

Начертательная геометрия в моделях

77-48211/585671

05, май 2013

Хуснетдинов Т. Р.

УДК 514.758.3

Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана

Timur_bmstu_rk@mail.ru

В последние годы выпускники средних школ, поступившие в высшие технические учебные заведения (ВТУЗ), демонстрируют очень низкий уровень геометро-графической подготовки и следствием – плохое усвоение курса начертательной геометрии. Это тесно взаимосвязано с изменениями школьной программы: сокращение часов по алгебре и геометрии, во многих школах полное отсутствие такого предмета, как черчение. Введение ЕГЭ также не лучшим образом сказалось на абитуриентах. Вторая составляющая этой проблемы касается ВТУЗов. Имеется тенденция перераспределения нагрузки из аудиторной в сторону самостоятельной работы дома. Это тянет за собой уменьшение объема предлагаемого студентам материала, как на лекционных, так и на семинарских занятиях. Все это в совокупности с отсутствием тесных междисциплинарных связей, а также с малым количеством наглядных примеров, в частности в курсе начертательной геометрии, негативным образом сказывается на развитии пространственного мышления.

Для решения этой проблемы может быть предложен один из видов дополнительной работы, которая может заинтересовать студента, побудить его к более детальному изучению курса «Начертательной геометрии» и улучшить геометро-графическую подготовку, развить пространственное мышление.

Включение аналогичных работ может помочь и преподавателям в процессе более глубокого освоения дисциплины, и в процессе работы со студентами. Такого рода работы могут быть полезны для занятий на факультете повышения квалификации преподавателей: они помогут сконцентрировать внимание на узловых, ключевых позициях в задаче.

В качестве примера рассмотрим задачу на определение проекций окружности на плоскости проекций.

Для решения данной задачи студент должен знать и уметь решать задачи по следующим темам [3]:

- Проецирование точки на 2 плоскости проекций;
- Проекции отрезка, положение отрезка относительно плоскостей проекций, определение натуральной величины отрезка, определение углов наклона прямой к плоскостям проекций;
- Проекции плоскости, принадлежность точки и прямой плоскости, главные линии особого положения плоскости, углы наклона плоскости к плоскостям проекций, проекции плоских фигур.

Во что может спроецироваться окружность на плоскости проекций? (в дальнейшем речь пойдет только о двух плоскостях проекций.)

1. Сначала рассмотрим частные случаи решения данной задачи [1].

Плоская фигура (окружность) проецируется без искажения на плоскость, ей параллельную. Следовательно, все диаметры окружности проецируются на эту плоскость в натуральную величину. На рис. 1 окружность c на фронтальную плоскость проекций проецируется в отрезок c'' , а на горизонтальную в окружность c' . По аналогии, то есть на фронтальную плоскость проекций окружность c проецируется в окружность c'' , а на горизонтальную в отрезок c' (рис. 2).

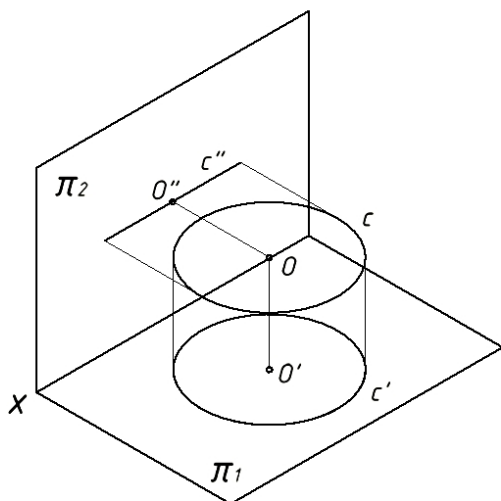


Рис. 1. Окружность параллельна π_1 .

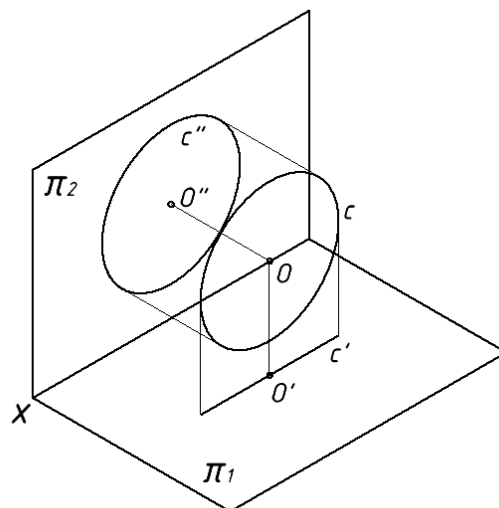


Рис. 2. Окружность параллельна π_2 .

2. Если окружность принадлежит проецирующей плоскости, то только 2 диаметра проецируются в натуральную величину, те, которые, соответственно, параллельны плоскостям проекций. Рассмотрим фронтально-проецирующую плоскость β , в которой

лежит окружность с диаметром D . Фронталь в данном случае является линией наибольшего наклона (линия ската). На рис. 3 видно, что на фронтальную плоскость проекций окружность проецируется в отрезок c'' , равный диаметру окружности D . А на горизонтальную плоскость проекций окружность проецируется в эллипс c' , где его большая ось (Б.О.) перпендикулярна оси x и равна D , а малая ось эллипса вычисляется по формуле (1).

$$M.O. = D \cdot \cos(\alpha). \quad (1)$$

В формуле (1) D – диаметр окружности, α – угол наклона плоскости β к соответствующей плоскости проекций.

