

УДК 336.77

СХЕМЫ ПОГАШЕНИЯ КРЕДИТА И ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЫПЛАТ ПО КРЕДИТУ

*Каверзнев М.М., аспирант
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана
кафедра «Финансы»*

*Научный руководитель: Пилюгина А.В., к.э.н.
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана
bauman@bmstu.ru*

В настоящее время коммерческими банками предлагается множество кредитных продуктов, которыми могут воспользоваться физические лица для достижения своих целей. Возникает вопрос – каким кредитным продуктом воспользоваться, чтобы суммарные выплаты по кредиту были минимальны. Для ответа на этот вопрос проанализируем схемы погашения кредита, которые используют банки.

Многие банки используют в своей практике несколько схем погашения кредита: аннуитетную и дифференцированную. Рассмотрим, какая из схем выгоднее для клиента, а какая для банка.

Обе схемы будем рассматривать для одинаковых начальных условий, которые приведены в табл. 1.

Таблица 1

Начальные условия кредитования

Сумма кредита, руб	Срок кредита, мес	Процентная ставка, %
100	60	10

Аннуитетная схема

В данной схеме все ежемесячные платежи равны между собой. Это говорит о том, что по мере выплаты кредита сумма основного долга уменьшается, следовательно, уменьшаются выплачиваемые проценты, а выплаты по основному долгу увеличиваются с течением времени, чтобы сохранить значение ежемесячных выплат на одинаковом уровне.

Суммарный платёж по кредиту за весь период времени будет рассчитываться следующим образом:

$$\begin{aligned}
 \text{Платёж}_\Sigma &= \sum_{t=1}^n \text{Платёж}_t = \\
 &= \sum_{t=1}^n (\text{Основной долг}_t + \text{Проценты}_t + \text{Комиссия}_t) = \\
 &= \sum_{t=1}^n (\text{Основной долг}_t + \text{Проценты}_t) + \sum_{t=1}^n \text{Комиссия}_t = \\
 &= \sum_{t=1}^n k \cdot c + \sum_{t=1}^n \text{Комиссия}_t
 \end{aligned}$$

Где:

Платёж_Σ – суммарная выплата по кредиту, включая основной долг, проценты и комиссию;

Платёж_t – платёж по кредиту за период времени t ;

Основной долг_t – платёж в счёт погашения основного долга за период времени t ;

Проценты_t – платёж в счёт погашения процентов за период времени t ;

Комиссия_t – размер комиссии, выплачиваемой за период времени t ;

k – коэффициент ежемесячного платежа;

c – сумма кредита;

n – срок кредита в месяцах.

Коэффициент ежемесячного платежа имеет следующий вид:

$$k = a^n \cdot \frac{a - 1}{a^n - 1}$$

Где a – знаменатель прогрессии.

Знаменатель прогрессии имеет следующий вид:

$$a = 1 + \frac{p}{1200}$$

Где p – годовая процентная ставка [1].

Получим общую формулу для расчёта суммарного платежа по кредиту за весь период времени для данной схемы погашения кредита:

$$\text{Платёж}_\Sigma = \sum_{t=1}^n k \cdot c + \sum_{t=1}^n \text{Комиссия}_t =$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{t=1}^n a^n \cdot \frac{a-1}{a^n-1} \cdot c + \sum_{t=1}^n \text{Комиссия}_t = \\
&= \sum_{t=1}^n \left(1 + \frac{p}{1200}\right)^n \cdot \frac{1 + \frac{p}{1200} - 1}{\left(1 + \frac{p}{1200}\right)^n - 1} \cdot c + \sum_{t=1}^n \text{Комиссия}_t = \\
&= \sum_{t=1}^n \frac{p \cdot c}{1200 \cdot \left(1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{p}{1200}\right)^n}\right)} + \sum_{t=1}^n \text{Комиссия}_t = \\
&= \frac{p \cdot c \cdot n}{1200 \cdot \left(1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{p}{1200}\right)^n}\right)} + \sum_{t=1}^n \text{Комиссия}_t
\end{aligned}$$

Дифференцированная схема

В данной схеме основной долг гасится равными платежами, а проценты с каждым месяцем уменьшаются - следовательно, платёж каждый месяц тоже уменьшается.

