

УДК 004.891.2

**Методика и модель для оценки показателей эффективности в задаче  
оптимизации состава и характеристик группировки комплексов  
радиолокационного вооружения ПВО**

***Королев В.Л.**, студент  
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,  
кафедра «Прикладная математика»*

***Косакян А.К.**, студент  
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,  
кафедра «Прикладная математика»*

***Тюфягин П.В.**, студент  
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,  
кафедра «Прикладная математика»*

*Научный руководитель: **Старчак С.Л.**, д.т.н., доцент, профессор  
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,*

*Максименко Н.Д., директор ВИ МГТУ им. Н.Э. Баумана  
Россия, 105005, г. Москва  
[starchak@bmstu.ru](mailto:starchak@bmstu.ru)*

**Постановка задачи**

Задачи обороны всегда имели для человечества чрезвычайную важность. Военная техника развивалась в XX веке с невиданной ранее скоростью и продолжает эволюционировать до сих пор, ставя рекорды эффективности. Появляются новые виды вооружения, модернизируются существующие, снимаются с вооружения устаревшие. Даже в рамках одного класса техники большое количество различных типов вооружений ставит подчас нелегкую задачу оптимального выбора состава и ТТХ объектов с учетом их технологических и экономических особенностей. Априорная неопределенность конкретных характеристик боевых действий, предусматривающих комплексное применение разнотипных систем и средств вооружения, в значительной степени затрудняет решение задачи выбора рационального множества образцов вооружения, которые, при прочих равных условиях, обеспечат требуемый уровень обороноспособности. Не является исключением и задача выбора рационального состава и характеристик группировки комплексов радиолокационного

вооружения. Рассмотрим следующую задачу.

Множество возможных сценариев боевых действий представляет собой полисценарную базу  $S = \{s_1, s_2, \dots\}$ . В общем случае множество  $S$  не является ограниченным, поскольку реализация конкретного сценария зависит от ряда слабо формализуемых и трудно учитываемых факторов, а его реализация носит стохастический характер [6, 7]. Каждый элемент полисценарной базы определяет составы и характеристики средств нападения и средств защиты, а также параметры условий и других релевантных факторов, влияющие на процессы функционирования технических средств.

Для простоты будем считать, что на некотором временном интервале может быть реализован только один сценарий, причем конкретный сценарий  $s_i$  определим следующими параметрами:

1.  $\rho_{ij}^{kl}$  - набор характеристик РЛС;  $l$  — порядковый номер станции,  $k$  — тип РЛС,  $j$  — группа свойств,  $i$  — конкретный параметр РЛС в  $j$ -ой группе свойств;
2.  $\theta_{ij}^{kl}$  - набор характеристик средств нападения противника;  $l$  — порядковый номер средства нападения,  $k$  — тип средства нападения,  $j$  — группа свойств,  $i$  — конкретный параметр средства нападения в  $j$ -ой группе свойств.

В каждом наборе индекс  $k$  задает ряд параметров, объединенных по некоторому общему признаку в  $j$ -ую группу свойств.

Введем функцию  $u = f(s_i)$ , где  $u$  — вероятность успешного применения некоторой произвольной группировки радиолокационного вооружения для условий  $s_i$  сценария при защите обороняемых объектов.

С математической точки зрения задача формулируется следующим образом:

$$u = f(s_i) \rightarrow \max$$

$$b(\rho, \theta) \leq b_{\max},$$

$$d(\rho, \theta) \leq d_{\max},$$

где  $b$  и  $d$  — бюджет и количество средств защиты, соответственно.

Иными словами, необходимо определить состав и характеристики группировки РЛС, обладающей максимальной эффективностью (вероятностью выполнения поставленной задачи) для условий сценария  $s_i$  при заданных ограничения на стоимость группировки и доступный типаж РЛС, включаемых в состав группировки.

В соответствии с [6, 7] решение сформулированной задачи может быть достигнуто

путем построения комбинаторных алгоритмов дискретной оптимизации в рамках методов ветвей и границ. Прежде чем перейти к синтезу алгоритмов, целесообразно рассмотреть методику оценки целевой функции, представляющую собой показатель эффективности группировки разнородных РЛС для заданных условий сценария и типажа РЛС. Разрабатываемая методика, по существу, задает отображение множества исходных данных и условий в показатель эффективности группировки РЛС  $u = f(s_i) = F(\rho_{ij}^{kl}, \theta_{ij}^{kl}, w_i)$ , где  $w_i$  определяет условия и факторы сценария  $s_i$ , влияющие на процессы функционирования РЛС. Функция  $F$  вычисляется для каждой отдельно взятой модели налета, при статистически достаточном количестве ее повторений, и представляет собой результат моделирования в виде усредненного соотношения количества пропущенных и уничтоженных средств нападения противника или в виде математического ожидания данного показателя [6, 7].