Также стоит отметить, что М.О. перпендикулярна Б.О. Для горизонтально-проецирующей плоскости задача решается аналогично. См. рис. 4.

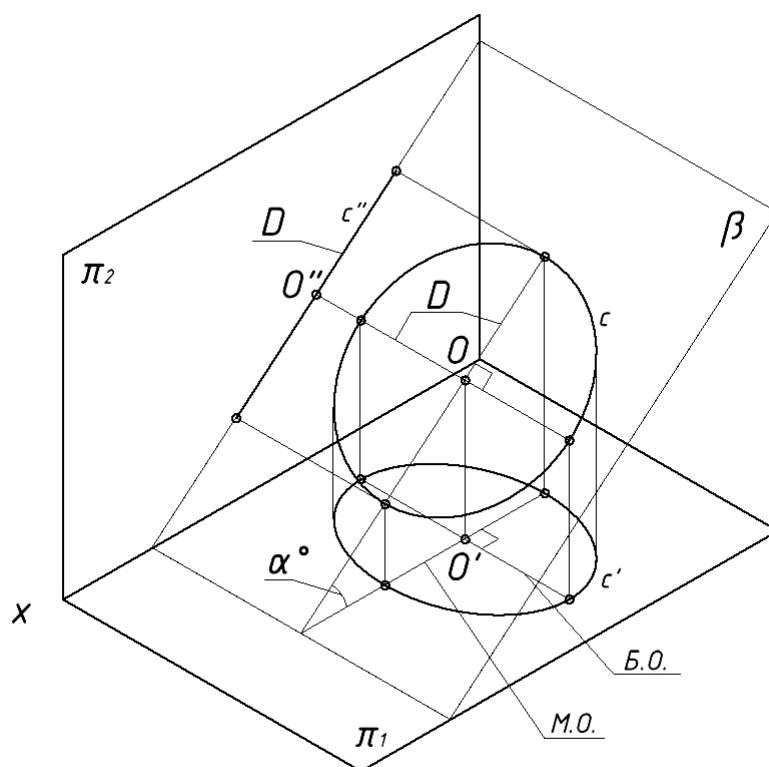


Рис. 3. Окружность во фронтально-проецирующей плоскости.

