МОЛОДЕЖНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК

Издатель ФГБОУ ВПО "МГТУ им. Н.Э. Баумана". Эл No. ФС77-51038.

УДК 623.466.55

Метод импульса силы для оценки энергетики управления полётом

Илюхин С.Н., студент Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана, кафедра «Динамика и управление полётом ракет и космических аппаратов»

> Научный руководитель: Клишин А.Н., к. т. н., доцент Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана <u>kafsm3@sm.bmstu.ru</u>

Процесс проектирования управляемых летательных аппаратов (ЛА) представляет собой серию последовательных циклических этапов выбора и уточнения параметров самого ЛА, а также системы автоматического управления его движением. В состав этих процессов входят и этапы баллистического проектирования. Однако, несмотря на то, что сам процесс баллистического проектирования жестко связан с решением остальных задач, он может быть технически выделен для самостоятельной проработки на каждом отдельно взятом этапе проектирования.

Продуктом баллистического проектирования являются такие определяющие параметры ЛА, как характеристики его двигательной установки, ожидаемые параметры движения в заданных условиях полета, исходные данные для аэродинамического проектирования, а также для синтеза системы автоматического управления полетом.

Отправной точкой для начала проектирования ЛА в целом является техническое задание (ТЗ). В ТЗ обычно задается тип ЛА, его располагаемые габаритные и массовые характеристики, выступающие как предельно допустимые, тип и основные характеристики полезной нагрузки, условия работы всего управляемого комплекса, требования по точности управления движением и так далее [8]. Часто в задании однозначно определяется используемая схема аэродинамической компоновки.

На основе ТЗ проектировщик формирует обобщенную конструктивнокомпоновочную схему первого приближения [3,8], примером которой может служить приведенная на рис.1 компоновочная схема зенитной управляемой ракеты (ЗУР).



Рис. 1. Компоновочная схема ЗУР

Надо отметить, что при этом числовые значения параметров выбираются по методу экспертных оценок, что обычно привносит некоторые некорректности, устраняемые на последующих этапах проектирования. При выборе начальных значений определяющих параметров ЛА в целом и его отдельных элементов обычно используют статистические данные, полученные в результате анализа свойств существующих образцов.

Для того чтобы сократить объем поисковых работ и повысить качество и объективность экспертных оценок в настоящей работе предлагается использовать подход, основанный на предварительной оценке энергетических затрат на управление полетом. Этот подход теоретически можно пояснить так:

Пусть имеется некоторое тело, которое можно представить в виде материальной точки массой *m*, которое перемещается из точки $A(x_1, y_1)$ в точку $B(x_2, y_2)$ по прямой $f_1(x)$. Это движение условно будем называть неуправляемым.

Если к этому телу теперь приложить управляющую силу $F_N(t)$, направлена по нормали к касательной в любой точке управляемой траектории $f_2(x)$, а, следовательно, по нормали к вектору скорости \overline{V} поступательного движения рассматриваемого тела, то траектория будет искривлена так, как того требует алгоритм управления. В результате тело переместится из точки $A(x_1, y_1)$ уже в точку $C(x_3, y_3)$. Схема траекторий поясняется на рис. 2.



Рис. 2. Участки неуправляемой и управляемой траекторий

Часто управляемый полет сопровождается работой основного реактивного двигателя с силой тяги P(t), обеспечивающей требуемый закон изменения скорости во времени. В результате можно сказать, что основные энергетические затраты управляемого полета можно определить как сумму энергозатрат но создание двух указанных сил. Схема сил, действующих на управляемый ЛА при движении в плотных слоях атмосферы в вертикальной плоскости показана на рис. 3.



Рис. 3 Схема сил, действующих на управляемый ЛА в полете

Энергетические затраты на создание силы тяги могут оцениваться работой, произведенной ей при движении по траектории заданной формы. Но энергетические затраты на управление так оценивать нельзя, так как управляющая сила нормальна к траектории в каждой ее точке. Поэтому оценивать энергозатраты на управление целесообразно не по величине совершаемой ей работы, а по величине полного импульса действия этой силы за время перемещения тела из точки $A(x_1, y_1)$ в точку $C(x_3, y_3)$:

$$I_{AC} = \int_{t_1}^{t_3} F_N(t) dt,$$

где t_1 - момент начала управляемого движения,

а t_3 - момент его окончания.