### **Подход к имитации функционирования группировки РЛС**

В рассматриваемой модели средства нападения противника описываются следующими характеристиками:

- скорость полета;
- высота полета с учетом возможного потолка, определяющая максимальную скорость;
- эффективная поверхность рассеивания (ЭПР).

Движение имитируемых средств нападения противника происходит в декартовом пространстве. Начальные координаты объектов противника задаются конкретным сценарием  $s_i$  и, в рамках сценария, остаются постоянными. При этом вертикальная координата не превосходит значения соответствующего потолка. В зависимости от высоты полета объекта выбирается одна из двух возможных скоростей (на большой или малой высоте). Приняты упрощения и допущения, что объекты противника не оснащены средствами поражения, движутся прямолинейно и равномерно, в качестве условного момента их поражения принимается момент их обнаружения РЛС в составе исследуемой группировки.

Характеристики РЛС представлены тактико-техническими и экономическими. К ТТХ РЛС относятся:

- максимальная дальность обнаружения цели;
- максимальная высота обнаружения цели;
- мощность излучения передающего устройства;
- коэффициент усиления передающего устройства;
- период обзора;

- средняя длина волны;
- эффективная площадь приемной/излучающей антенны;
- чувствительность приемника;
- коэффициент шума приемника;
- высота установки антенны;
- наработка на отказ и среднее время восстановления;
- максимальное число сопровождаемых целей.

В качестве экономических показателей РЛС выбраны:

- количественный состав эксплуатационного расчета и стоимость его работы;
- потребляемая РЛС мощность и стоимость электроэнергии;
- стоимость РЛС.

Кроме указанных выше характеристик, в модели задаются желаемые вероятности правильного обнаружения и ложной тревоги, а также погодные условия, определяющие коэффициент затухания сигнала РЛС в атмосфере. Положение РЛС в пространстве в рамках каждого отдельно взятого сценария не изменяется.

Гибкая структура разработанного программного комплекса позволяет, помимо математического ожидания числа пораженных целей, пропущенных целей и их соотношения, оценивать множество других статистических результатов, таких как частота отказов, влияние времени восстановления на количество пропущенных целей, заполнение стека сопровождаемых целей и пр.

На рис. 1 представлена блок-схема алгоритма имитации налета и оптимизации состава группировки РЛС. Условием останова в рамках каждого сценария является полная его выработка (то есть запуск всех целей), сам же алгоритм останавливает работу после анализа всех заданных сценариев.

## Математическая модель для оценки показателей эффективности группировки РЛС

В соответствии с [5], дальности действия РЛС задана выражением

$$D_{\text{макс}} = \left( \frac{E_{\text{изл}} 4\pi G_0^2 S h^4 H^4}{k_p k_{\text{из}} k T^0 \lambda^2} \right)^{1/8} e^{-0,115l}, \quad (1)$$

где

$E_{\text{изл}}$  - энергия излучения сигнала РЛС, Дж;

$S_{\text{прд}}$  - площадь передающей антенны РЛС, кв.м.;

$S_{\text{прм}}$  - площадь принимающей антенны РЛС, кв.м.;

$G_{\text{прд}}$  - коэффициент усиления передающей антенны РЛС;

$G_{\text{прм}}$  - коэффициент усиления принимающей антенны РЛС;

$S$  - среднее значение эффективной площади рассеивания цели (ЭПР), кв.м.;

$k_p$  - коэффициент различимости;

$k_{\text{ш}}$  - коэффициент шума приемника;

$k$  - постоянная Больцмана, равная  $1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К;

$T^0$  - температура окружающей среды;

$\lambda$  - длина волны сигнала РЛС, м;

$h$  - высота антенны радиолокационной станции, м;

$H$  - высота полета цели, м.

Здесь  $k_p = \frac{q_0}{2N_c}$ ,  $N_c$  - количество целей, а  $q_0 = 2 \left( \frac{\ln(1/W_{\text{шм}})}{\ln(1/W_{\text{шо}})} - 1 \right)$ , где  $W_{\text{шм}}$  и  $W_{\text{шо}}$  -

заданные вероятности ложной тревоги и правильного обнаружения соответственно.

В формуле (1) учтены потери части электромагнитной энергии, которая поглощается различными неоднородностями воздушного пространства: атмосферными осадками, частицами пыли и так далее. Вычисляемое значение представляет собой расстояние, на котором РЛС способна обнаружить цель с вероятностью не ниже заданной.