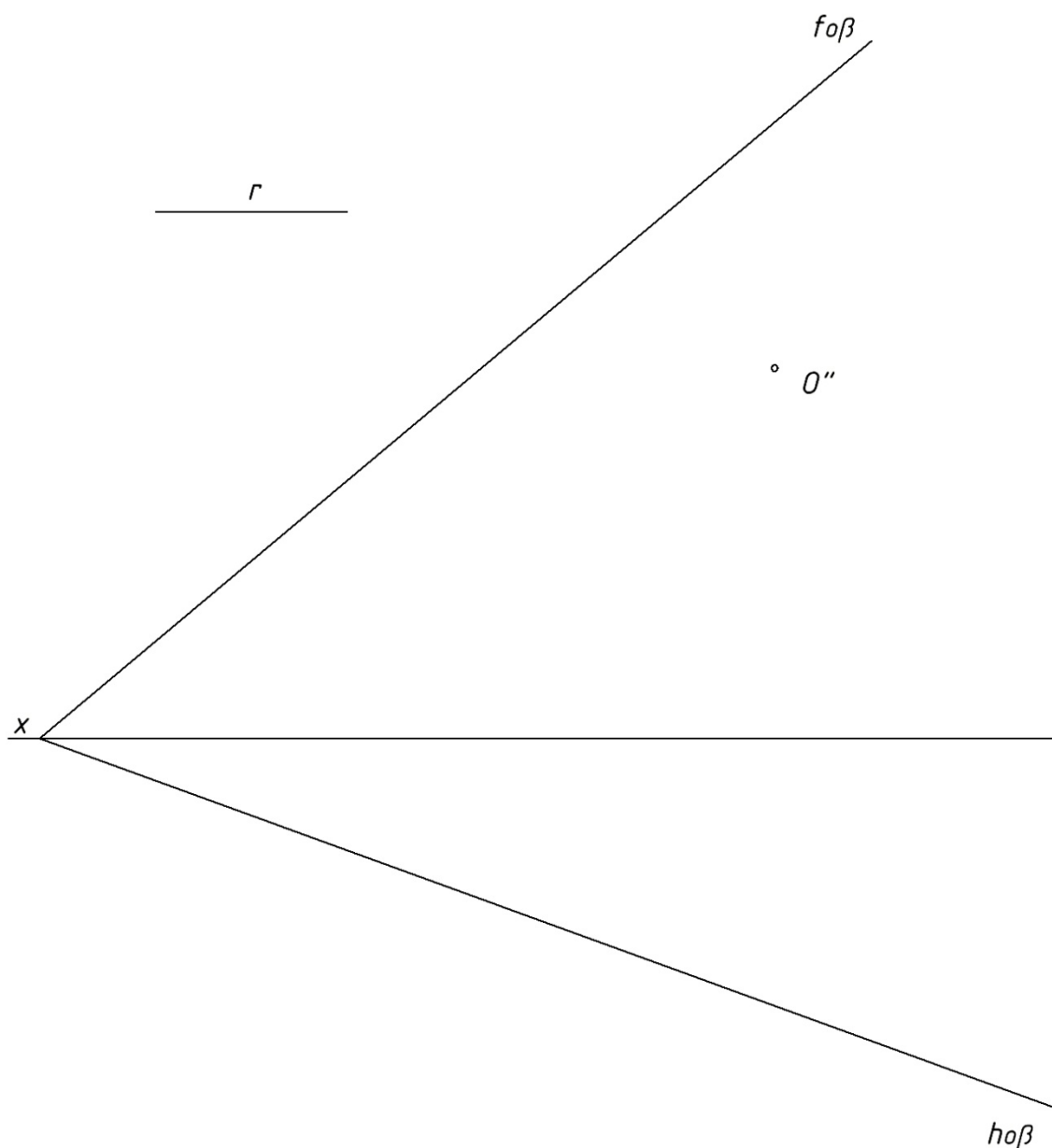


Рис. 5. Условие задачи.

Требуется построить проекции окружности на плоскости проекций π_1, π_2 .

Решение: все диаметры окружности имеют в системе плоскостей проекций π_1/π_2 по две проекции. Так как плоскость β – плоскость общего положения, то окружность на π_1/π_2 спроецируется в эллипсы (горизонтальный и фронтальный), и все диаметры спроецируются с искажением, кроме двух. Эти два диаметра принадлежат горизонтали и фронту плоскости β . А также они являются большими осями искомых эллипсов соответственно.

Точка определяется двумя проекциями. O' определим из условия принадлежности т.О горизонтали плоскости β . Найдем Б.О. горизонтального эллипса. Она принадлежит h' .

($[OA] = [O'A'] = [OB] = [O'B'] = r$). По линиям связи определяем фронтальную проекцию $O''A''$ и $O''B''$. Это отражено на рис. 6.

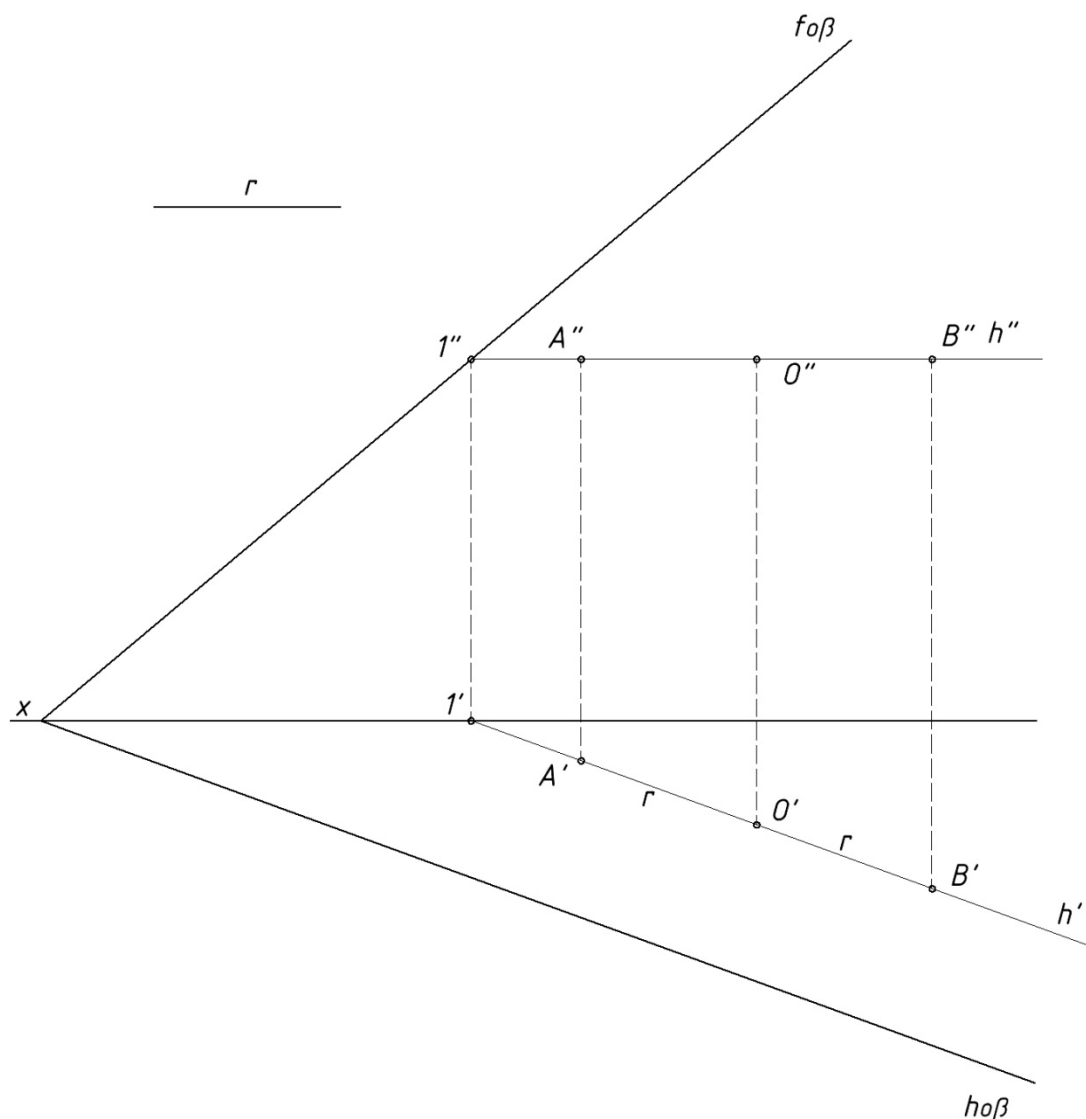


Рис. 6. Нахождение большой оси горизонтального эллипса.

