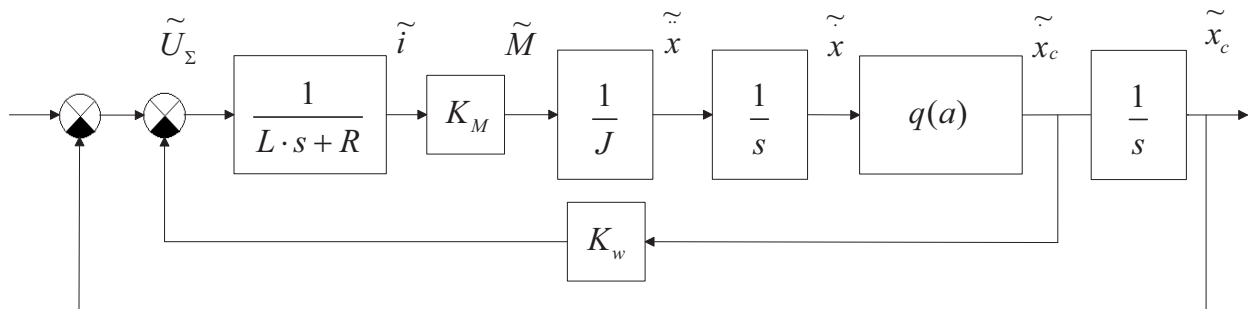


Рис. 4. Структурная схема ДПТ с ОС по положению

Передаточная функция замкнутой системы:

$$\Phi = \frac{W_{Kw} / s}{1 + W_{Kw} / s} = \frac{1}{T_s \cdot s^3 / [k_C \cdot q(a)] + s^2 / [k_C \cdot q(a)] + k_w \cdot s + 1};$$

Т. о. характеристический многочлен этой системы представляет собой уравнение третьей степени. Решение кубического уравнения ищется при $q(a) = 1$. Зачастую, параметры двигателя таковы, что уравнение имеет один вещественный корень и два комплексно-сопряженных. Практически, это означает, что система будет представлять собой последовательное соединение апериодического и колебательного звеньев.

Корни кубического уравнения определяются по формуле Кордано:

$$y_1 = \alpha + \beta, \quad y_{2,3} = -(\alpha + \beta) / 2 \pm i \cdot \sqrt{3}(\alpha - \beta) / 2; \quad (4.1)$$

$$\text{где } \alpha = \sqrt[3]{-q/2 + \sqrt{Q}}, \quad \beta = \sqrt[3]{-q/2 - \sqrt{Q}};$$

$$Q = \left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2 = \left(\frac{k_C \cdot k_w}{3 \cdot T_s}\right)^3 + \left(\frac{k_C}{2 \cdot T_s^2}\right)^2 = \frac{k_C^3 \cdot k_w^3}{27 \cdot T_s^3} + \frac{k_C^2}{2 \cdot T_s^4} = \frac{k_C^2}{27 \cdot T_s^4} \left[T_s \cdot k_C \cdot k_w^3 + \frac{27}{2}\right];$$

Т. к. $T_s \cdot k_C \cdot k_w^3 \leq 1$, этой составляющей можно пренебречь, т. е. $Q = k_C^2 / 2 \cdot T_s^4$.

Таким образом, выражение для граничной частоты апериодического звена будет иметь вид:

$$\omega_{cp} = \gamma_1 - 1/3 \cdot T_g \approx -0,47 \cdot \sqrt[3]{k_C / T_g^2} - 1/3 \cdot T_g; \quad (4.2)$$

Аналогичное выражение для граничной частоты колебательного звена:

$$\begin{aligned} \omega_{cp} &= \sqrt{\left((\alpha + \beta) / 2 + 1/3 \cdot T_g\right)^2 + 3/4 \cdot (\alpha - \beta)^2} = \\ &= \sqrt{(\alpha + \beta + 1/3 \cdot T_g)^2 - 3\alpha\beta - (\alpha + \beta) / 3 \cdot T_g}; \end{aligned} \quad (4.3)$$

Вследствие неравенства $-3\alpha\beta - (\alpha + \beta) / 3 \cdot T_g > 0$, граничная частота колебательного звена будет больше граничной частоты апериодического звена.

Анализируя выражения (4.2) и (4.3) можно сделать заключение, что положение ω_{cp} в наибольшей степени определяется моментом инерции двигателя, и параметрами цепи якоря. Внутренняя обратная связь ДПТ с коэффициентом k_w слабо влияет на величину ω_{cp} .

3. Моделирование реальной системы

Для проверки полученных заключений производится исследование сигнала на выходе системы с нелинейностью. Исследуемая система представляет собой двигатель с полым ротором и параллельным корректирующим устройством (рис. 5).