Суммарный платёж по кредиту за весь период времени будет рассчитываться следующим образом:

$$\begin{aligned}
\text{Платёж}_\Sigma &= \sum_{t=1}^n \text{Платёж}_t = \\
&= \sum_{t=1}^n (\text{Основной долг}_t + \text{Проценты}_t + \text{Комиссия}_t) = \\
&= \sum_{t=1}^n (\text{Основной долг}_t + \text{Проценты}_t) + \sum_{t=1}^n \text{Комиссия}_t = \\
&= \sum_{t=1}^n (f + P_t) + \sum_{t=1}^n \text{Комиссия}_t
\end{aligned}$$

Где:

f - сумма в счёт погашения основного долга (одна и та же каждый месяц);

P_t - проценты, начисленные за пользование кредитом на t -м месяце.

Сумма погашения основного долга имеет следующий вид:

$$f = \frac{c}{n}$$

Проценты, начисленные за пользование кредитом на t -м месяце, имеют следующий вид [1]:

$$P_t = (c - f \cdot (t - 1)) \cdot \frac{p}{1200}$$

Получим общую формулу для расчёта суммарного платежа по кредиту за весь период времени для данной схемы погашения кредита:

$$\begin{aligned} \text{Платёж}_\Sigma &= \sum_{t=1}^n (f + P_t) + \sum_{t=1}^n \text{Комиссия}_t = \\ &= \sum_{t=1}^n \left(\frac{c}{n} + (c - f \cdot (t - 1)) \cdot \frac{p}{1200} \right) + \sum_{t=1}^n \text{Комиссия}_t = \\ &= \sum_{t=1}^n \left(\frac{c}{n} + \left(c - \frac{c}{n} \cdot (t - 1) \right) \cdot \frac{p}{1200} \right) + \sum_{t=1}^n \text{Комиссия}_t = \\ &= \sum_{t=1}^n \left(\frac{c}{n} + \left(1 - \frac{t-1}{n} \right) \cdot \frac{p \cdot c}{1200} \right) + \sum_{t=1}^n \text{Комиссия}_t = \\ &= \sum_{t=1}^n c \cdot \left(\frac{1}{n} + \left(1 - \frac{t-1}{n} \right) \cdot \frac{p}{1200} \right) + \sum_{t=1}^n \text{Комиссия}_t \end{aligned}$$

Анализ денежных потоков при аннуитетной и дифференцированной схеме

Для того чтобы определить какая из схем погашения кредита выгодна для клиента, а какая для банка, рассмотрим следующие случаи для каждой схемы, денежные потоки, связанные с ними, а также посчитаем суммарный платёж по кредиту за весь период времени:

- 1) клиент сразу начинает выплачивать и основной долг и проценты (рис. 11, 15);
- 2) клиент в течение t месяцев выплачивает только проценты, а с $t+1$ месяца начинает выплачивать и основной долг (рис. 12, 16);
- 3) клиент в течение t месяцев выплачивает только основной долг, а с $t+1$ месяца начинает выплачивать и проценты (рис. 13, 17);
- 4) клиент в течение первых t месяцев выплачивает основной долг и часть процентов (γ), в течение следующих T месяцев выплачивает основной долг и часть процентов (δ), после начинает выплачивать основной долг и проценты в полном объёме

(рис. 14, 18).

Аннуитетная схема

Приведём фрагмент таблицы расчётных данных для этой схемы погашения кредита в табл. 2.

Таблица 2

Расчётные данные для аннуитетной схемы

№ месяца	Сумма кредита	Ежемесячный платёж	Проценты	Основной долг	Сумма процентов
1	100	2,12	0,83	1,29	0,83
.....					
60	2,11	2,12	0,02	2,11	27,48

Одинаковые последние значения во втором и пятом столбце говорят о том, что расчёт выплат по кредиту произведён правильно.