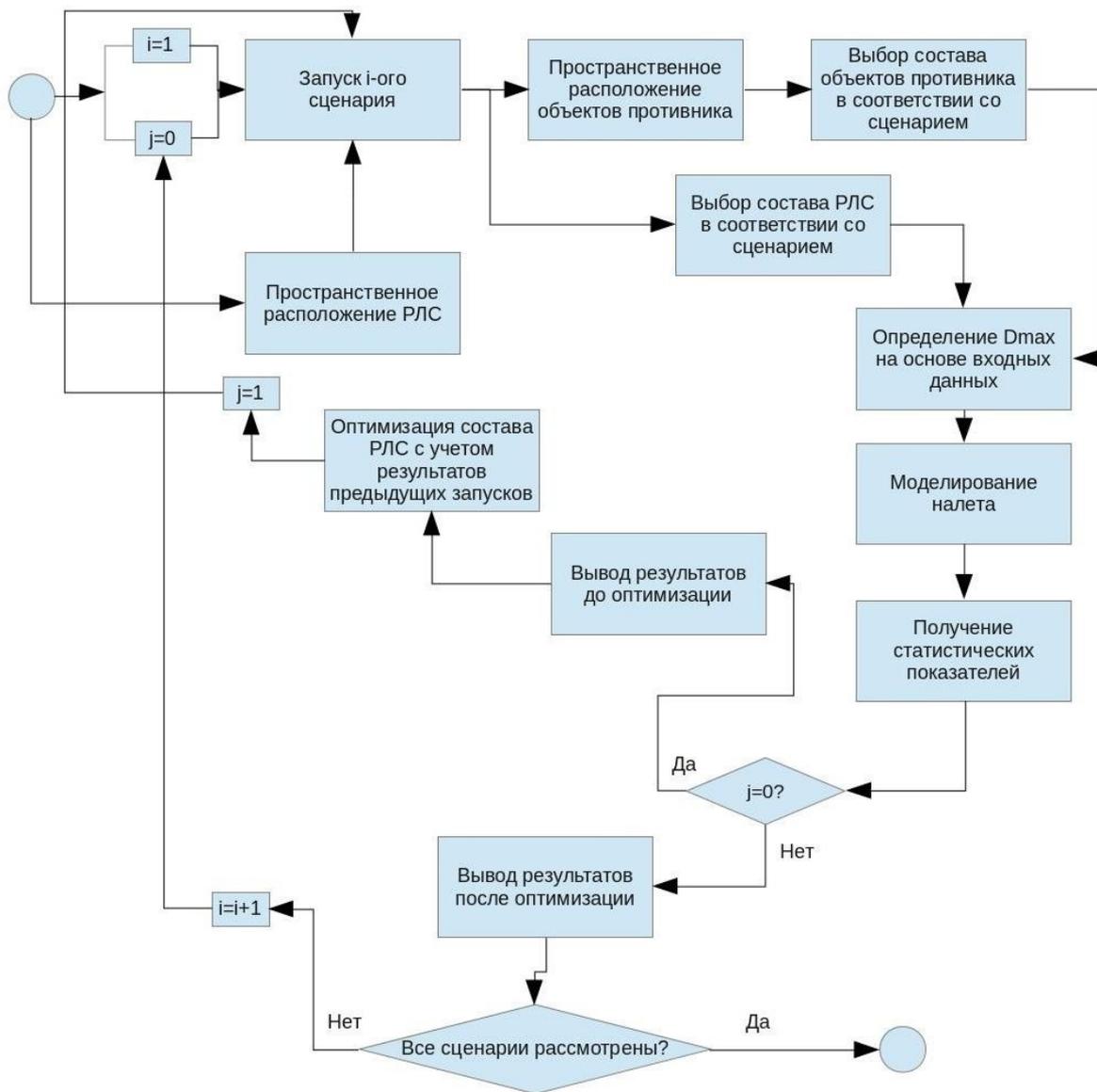


Рис. 1 (а). Блок-схема общего алгоритма

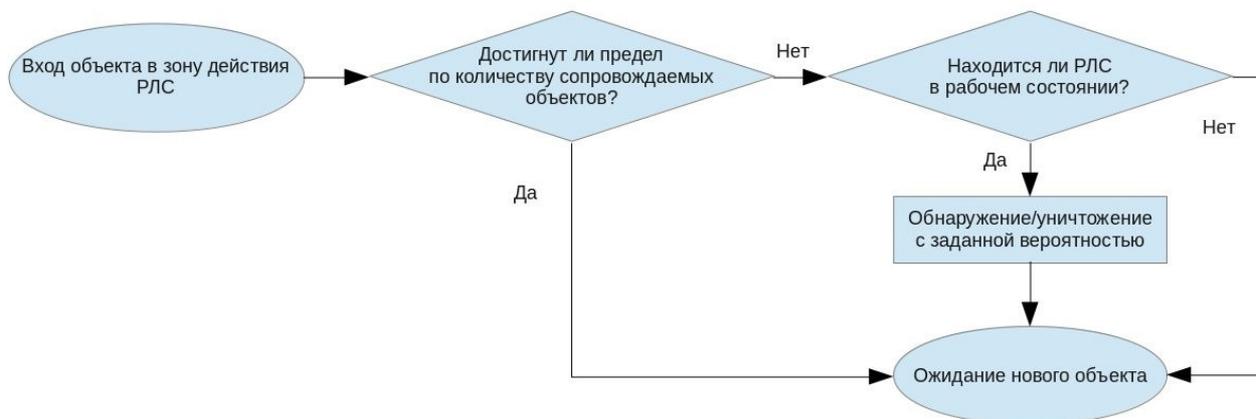


Рис. 1 (б). Блок-схема алгоритма имитации обнаружения объектов противника

Положение РЛС в пространстве определяется треугольной сеткой с изменяемыми параметрами. В данной работе принято располагать РЛС в два ряда на одинаковом расстоянии друг от друга (рис. 2).

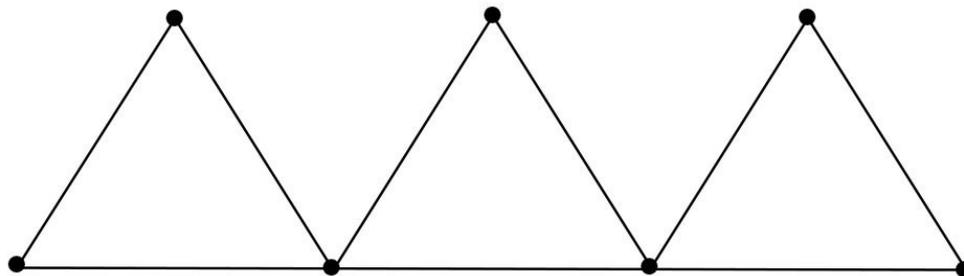


Рис. 2. Расположение РЛС

Дальность обзора каждой станции зависит от высоты. На рис. 3 изображена принятая схема ступенчатого изменения данного параметра. Количество ступеней зависит от исходных данных, приведенных в табл. 1.

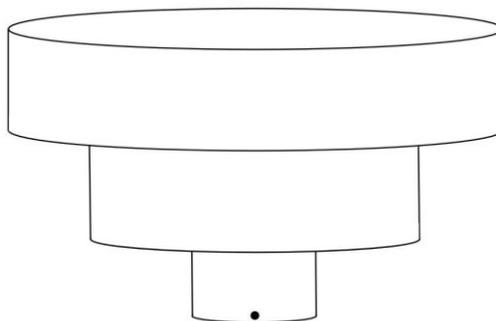


Рис. 3. Схематическое изображение трехступенчатого изменения зоны действия РЛС

Данная форма области обнаружения применяется в случае, если пользователь решает воспользоваться имеющимися данными по РЛС, не проводя расчет. В противном случае, так как  $D_{\text{макс}} \sim \sqrt{H}$ , указанная область имеет форму параболоида вращения.

Функция обнаружения РЛС масштабируется в зависимости от рассматриваемого высотного уровня и вводится независимо для каждой отдельно взятой ступени.

Для простоты будем считать, что РЛС работают круглосуточно в три смены эксплуатационного расчета. В качестве экономических показателей выберем стоимость станций, затраты на потребляемую ими энергию (из расчета 1.5 рубля за кВт\*ч) и оплату работы персонала (30000 руб./месяц для каждого сотрудника, работающего в одну смену).

Как только истекает время наработки на отказ, РЛС не работает в течение времени, необходимого для ее восстановления. При этом количество часов, оставшихся до отказа станции, определяется случайным образом во время запуска программы и не превосходит значения, указанного в табл. 1.

Для отладки модели использовались фиксированные прямолинейные траектории полета объектов противника (принятые исходные данные приведены в табл. 2).

Прежде чем перейти непосредственно к выбранному показателю эффективности группировки РЛС, дадим пояснение относительно «понятия уничтоженного объекта», принятого в данной работе.