Прделаем аналогичные действия для фронтального эллипса. Найдем Б.О. фронтального эллипса. Она принадлежит f' . ($[OC] = [O''C''] = [OD] = [O''D''] = r$). По линиям связи определяем фронтальную проекцию $O'C'$ и $O'D'$ (рис. 7).

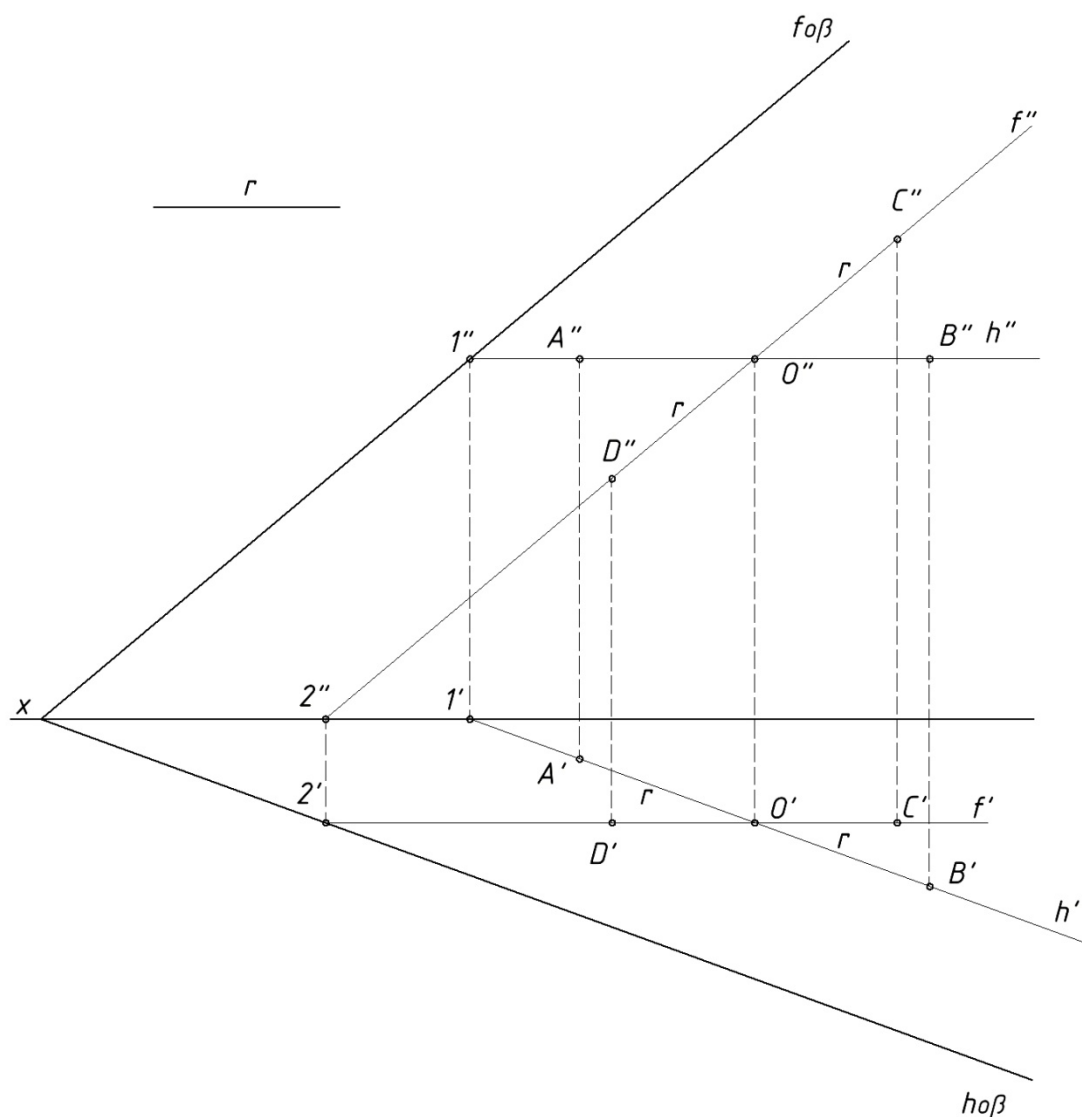


Рис.7. Нахождение большой оси фронтального эллипса.

Теперь определим малые оси эллипсов. М.О. горизонтального эллипса принадлежит линии наибольшего наклона плоскости β к плоскости проекций π_1 и перпендикулярна горизонтали h . Обозначим М.О. горизонтального эллипса как $E'F'$ (рис. 8). Она вычисляется по формуле (1).