Этот импульс определяет массу и объем необходимого энергетического блока системы управления, показанный на рис.1.

Для единообразия подхода к оценке энергозатрат предлагается оценивать энергетические затраты на создание силы тяги также величиной полного импульса ее действия:

$$I_P = \int_{t_1}^{t_3} P(t) dt,$$

Это удобно еще и потому, что в первом приближении величину силы тяги на первых этапах работ удобно определять зависимостью [6]:

 $P(t) \approx I_1 \dot{m}(t),$

где *I*₁ - единичный импульс твердого топлива;

 $\dot{m}(t)$ - секундный массовый расход твердого топлива.

Величина единичного импульса известна для каждого выбранного нами твердого топлива и реально лежит в диапазоне:

$$1800 \ \frac{\mathrm{Hc}}{\mathrm{Kr}} \leq I_1 \leq 2800 \frac{\mathrm{Hc}}{\mathrm{Kr}}.$$

Порядок работ по такой оценке энергетики удобней всего пояснить на конкретном примере. В качестве примера управляемого ЛА возьмем ранее упоминавшуюся ЗУР. Для конкретизации типа управления примем, что ЗУР на начальном участке траектории наводится по методу трех точек, а на конечном этапе сближения – по методу погони. Движение будем рассматривать в вертикальной плоскости.

В этом случае математическая модель движения ЛА может быть представлена в виде системы дифференциальных уравнений, записанных в проекциях на оси скоростной системы координат [2].

$$\begin{cases} m \frac{dV}{dt} = P \cos \alpha - X_a - G \sin \theta \\ mV \frac{d\theta}{dt} = P \sin \alpha + Y_a - G \cos \theta \end{cases}$$
(1)
B системе уравнений обозначено:
$$P = P(t,y) -$$
сила тяги реактивного двигателя;
$$X_a = X_a(M,a,q) -$$
сила лобового сопротивления;
$$Y_a = Y_a(M,a,q) -$$
подъемная сила;
$$M = \frac{V(t)}{a(y)} -$$
число Маха;

Молодежный научно-технический вестник ФС77-51038

 $q = \frac{\rho(y)V^2(t)}{2}$ - скоростной напор;

G=mg - сила тяжести.

Подъемную силу ЛА можно представить следующим образом:

$$Y_a = C_y^{\alpha} \alpha q S$$

Здесь:

S -характерная площадь;

 $C_{y}^{\alpha} = \frac{dC_{y}}{d\alpha}$ - частная производная коэффициента подъемной силы по углу атаки; α - угол атаки.

Масса ЛА практически всегда является функцией времени. Так, на участке работы твердотопливного реактивного двигателя (РДТТ) можно записать:

$$m = m_0 - \int \dot{m}(t) dt.$$

Анализируя выражения, стоящие в правых частях уравнений (1), нетрудно заметить, что в них не раскрыт алгоритм формирования угла атаки, который реально и обеспечивает управление полетом с помощью подъемной силы ракеты. Для формирования условий определения этого угла необходимо использовать уравнение вращательного движения ЛА вокруг его центра масс:

$$I_{z}\frac{d^{2}\vartheta}{dt^{2}} = m_{z}^{\alpha}(M,\alpha) \cdot \alpha \cdot q \cdot S \cdot l + m_{z}^{\omega_{z}}(M,\alpha) \cdot \omega_{z} \cdot q \cdot S \cdot l + m_{z}^{\delta}(M,\alpha) \cdot \delta \cdot q \cdot S \cdot l,$$

где:

 $I_z(t)$ - момент инерции относительно поперечной оси;

θ - угол тангажа;

 $m_{z}^{\alpha}(M) = \frac{dm_{z}}{d\alpha}$ - частная производная коэффициента аэродинамического момента тангажа по углу атаки;

$$m_z^{\omega_z}(M) = \frac{dm_z}{d\omega_z}$$
 - частная производная коэффициента аэродинамического момента

тангажа по угловой скорости ω_z ;

 $m_z^{\delta}(M) = \frac{dm_z}{d\delta}$ - частная производная коэффициента аэродинамического момента тангажа по углу поворота рулей;

 $\omega_z = \frac{d\vartheta}{dt}$ - угловая скорость вращения ЛА относительно его центра масс;

δ - угол поворота аэродинамического руля.