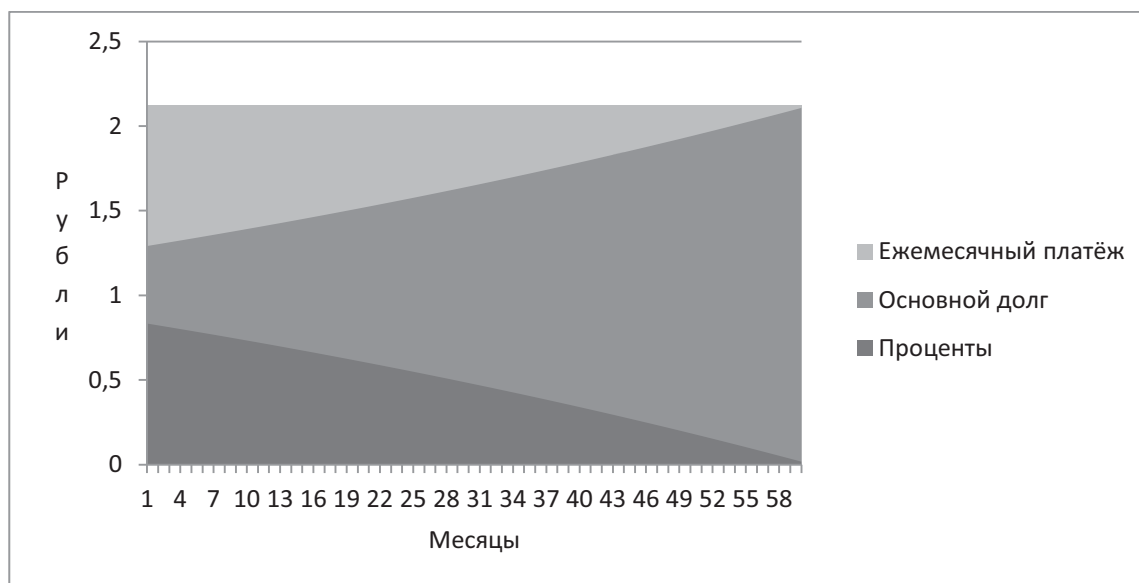


Рис. 11. Графики выплат основного долга, процентов и ежемесячного платежа

Из рис. 11 видно, что ежемесячный платёж является суммой выплат в каждый момент времени основного долга и процентов. Таким образом, графики не противоречат основному утверждению аннуитетной схемы о равенстве ежемесячных платежей между собой. Суммарная выплата по кредиту за 60 месяцев составляет 127,48 рубля.

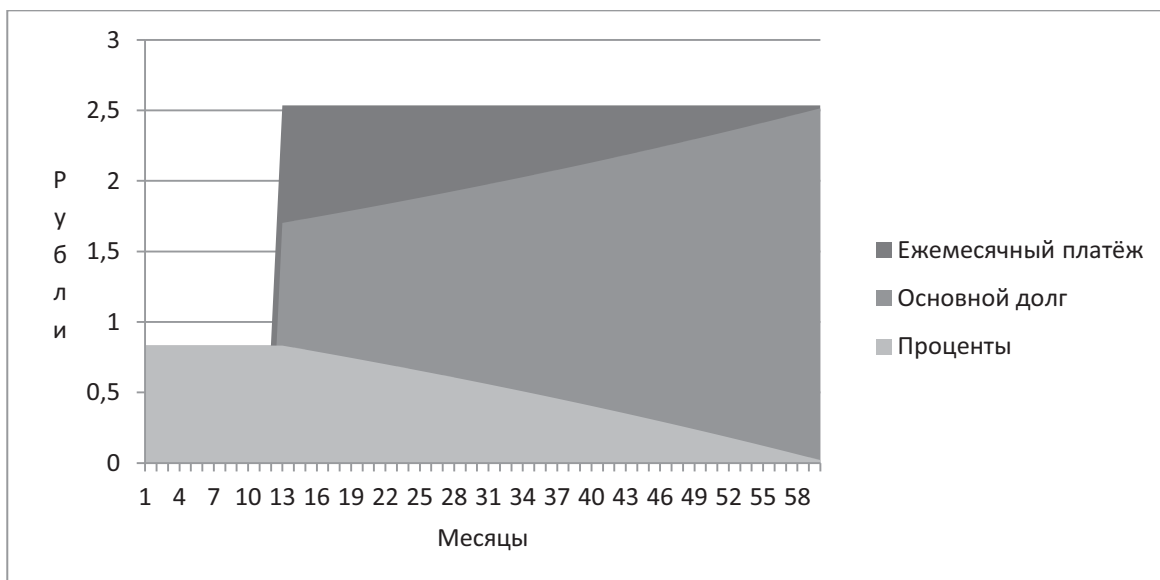


Рис. 12. Графики выплат основного долга, процентов и ежемесячного платежа

Из рис. 12 видно, что в течение $t=12$ месяцев график ежемесячного платежа совпадает с графиком выплат процентов, т. к. выплаты по основному долгу не осуществляются на протяжении этого периода времени. С момента $t=13$ месяцев ежемесячный платёж увеличивается на величину выплат основного долга. Суммарная выплата по кредиту за 60 месяцев составляет 131,74 рубля.