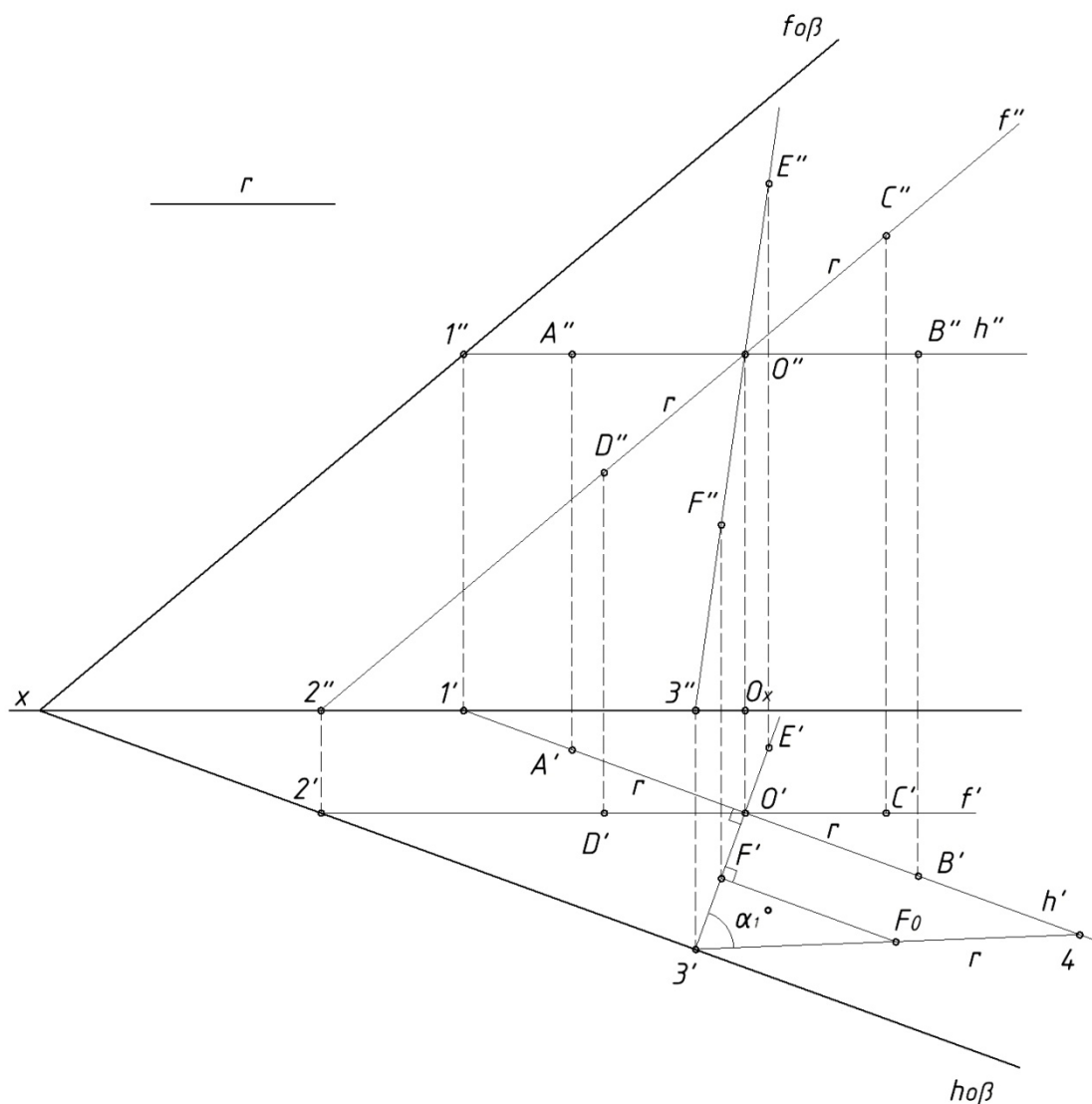


Рис. 8. Нахождение малой оси горизонтального эллипса.

М.О. фронтального эллипса определяется аналогично. Она принадлежит линии наибольшего наклона плоскости β к плоскости проекций π_2 и перпендикулярна горизонтали f . Обозначим М.О. горизонтального эллипса как $G''H''$ (рис. 9).

Также стоит отметить, что найденные М.О. горизонтального и фронтального эллипсов определяют самые ближние и самые дальние точки окружности к плоскостям проекций.