Именно угол поворота рулей приводит в итоге к появлению управляющей подъемной силы. На создание этого угла поворота и работает бортовая энергетика ЗУР.

Следует отметить, что рассматриваемый в нашем примере ЛА предполагается аэродинамически устойчивым. Поэтому момент аэродинамических сил *M*_{za}, приложенных

к нему всегда направлен "против" возникшего по какой-то причине угла атаки α. Современные ЛА практически всегда оснащаются системой угловой стабилизации. Если такая система спроектирована правильно и обладает достаточно высоким быстродействием, то при расчете траектории поступательного движения центра масс для связи между углом атаки и углом поворота рулей вместо дифференциального уравнения можно использовать балансировочное соотношение:

$$\alpha = \frac{m_z^{\delta}}{|m_z^{\alpha}|} \delta.$$
⁽²⁾

Такой подход к постановке задачи широко используется и достаточно полно описан в литературе, например, [1,2].

Видно, что для решения этих уравнений не хватает знания нескольких параметров, таких как высота движения *y*, скорости звука на рассматриваемой высоте *a* и плотности окружающего воздуха.

Для определения параметров окружающей среды в каждой рассматриваемой точке траектории следует воспользоваться стандартной атмосферой ГОСТ 4401-81 «Атмосфера стандартная. Параметры» [2].

Для определения положения ЛА в вертикальной плоскости при анализе процесса теленаведения в вертикальной плоскости по методу трех точек надо использовать полярную систему, привязанную к упомянутой выше земной декартовой системы координат, таким образом, как это показано на рис.4.



Рис. 4. Геометрические параметры, определяющие положение ЛА и цели

В этом случае вместо координат *x* и *y* используют координаты *r* и *φ*, определяемые следующими кинематическими дифференциальными уравнениями:

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = V\cos\eta\\ r\frac{d\varphi}{dt} = V\sin\eta' \end{cases}$$
(3)

где $\eta = \theta - \phi$ - угол упреждения.

По величине наклонной дальности *r* и углу визирования ϕ ЛА, получаемых после интегрирования системы (3), однозначно определяется высота каждой точки траектории:

$$r\frac{d\varphi}{dt} = Vsin\eta$$

Описанные уравнения представляют собой именно ту систему уравнений, которую надо решать совместно для определения траектории движения рассматриваемого ЛА, если определено уравнение алгоритма управления. В работе [1] для этого предлагается задаваться программной траекторией y=f(x), но в рассматриваемом случае удобнее задаваться алгоритмом теленаведения [8]:

$$\varphi = \varphi_{\rm Tp} = \varphi_{\rm II}, \qquad (4)$$

где в соответствии с рис. 4 $\phi_{\rm u}$ – угол визирования цели.

Так как условия движения цели можно считать заранее известными, то для случая идеально точного режима работы системы теленаведения следует выражение для идеально точного угла упреждения:

$$\eta_{\rm T} = \theta_{\rm T} - \varphi_{\rm L}.$$

Если продифференцировать это выражение по времени, то получим:

$$\frac{\mathrm{d}\eta_{\mathrm{T}}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\theta_{\mathrm{T}}}{\mathrm{d}t} - \frac{\mathrm{d}\varphi_{\mathrm{II}}}{\mathrm{d}t}.$$

Подставляя данное соотношение во второе уравнение системы (3) после некоторых преобразований получим:

$$\frac{\mathrm{d}\theta_{\mathrm{T}}}{\mathrm{d}\mathrm{t}} = \frac{V}{r} \sin\eta_{\mathrm{T}} - \frac{\mathrm{d}\eta_{\mathrm{T}}}{\mathrm{d}\mathrm{t}}$$

Из второго дифференциального уравнения системы (1) с учетом малости угла атаки нетрудно получить:

$$mV\left(\frac{V}{r}sin\eta_{\rm T}-\frac{\mathrm{d}\eta_{\rm T}}{\mathrm{dt}}\right)=(P+Y_a^{\alpha})\alpha_{\rm T}-Gcos\theta_{\rm T}.$$