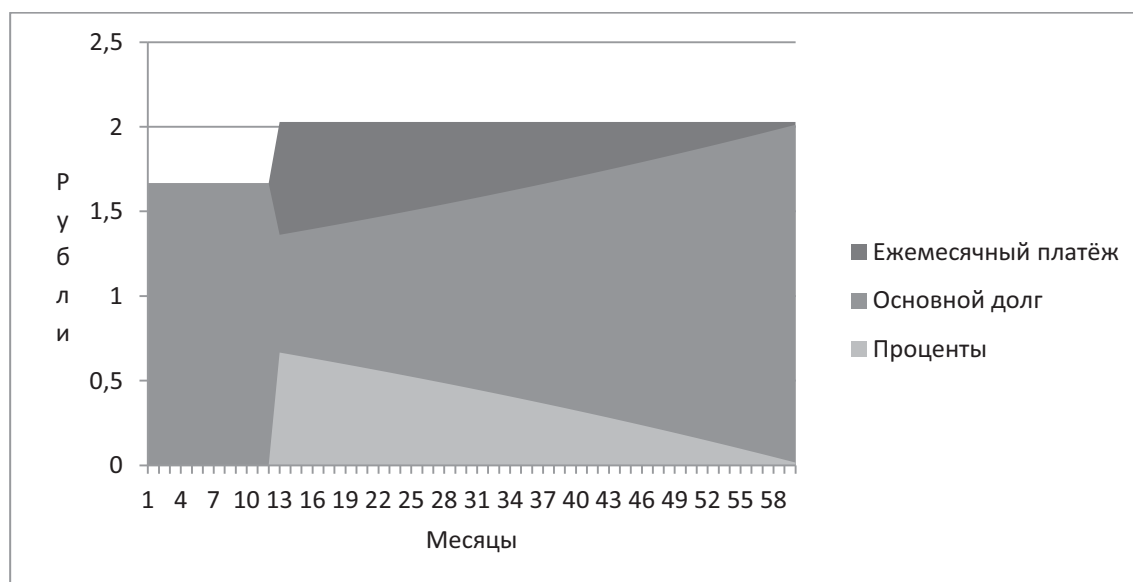


Рис. 13. Графики выплат основного долга, процентов и ежемесячного платежа

Из рис. 13 видно, что в течение $t=12$ месяцев график ежемесячного платежа совпадает с графиком выплат по основному долгу, т. к. выплаты процентов не осуществляются на протяжении этого периода времени. С момента $t=13$ месяцев

ежемесячный платёж увеличивается на величину выплат процентов. Суммарная выплата по кредиту за 60 месяцев составляет 117,39 рубля.