Таблица 1

Исходные данные по РЛС

Характеристика	Тип РЛС				
	1Л13-3 «Небо-СВ»	Противник- ГЕ	1Л117 (П-37РМ)	39Н6 «Каста 2-2»	55Ж6-УЕ «Небо-УЕ»
Вероятности правильного обнаружения и ложной тревоги	0.9, 0.001				
Максимальная дальность обнаружения цели (км) с ЭПР 2 кв.м. / высота полета цели (м)	27 / 100 60 / 500 250 / 10000 330* / 27000	42 / 100 85 / 500 110 / 1000 300* / 10000	0.05 / 25, 0.5 / 72, 6 / 158, 10 / 180*	0.05 / 32, 0.5 / 85, 6 / 114.3*	0.1 / 41, 0.5 / 80, 10 / 320*
Максимальная высота, км	40 *	120 *	16 *	6 *	70 *
Мощность излучения передающего устройства, кВт	120 *	12 *	3.2 *	1 *	15 *

Продолжение табл. 1

Коэффициент усиления передающей антенны РЛС	10000 ***	10000 ***	10000 ***	10000 ***	10000 ***
Период обзора, с	10 *	10 *	10 *	5 *	10 *
Длина волны, м	3 *	0.22 *	0.02 *	3 *	3 *
Эффективная площадь приемной / передающей антенны, кв.м.	125 **	46.75 *	220 **	20.25 **	325 **
Чувствительность приемника РЛС, дБ/Вт	103 *	100 ***	100 ***	100 ***	100 ***
Коэффициент шума приемника РЛС, дБ	15 ***	3 *	20 ***	15 ***	15 ***
Высота установки антенны РЛС, м	5 **	5 **	6 **	50 *	6 ***
Коэффициент затухания сигнала в атмосфере, дБ	0.03 (слабый дождь) *				
Наработка на отказ, ч	250 *	600 *	110 *	100 *	250 *
Среднее время восстановления, ч	0.5 *	1 *	1 *	0.5 *	0.75 *
Максимальное число сопровождаемых целей	250 *	150 *	60 *	30 *	100 *
Эксплуатационный расчет, чел.	2 *	3 *	3 *	2 *	3 *

Окончание табл. 1

Потребляемая мощность, кВт	29 *	90 *	50 *	18 *	100 *
Стоимость, млн. у.е.	100 *	150 *	120 *	110 *	130 *

\* данные из [2, 3, 7]; \*\* экспертные оценки; \*\*\* принятые допущения

Для простоты расчетов допускаем, что целераспределение и поражение целей идеальны, то есть любой объект считается уничтоженным в момент своего обнаружения. Как только объект противника приближается к станции на расстояние  $D_{\text{макс}}$ , в моменты времени, определяемые периодом обзора станции, вычисляется случайная величина с равномерным распределением по отрезку [0;1]. Если ее значение превышает величину  $(1-W_{\text{но}})$ , то объект считается обнаруженным (уничтоженным). При таком подходе все исходные данные из табл. 1 и 2 находят свое отражение в конечном показателе эффективности.

Таблица 2

Исходные данные по целям

Объект	Параметр			
	Скорость полета на большой высоте, км/ч	Скорость полета на малой высоте, км/ч	Потолок, м	ЭПР, кв.м.
B-52H	957	664	16765	100
B-1 «Lancer»	1328	1160	15240	10
B-2 «Spirit»	1010	1010	15240	0.01
F-111A	2655	1471	18290	1 *
FB-111A	2335	1150	15240	1 *
Tornado IDS	2340	1480	15240	1 *
MD F-15 «Eagle»	2650	1480	20000	12
GD F-16 «Fighting Falcon»	2120	1432	15240	1
LB F-22 «Raptor»	2350	2350	22000	0.3

Продолжение табл. 2

Eurofighter Typhoon	2450	1400	18300	1
Tornado ADV	1480	1480	15240	1 *
A-10A Thunderbolt II	834	722	13380	1 *
MD F-15E «Strike Eagle»	2660	2660	18300	10
MQ-1 «Predator»	217	217	7920	1 *
MQ-9 «Reaper»	400	400	15000	1 *

\* отсутствующие в источниках [3, 4, 9] данные приняты равными 1; скорости даны для высот более и менее 10 км

В качестве показателя эффективности группировки выберем статистическое среднее отношение пропущенных ею целей к общему числу средств нападения. Для каждой группировки проведем 1000 испытаний, в каждом из которых силы противника составляет  $N = 100$  целей. Тогда  $x_i^j = M_i^j / N$ ,  $0 \leq x_i^j \leq 1$  – результат  $j$ -го эксперимента для  $i$ -ой группировки, где  $M_i^j$  – число уничтоженных объектов противника. Согласно [1], разобьем весь диапазон наблюдаемых значений на интервалы (разряды). Частотой попадания наблюдаемой величины в  $k$ -ый разряд  $I_k^j$  назовем отношение  $p_k^{*j} = m_k^j / n$ , где  $m_k^j$  число значений в рассматриваемом интервале,  $n$  – общее число наблюдений. Очевидно, сумма частот всех разрядов равна единице.