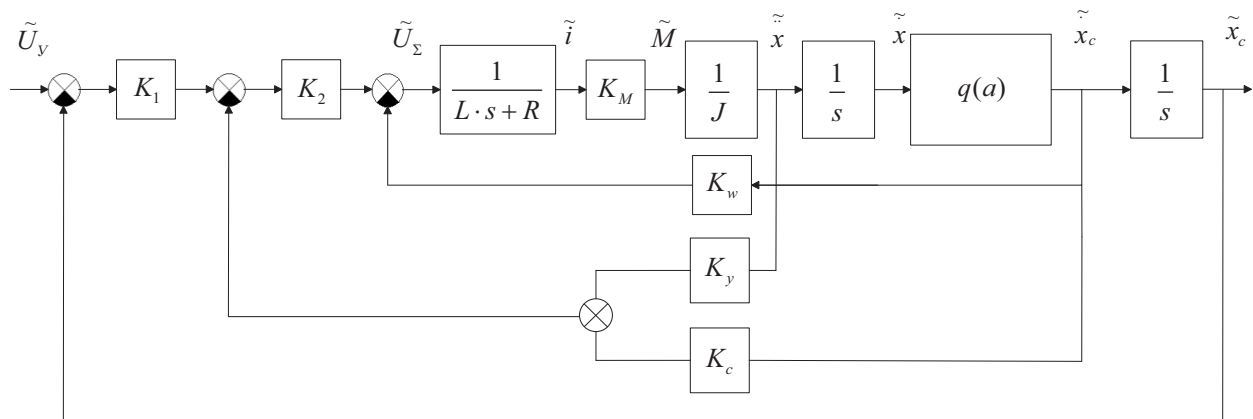


Рис. 5. Структурная схема ДПР с параллельным корректирующим устройством

Частота среза скорректированной системы $\omega_{cp} = 21 \text{ рад/с}$, а собственная частота двигателя $\omega_{cd} = 42 \text{ рад/с}$. Пользуясь формулой (2.2) рассчитаем максимальную частоту среза системы.

$$\omega_{zp} = \sqrt{\frac{k_M \cdot k_w}{J \cdot L}} = \sqrt{\frac{0.018 \cdot 0.0115}{3.6 \cdot 10^{-6} \cdot 0.016}} = 60 \text{ рад / с};$$

На вход системы подается сигнал с растущими частотами, пока на выходе не появляются незначительные линейные искажения (рис. 6).

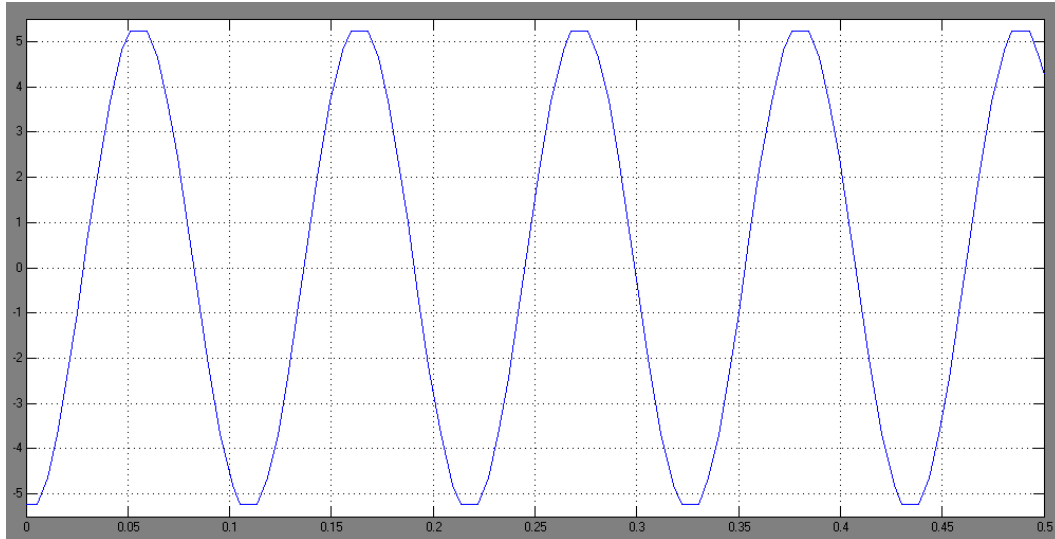


Рис. 6. Появление нелинейных искажений при $\omega = 58 \text{ рад / с}$.

Выводы

Проведенные исследования позволяют формировать желаемую логарифмическую амплитудно-частотную характеристику с учетом присущих реальной системе ограничений. Алгоритм учета ограничений прост, и может использоваться в практике проектирования мехатронных систем управления.

Список литературы

1. Следящие приводы в 3 томах 2-е издание, дополненное и переработанное / Под ред. Б. К. Чемоданова. Т. 1: Теория и проектирование следящих приводов / Е. С. Блейз; А. В. Зимин, Е. С. Иванов и др. – М.: Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1999. – 904 с.
2. Теория система автоматического регулирования. Бесекерский В. А., Попов Е. П., изд. «Наука», Главная редакция физико-математической литературы, М., 1972, 768 с.