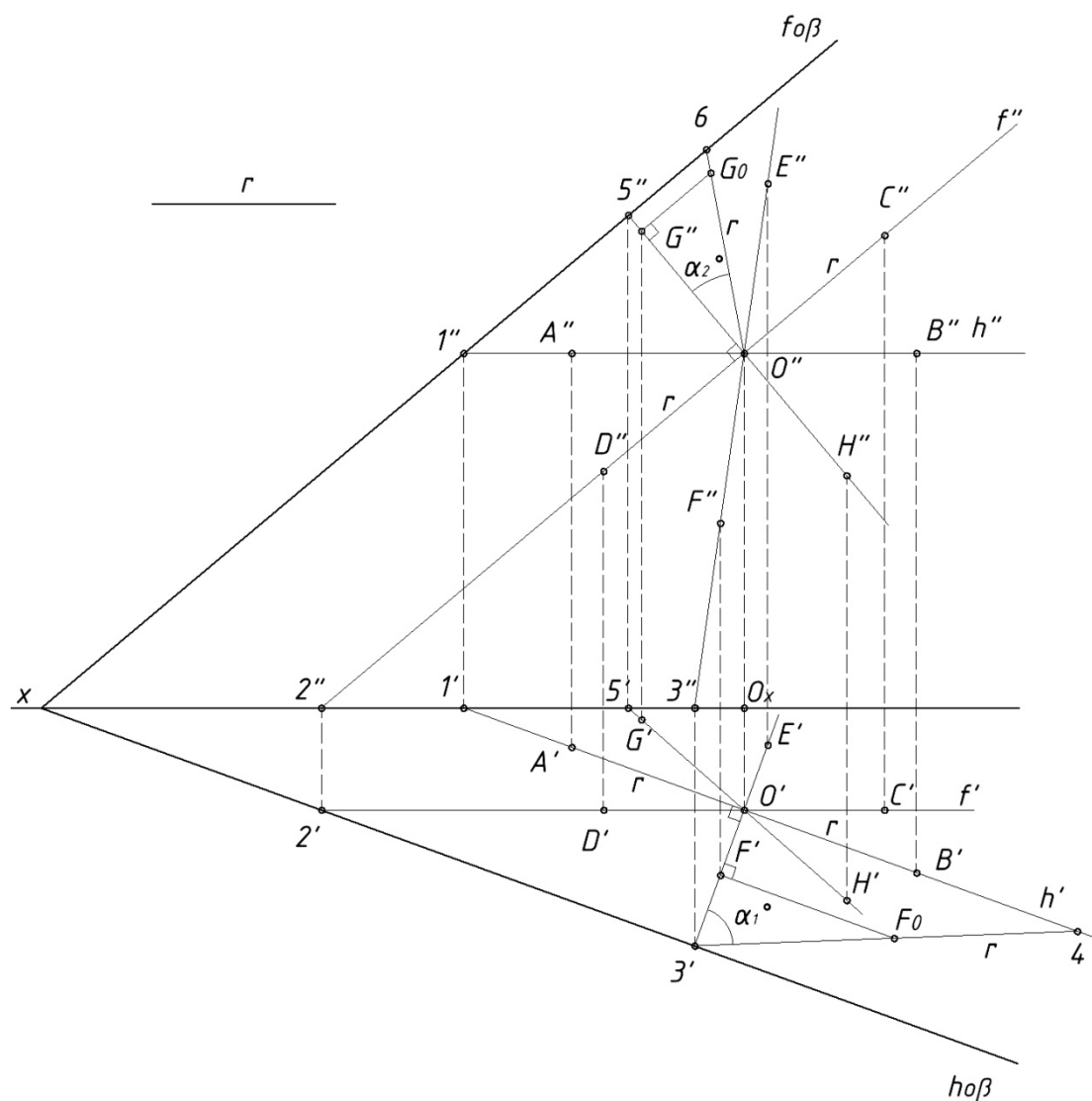


Рис. 9. Нахождение малой оси фронтального эллипса.

Через полученные 8 точек выполняем построения эллипсов (рис. 10).