В табл. 3 представлен пример результатов эксперимента.

Таблица 3

Пример результатов эксперимента

$I_k$	0,0; 0,1	0,1; 0,2	0,2; 0,3	0,3; 0,4	0,4; 0,5	0,5; 0,6	0,6; 0,7	0,7; 0,8	0,8; 0,9	0,9; 1,0
$m_k$	24	42	31	35	84	91	105	159	314	115
$p_k^*$	0,024	0,042	0,031	0,035	0,084	0,091	0,105	0,159	0,314	0,115

В пределах каждого разряда вычислим среднее арифметическое значение  $a_k$  попавших в него показателей. Статистическим средним (аналогом математического ожидания) является величина

$$m_k^* = \sum_{i=1}^k a_i p_i^*.$$

В рамках рассматриваемого примера будем считать, что в каждом разряде среднее арифметическое попавших в него значений совпадает со средним арифметическим границ разряда. Тогда получим статистическое среднее  $m_k^* = 0,679$ . Это значит, что рассмотренная группировка РЛС, при прочих равных условиях, обеспечивает поражение, в среднем, 67.9 % объектов противника.

### Описание работы программы

Разработанное ПО «SmartShield v.1.56» (рис. 4) представляет собой комплекс взаимодействующих между собой модулей. При запуске программы происходит считывание текстовых файлов с исходными данными, расположенных в отдельной директории. На основе полученных данных формируется список, предлагаемый пользователю в качестве источника для выбора типов РЛС и объектов противника для моделирования налета.

В модели дальность действия РЛС может быть определена путем ступенчатой аппроксимации в соответствии с исходными данными (табл. 1) либо рассчитана аналитически в соответствии с формулой (1).

Количество РЛС, средств нападения, а так же их характеристики доступны для редактирования пользователем.

После определения  $D_{\text{макс}}$  запускается модуль графического интерфейса, осуществляющий визуализацию имитируемого процесса налета средств нападения (рис. 5). При многократном прогоне набирается статистика, которая можно отображена в виде соответствующих графиков.

По требованию пользователя проводится оптимизация методом ветвей и границ состава группировки РЛС по тактико-техническим и экономическим показателям, приведенным в табл. 2. Программа определяет наилучший вариант состава для выбранного варианта налета и предлагает его пользователю, после чего моделирование может быть запущено снова.

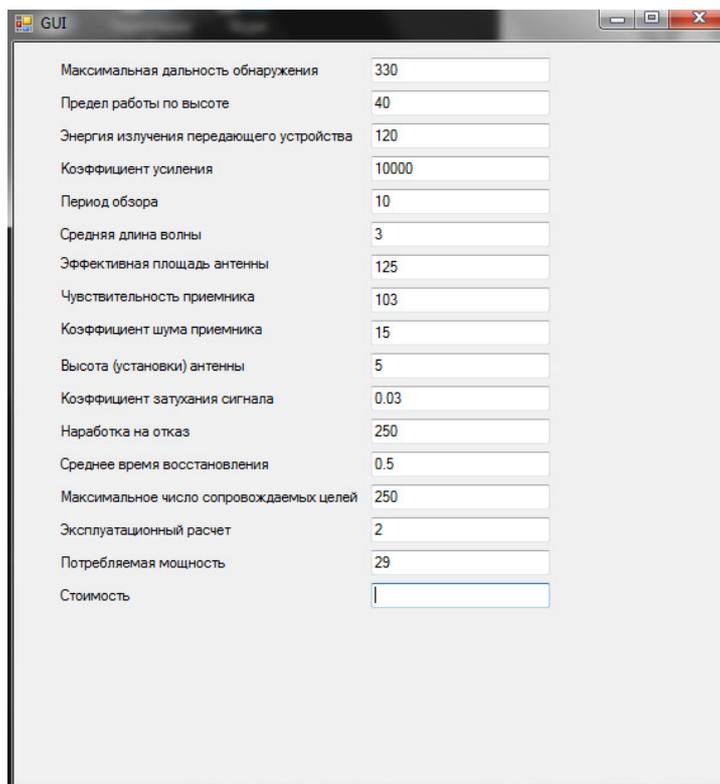


Рис. 4. Интерфейс программы (в версии 1.56)