Откуда величина угла поворота руля, требуемого для выполнения маневра ЛА в соответствии с выбранным алгоритмом наведения (4) и с учетом (2) имеет вид:

$$\delta_{\mathrm{T}} = \frac{|m_{z}^{\alpha}|}{m_{z}^{\delta}} \alpha_{\mathrm{T}} = \frac{mV\left(\frac{V}{r}sin\eta_{\mathrm{T}} - \frac{d\eta_{\mathrm{T}}}{dt}\right) + Gcos\theta_{\mathrm{T}}}{P + Y_{a}^{\alpha}}.$$

Указанная система уравнений решается методом численного интегрирования. Для этого удобно использовать пакет программ "Экспресс", разработанный д.т.н. В.В.

Грабиным и к.т.н. А.Н.Клишиным и успешно применяемый в учебном процессе кафедры СМ-3 МГТУ им. Н.Э. Баумана. В результате моделирования полёта ЛА и цели пакет позволяет получить табулированные зависимости нормального ускорения $j_n(t)$, которое испытывает ЛА, и его массы m(t). На основе этих результатов нетрудно получить закон изменения управляющей силы

 $F_N(t) = m(t)j_{n_{\rm T}}(t).$

Для анализа примем следующие параметры гипотетической ЗУР:

Диаметр миделя d = 0.3 м Полная длина l = 4.5 м Длина конической головной части $l_{\rm K} = 1.0$ м Длина цилиндрической части корпуса $l_{\rm II} = 3.2$ м Диаметр донного среза корпуса $d_{cp} = 0.2$ м Расстояние центра масс от носка $x_{\text{им}} = 3.0 \text{ м}$ Размах рулей 0.5 м Концевая хорда руля 0.005 м Бортовая хорда руля 0.09 м Максимальная толщина профиля руля 0.005 м Расстояние от носка бортовой хорды до носка ЛА 1.2 м Размах крыла 0.8 м Концевая хорда крыла 0.15 м Бортовая хорда крыла 0.85 м Максимальная толщина профиля крыла 0.03 м Расстояние от носка бортовой хорды до носка ЛА 3.2 м Стартовая масса ЛА *m*₀= 750 кг Секундный расход массы РДТТ $\dot{m} = 12 \, \text{кг/c}$ Единичный импульс топлива РДТТ $I_1 = 2200$ H/c Диаметр выходного сечения сопла РДТТ 0,2 м Скорость ЛА в начале маршевого участка $V_0 = 350 \text{ м/c}$ Параметры движения цели $H = const = 4\ 000\ M$ Высота полета Угол наклона траектории $\theta_0 = \text{const} = 180^\circ$ V_{II} = const = 280 M/c Скорость полета Начальная дальность цели: X₁₁₀ = 12 000; 10 000; 8 000; 6 000 и 4 000 м Ниже на рис. 5÷9 приведены эти зависимости для различных режимов теленаведения вышеупомянутой гипотетической ЗУР.



Рис. 5. Нормальное ускорение и управляющая сила при X_{u0} = 12 000 м





Рис. 7. Нормальное ускорение и управляющая сила $X_{\mu0}=8~000$ м





Рис. 8. Нормальное ускорение и управляющая сила $X_{\mu 0}$ = 6 000 м



Для каждого режима наведения численным или графоаналитическим способом можно определить интересующую нас величину полного импульса управляющей силы по формуле (1). Для приведенных примеров зависимостей рис. 5÷9 величина полного импульса управляющей силы равна:

124522 Нс – для режима полета рис.5;

165620 Нс – для режима полета рис.6;

199316 Нс – для режима полета рис.7;

276154 Hc – для режима полета рис.8;

356966 Нс – для режима полета рис.9.