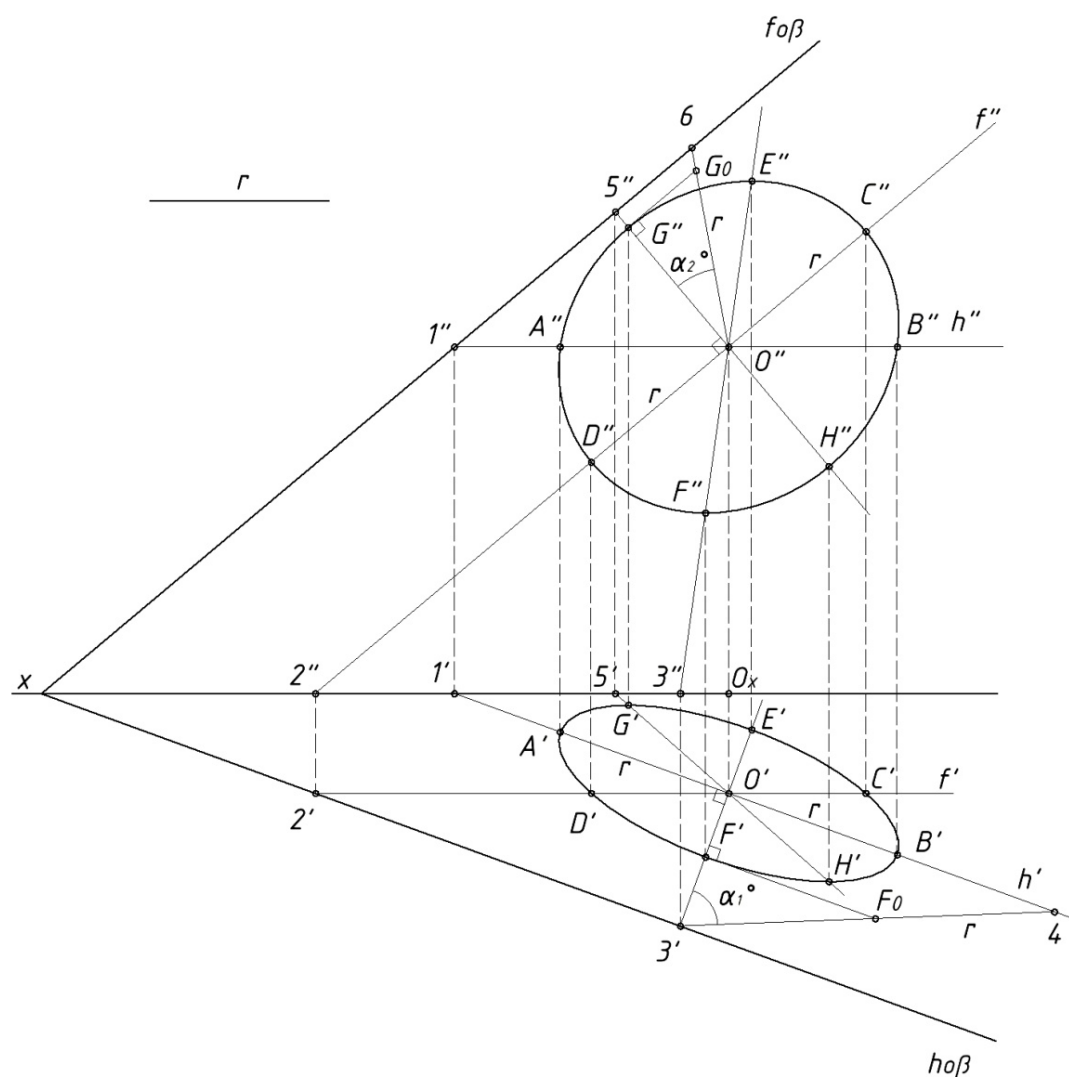


Рис.10. Построение эллипсов через 8 точек.

Чертеж решения задачи средствами начертательной геометрии можно использовать для изготовления наглядного макета из бумаги [2]. Для этого студенту предлагается самостоятельно вырезать и склеить следующую модель (рис. 10, 11 и 12).

Для сборки бумажного макета необходимо выполнить сгиб по оси ox (рис. 10). Из рис. 11 вырезать отсек плоскости β в виде треугольника с соответствующими зонами крепления к плоскостям проекций (зоны показаны в виде трапеций), вырезать заштрихованные зоны в виде секторов. Эти зоны позволят наблюдателю лучше просматривать проекции окружности. На рис. 10 сделать разрезы по следам плоскости β для крепления отсека этой плоскости своими зонами крепления. Полученные элементы нужно собрать так, как показано на рис. 12. Построение модели отсека плоскости β относится к задачам на преобразования чертежа, поэтому в данной задаче предлагается готовый отсек.

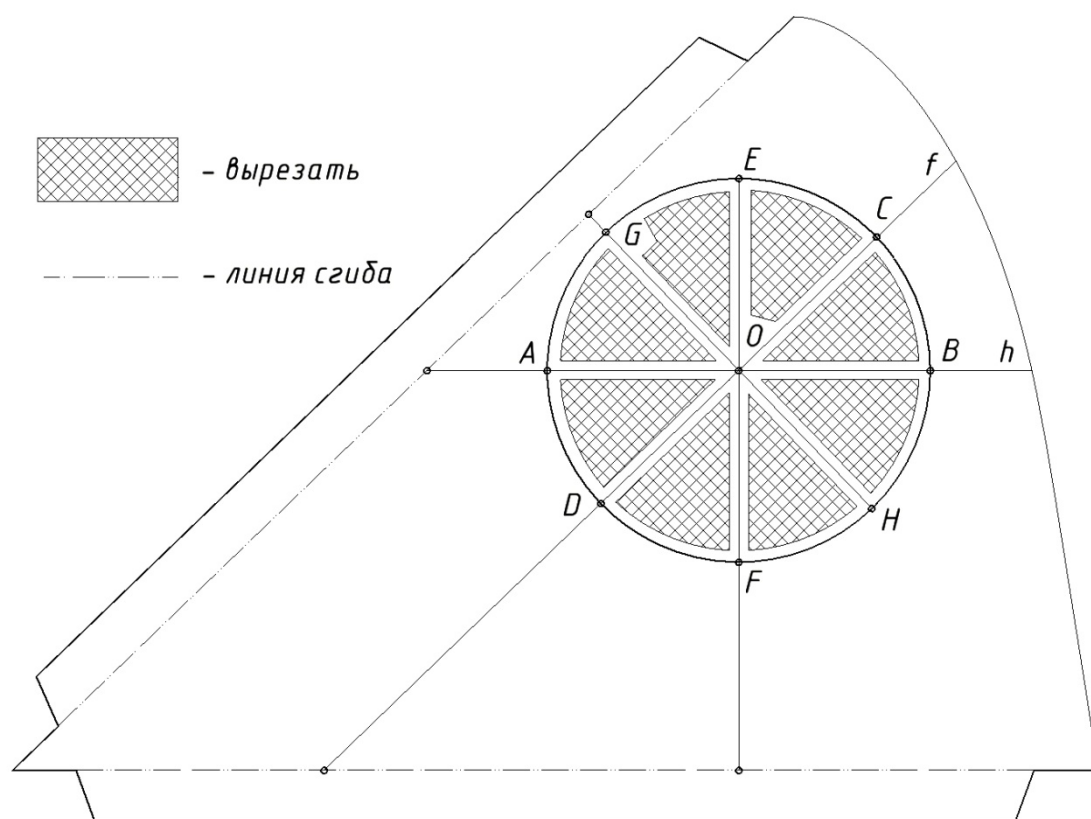


Рис. 11. Отсек плоскости β .