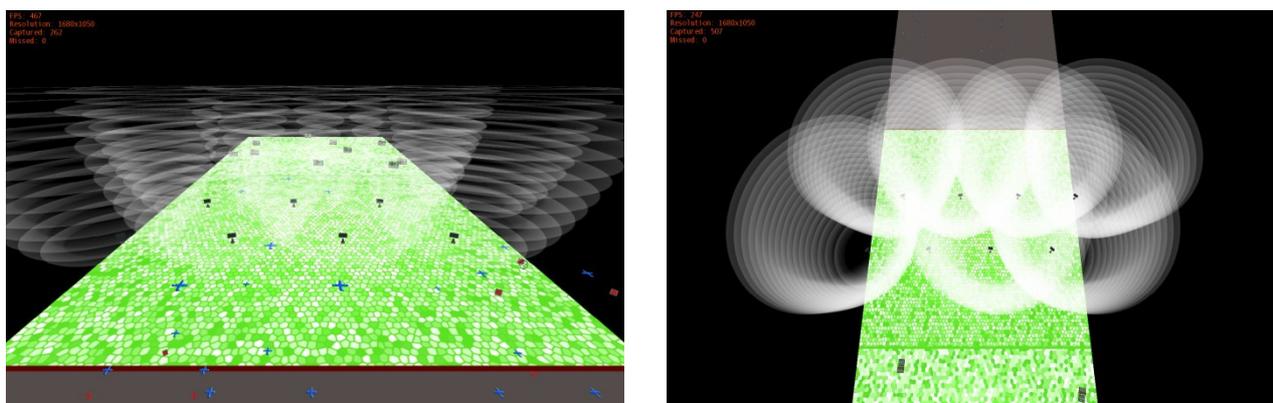


Рис. 5. Визуализация модели налета

### Анализ результатов тестового моделирования

Для проверки модели на работоспособность было реализовано несколько сценариев. В качестве противника во всех вариантах выбран стратегический бомбардировщик В-52Н. В режиме тестирования программы оптимизация состава группировки РЛС не проводилась.

Первый набор РЛС состоял из станций «Небо-СВ», обладающих самой низкой стоимостью среди всех рассматриваемых моделей. Статистическое среднее отношение обнаруженных объектов к их общему числу  $m=0.94$ . Суммарная стоимость станций равнялась 500 млн. у.е., общие затраты за время проведения теста (затраты на

электроэнергию и оплату работы эксплуатационного расчета) – 87 тыс. у.е.

Вторая группировка состояла из самых дорогих моделей - «Противник-ГЕ». В этом случае показатель эффективности составил  $m=0.98$ . Общие затраты были равны 750 млн. у.е. при суммарной стоимости станций 135 тыс. у.е.

Третий вариант обладал промежуточной стоимостью 610 млн. у.е. и включал в себя 5 различных станций. Схема их расстановки показана на рис. 6. Показатель эффективности третьей группировки РЛС составил  $m=0.96$ . Общие затраты составили 610 млн. у.е. Рис. 7 и 8 иллюстрируют сравнение результатов тестирования.

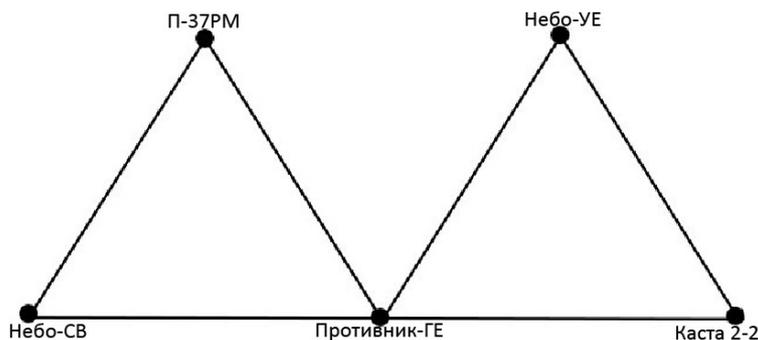


Рис. 6. Схема расположения РЛС в третьем тесте

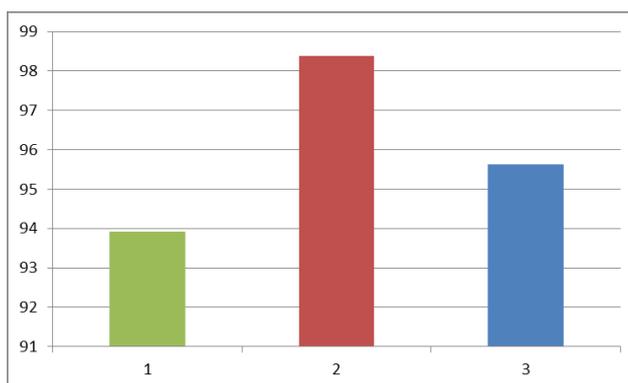


Рис. 7. Показатели эффективности группировок для первого, второго и третьего случая