Проанализировав подобным образом всю область возможных пусков конкретной ЗУР, нетрудно установить максимальную ожидаемую величину полного импульса управляющей силы на одном из пусков:

$$(I_{AC})_{max} = \int_{t_1}^{t_3} (F_N(t))_{max} dt.$$

После чего с учетом условного К.П.Д. системы приводов ЗУР ζ_{AC} , получаемого по результатам статистического анализа существующих образцов автоматически управляемых ЛА однозначно определяется в качестве первого приближения требуемый запас твердого топлива аккумулятора давления на борту:

$$m_{mAC} = \frac{(I_{AC})_{max}}{\zeta_{AC}I_{1AC}}.$$

После выбора марки топлива можно определить его ожидаемый объем:

$$W_{m\,AC}=\frac{m_{m\,AC}}{\gamma_m},$$

Где γ_m - плотность топлива, используемого в конкретной автоматической системе управления полетом.

Полученные результаты показывают, насколько велико различие между требуемой величиной нормальной управляющей силы при различных условиях работы командной системы теленаведения ЗУР. Максимальное значение этой силы при выбранном алгоритме наведения всегда имеет место в конце процесса наведения.

Описанный выше подход непосредственно применим к системам автоматического управления с регулируемым расходом рабочего газа. Однако на практике широко используются электропневматические системы с постоянным расходом рабочего тела через струйные реле. Принципиальная схема такого рулевого привода показана на рис. 10.



Рис. 10. Схема рулевого привода

В этом случае электрический сигнал поступает на вход электропневматического преобразователя типа струйного реле, принципиальная схема которого приведена на рис. 11.



Рис. 11. Схема струйного реле

В струйном реле высоконапорный газ подается в него при постоянном давлении и расходе. Излишки рабочего тела, которые не используются для перемещения поршня силового цилиндра, стравливаются через выпускной клапан во внутреннюю полость рулевого отсека ЛА. Очевидно, что в этом случае следует вводить в расчет другую величину импульса управляющей силы, так как расход рабочего тела должен быть максимально ожидаемый во все время полета по любой траектории:

$$(I_{AC})_{max}^* = (F_N(t))_{max} t_{\Pi O \Lambda. max}.$$
 (5)

Недостаток системы управления с постоянным расходом рабочего тела хорошо просматривается, если сравнить для нашего примера величины максимального импульса варьируемой управляющей силы и постоянной максимальной силы, так, как показано на схеме рис.12.



Рис. 12. Соотношение полных импульсов управляющей силы

Для рассматриваемого случая полный импульс при варьировании расхода, как отмечалось выше, равен 356966 Hc, в то время как, при постоянном расходе рабочего тела он равен примерно 430000 Hc. Таким образом, используя системы с варьируемым расходом, мы усложняем конструкцию рулевого привода, но снижаем массу рабочего тела примерно на 20%.

Аналогичным способом можно определить полный импульс управляющих сил и при самонаведении. Геометрические соотношения при самонаведении в вертикальной плоскости поясняются рис. 13.



Рис. 13. Геометрические соотношения при самонаведении

Здесь дополнительно к ранее упоминавшимися угловыми координатами введены углы:

 $\eta = \phi - \theta$ - угол упреждения при самонаведении, и

 $\zeta = \varphi - \vartheta$ - угол пеленга.

.

В соответствии с этим обозначениями кинематические дифференциальные уравнения движении ЛА в рассматриваемой плоскости могут быть записаны так:

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = -V\cos(\varphi - \theta) + V_{\text{L}}\cos(\varphi - \theta_{\text{L}}) \\ r\frac{d\varphi}{dt} = V\sin(\varphi - \theta) - V_{\text{L}}\sin(\varphi - \theta_{\text{L}}) \end{cases}$$
(6)

В ряде случаев эти уравнения могут свестись к одному, которое имеет решение в квадратурах. Так, например, при реализации метода погони без упреждения (алгоритм метода: $\eta = \varphi - \theta = 0$) при допущении, что V = const, $V_{\mu} = \text{const}$ и $\theta_{\mu} = 0$, после интегрирования получают:

$$r = A \frac{(1 - \cos \varphi)^{\frac{p-1}{2}}}{(1 + \cos \varphi)^{\frac{p+1}{2}}} = A \frac{(\sin \varphi)^{p-1}}{(1 + \cos \varphi)^{p}},$$

где $A = \frac{r_0 (1 + \cos \varphi_0)^p}{(\sin \varphi_0)^{p-1}}$ - постоянная интегрирования, а
 $p = \frac{V}{V_{\mu}} = const$ - параметр траектории.