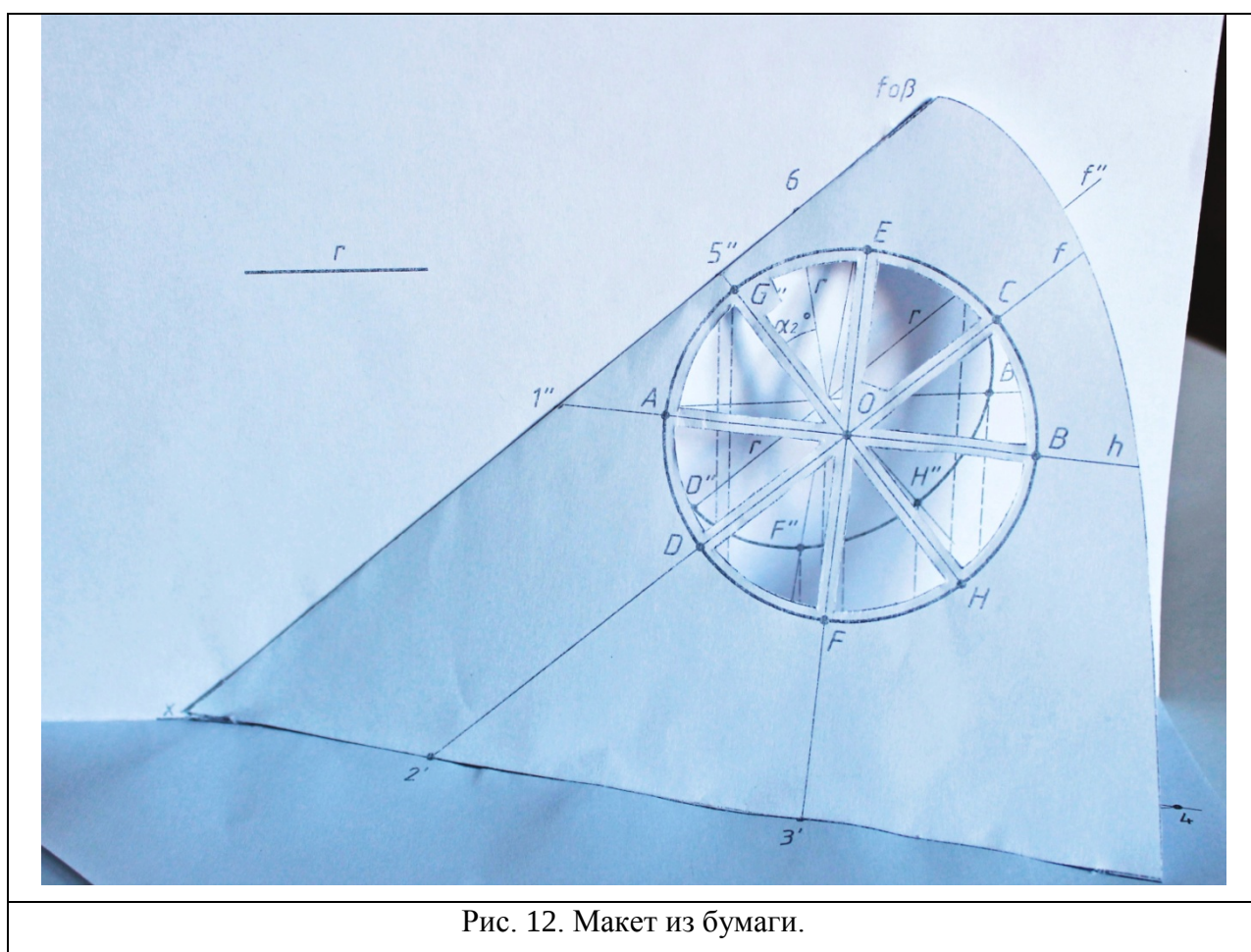


Рис. 12. Макет из бумаги.

Стоит отметить, что подобное выполнение бумажных макетов может быть полезно в дальнейшем при решении задач с использованием преобразования (нахождение истинных величин отрезков, углов и площадей), а также при построении разверток поверхностей.

И в заключение еще раз хотелось бы отметить такое неоспоримое достоинство данного метода, как наглядность, что способствует развитию пространственного мышления, необходимое будущему инженеру. Проработка данных задач поможет студентам и преподавателям существенно снизить время в аудитории на проверку домашнего задания, так как дома при склеивании бумажной модели проверка получается автоматически.

Список литературы:

1. Фролов С.А. Сборник задач по начертательной геометрии. М: Машиностроение, 1980. - 142 с., ил.
2. M. Kupčakova. Základní úlohi deskriptivní geometrie v modelech. Roku 2010 vydalo. nakladatelství Prometheus, spol. s.r.o.
3. Рабочая тетрадь для лекционных и практических занятий по курсу «Начертательная геометрия»: метод. пособие / Степанов Ю.В. – М.: Издательский дом МЭИ, 2011. – 80 с.