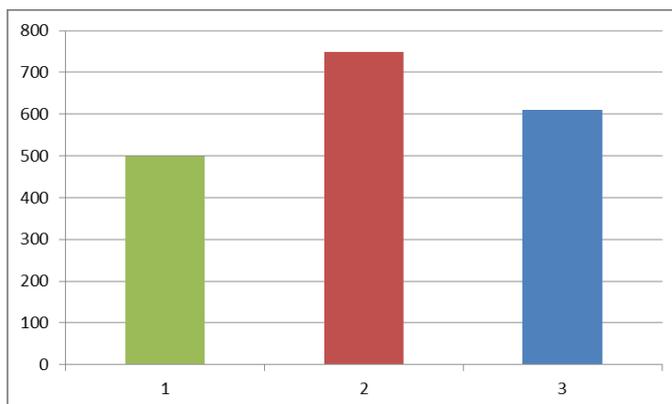


Рис. 8. Экономические показатели группировок для первого, второго и третьего случая

## Заключение

Определение оптимального состава группировки средств защиты является актуальной задачей воздушно-космической обороны. Ввиду большого числа моделей РЛС, ЗРК и других объектов размерность задачи является очень высокой. Требуется не только построение математической модели, корректно учитывающей все основные параметры средств обороны и различные сценарии нападения, но и создание гибкой программной оболочки, позволяющей в короткие сроки синтезировать наиболее эффективный состав группировки.

На данном этапе разработанное ПО представляет собой упрощенную имитационную модель для оценки показателей эффективности в задаче оптимизации состава и характеристик группировки комплексов радиолокационного вооружения ПВО. Среди ряда допущений можно выделить следующие:

1. положение РЛС не изменяется;
2. объекты противника имеют постоянную скорость и движутся прямолинейно;
3. объекты противника не оснащены средствами поражения;
4. объект противника считается уничтоженным в момент своего обнаружения.

Перечисленные условия были приняты исключительно для упрощения начальной версии модели. По мере ее усложнения указанные допущения будут устраняться. Результаты тестирования математической модели позволяют сделать вывод о её адекватности закономерностям исследуемой системы: имеет место прямая зависимость эффективности группировки РЛС от ее стоимости.

Несмотря на то, что используется только 5 видов РЛС и 15 моделей самолетов противника, робастность программы и легкая масштабируемость позволяют без особого труда дополнить этот список любым количеством объектов. Благодаря модульной структуре ПО «SmartShield» возможно включение функциональных модулей ЗРК и дальнейшее развитие проекта, в котором будут учитываться изменяющиеся во времени траектории полета объектов противника и их огневые средства.

Разработанная модель допускает преобразование исходных данных в различные показатели эффективности и содержит инструменты для проведения количественного анализа результатов проведения моделирования налета. В данной работе итоговым показателем является статистическое среднее отношение обнаруженных (уничтоженных) объектов противника к их общему числу. В реальных условиях общее количество объектов противника может быть не известно, но это отношение является удобным и наглядным отладочным показателем эффективности.

Гибкость, масштабируемость и легкая настройка являются основными достоинствами

ПО «SmartShield». Широкие возможности уточнения моделей и многофункциональный программный движок собственной разработки делают «SmartShield» привлекательным и эффективным инструментом для решения задач нахождения оптимальных группировок средств ВКО.

#### Список литературы

1. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. Издание 4. – М: Наука, 1969. – 576 с.
2. Вестник ПВО. – URL.<http://pvo.guns.ru> (дата обращения: 14.06.2012г.).
3. Википедия - свободная энциклопедия. – URL.<http://ru.wikipedia.org/> (дата обращения: 14.06.2012г.).
4. Военное дело. – URL.<http://las-arms.ru/> (дата обращения: 14.06.2012г.).
5. Конспект лекций по курсу «Основы радиолокации». – ТУИТ, 2002.
6. Поисковые исследования методов обеспечения контроля за потоками информации в распределенных АСУ специального назначения / Королев В.Л., Косакян А.К., Тюфягин П.В. – Москва, 2012. Шифр: «Скаут-АСУ».
7. Постановка задачи определения состава и характеристик группировки комплексов радиолокационного вооружения ПВО / В.Л. Королев, А.К. Косакян, П.В. Тюфягин // Студенческий научный вестник. Том XII, часть 5. – Москва, 2012. – С. 239-247
8. Сайт российской военной техники. URL.<http://rusarmy.com> (дата обращения: 14.06.2012г.).
9. Уголок неба. Большая авиационная энциклопедия. URL.<http://www.airwar.ru/> (дата обращения: 14.06.2012г.).