Потребные нормальные перегрузки вдоль траектории в этом случае определяются зависимостью:

$$n_{\rm H} = -\frac{VV_{\rm II}sin\phi}{gr} = -\frac{VV_{\rm II}(1+\cos\phi)^p}{gA(\sin\phi)^{p-2}}$$

Отсюда следует, что нормальная потребная перегрузка остаётся ограниченной величиной только в том случае, когда выполняется условие p < 2. В этом случае нормальная перегрузка сначала возрастает, достигая максимума, а затем по мере приближения к цели убывает до нуля. Максимальное значение потребного нормального ускорения определяется по формуле:

$$j_{n\,max} = -\frac{VV_{\text{II}}}{A} (1 + \frac{p}{2})^p (1 - \frac{p^2}{4})^{1 - \frac{p}{2}}.$$

Это значение достигается при $\varphi^* = \theta^* = \arccos \frac{p}{2}$.

Если система управления построена на принципе постоянного расхода рабочего тела, то расчетный полный импульс управляющей силы в этом случае определится из соотношения:

$$(I_{AC})_{max}^* = (F_N(t))_{max} t_{\text{пол.}} = m(t) j_{n max}(t) t_{\text{пол.}} = -m(t) \frac{VV_{\text{I}}}{A} (1 + \frac{p}{2})^p (1 - \frac{p^2}{4})^{1 - \frac{p}{2}} t_{\text{пол.}}.$$

Полное полетное время при этом определяется в первом приближении из соотношения:

$$t_{\text{пол.}} \approx \frac{r_0}{V}.$$

Таким образом, с учетом данного приближения выражение для полного импульса управляющей силы получает следующий вид:

$$(I_{AC})_{max}^{*} = -m(t) \frac{V_{\Pi}(\sin\varphi_{0})^{p-1}}{(1+\cos\varphi_{0})^{p}} (1+\frac{p}{2})^{p} (1-\frac{p^{2}}{4})^{1-\frac{p}{2}} t_{\Pi O \Pi.}$$
(7)

Дальнейшая работа с выражением (7) в этом случае проводится так же, как и в случае систем теленаведения.

Таким образом, в предлагаемой работе теоретически разработан подход к оценке массово габаритных характеристик источников энергии на борту ЛА, предназначенных для питания системы автоматического управления, на основе использования полного импульса управляющей силы и разработан математический аппарат определения величины этого импульса на начальном этапе проектирования применительно к системам теле- и самонаведения.

Список литературы

- 1. Г.В. Коренев. Введение в механику управляемого тела. М.: Наука, 1964. 568 с., ил.
- Дмитриевский А.А., Лысенко Л.Н. Внешняя баллистика: Учебник для вузов. 4-е изд., перераб. и доп. М.: Машиностроение, 2005. 608 с.; ил.
- Г.В. Белов, С.И. Зоншай, А.П. Оскерко. Основы проектирования ракет. М.: Машиностроение, 1974. 255 с.
- 4. А.А. Лебедев, В.А. Карабанов. Динамика систем управления беспилотными летательными аппаратами. М.: Машиностроение, 1965. 528 с.
- 5. А.А. Лебедев, Л.С. Чернобровкин. Динамика полета беспилотных летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1973. 616 с.
- 6. В.Д. Куров, Ю.М. Должанский. Основы проектирования пороховых ракетных снарядов. М.: Оборонгиз, 1961. 294 с., ил.
- Илюхин С.Н. Компоновка ЗУР по заданным ТТТ и её анализ как объекта управления.// Студенческая научная весна-2011: Сб.тез.докл.общеуниверситет. НТК, Из-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, М., 2011, т.11., ч.3.

- Илюхин С.Н., Беневольский С.В., Грабин В.В. Формирование облика зенитной управляемой ракеты и динамический анализ её системы управления: учебное пособие. Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана М., 2012, 80 стр., илл.
- Илюхин С.Н. Оценка энергетики управления полётом ЛА методом импульса силы.// Материалы XXXVII академических чтений по космонавтике. Из-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, М., 2013.