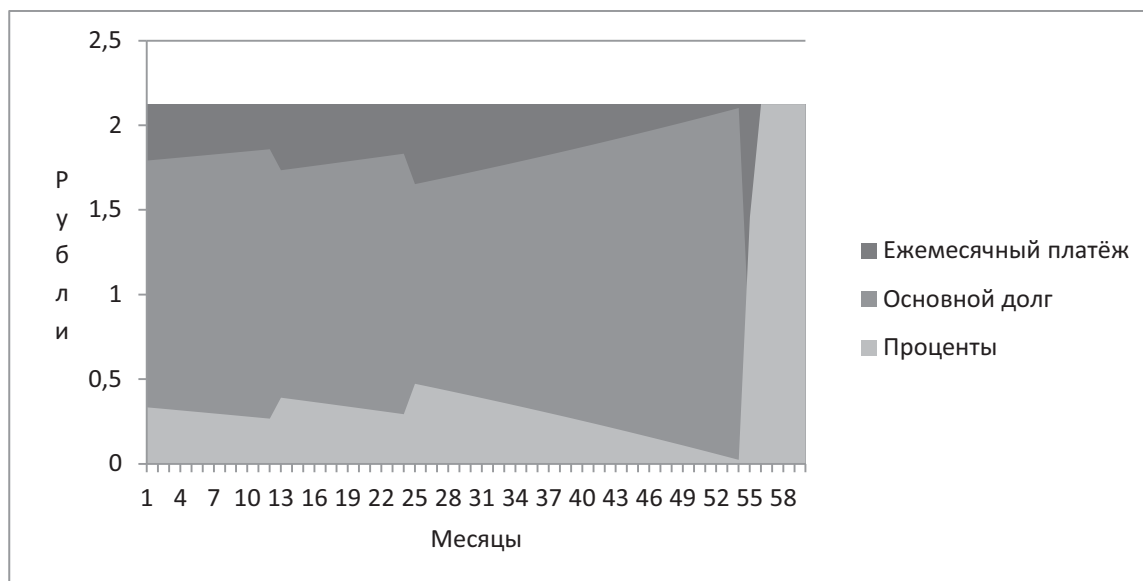


Рис. 14. Графики выплат основного долга, процентов и ежемесячного платежа

Из рис. 14 видно, что график выплат процентов ведёт себя скачкообразно. Это связано с отсрочкой по выплате процентов в разные периоды времени. В данном случае в течение первых $t=12$ месяцев отсрочка по выплате процентов составляла 60%, т. е. выплачивалась $\gamma=40\%$ от суммы процентов за месяц. В течение следующих $T=12$ месяцев отсрочка по выплате процентов составляла 40%, т. е. выплачивалась $\delta=60\%$ от суммы процентов за месяц. Далее до конца срока кредита проценты за месяц выплачивались в полном размере. Суммарная выплата по кредиту за 60 месяцев составляет 127,48 рубля.

Дифференцированная схема

Приведём фрагмент таблицы расчётных данных для этой схемы погашения кредита в табл. 3.

Таблица 3

Расчётные данные для дифференцированной схемы

№ месяца	Сумма кредита	Ежемесячный платёж	Проценты	Основной долг	Сумма процентов
1	100	2,5	0,83	1,67	0,83
.....					
60	1,67	1,68	0,01	1,67	25,42

Одинаковые последние значения во втором и пятом столбце говорят о том, что расчёт выплат по кредиту произведён правильно.

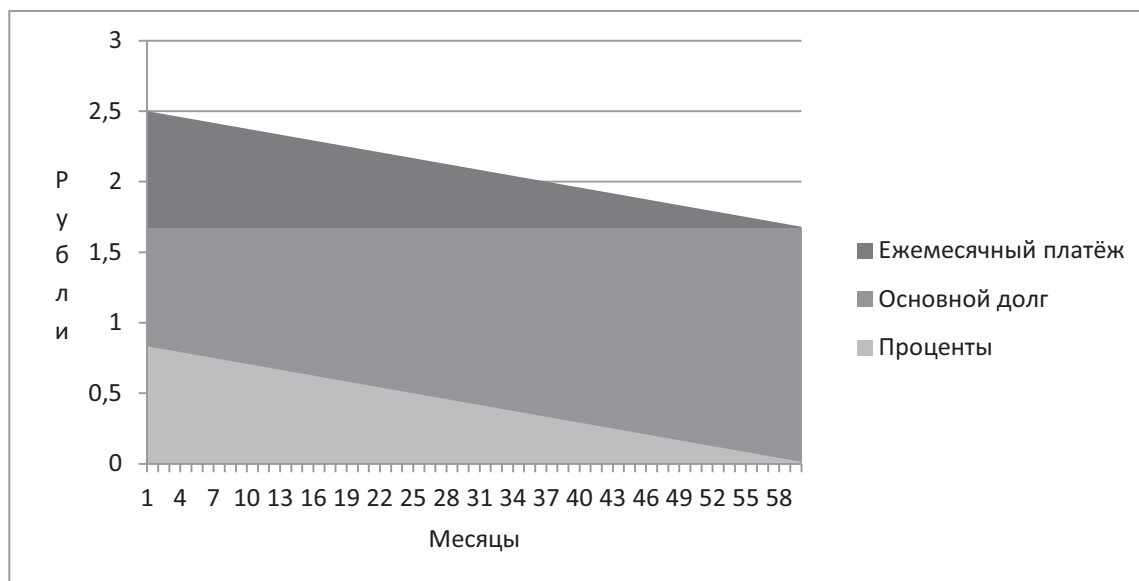


Рис. 15. Графики выплат основного долга, процентов и ежемесячного платежа

Из рис. 15 видно, что графики выплат не противоречат основному утверждению дифференцированной схемы о погашении основного долга равными платежами и об уменьшении выплат процентов в каждом месяце. Ежемесячный платёж является суммой выплат в каждый момент времени основного долга и процентов и тоже уменьшается каждый месяц, т. к. уменьшаются выплаты процентов. Суммарная выплата по кредиту за 60 месяцев составляет 125,42 рубля.

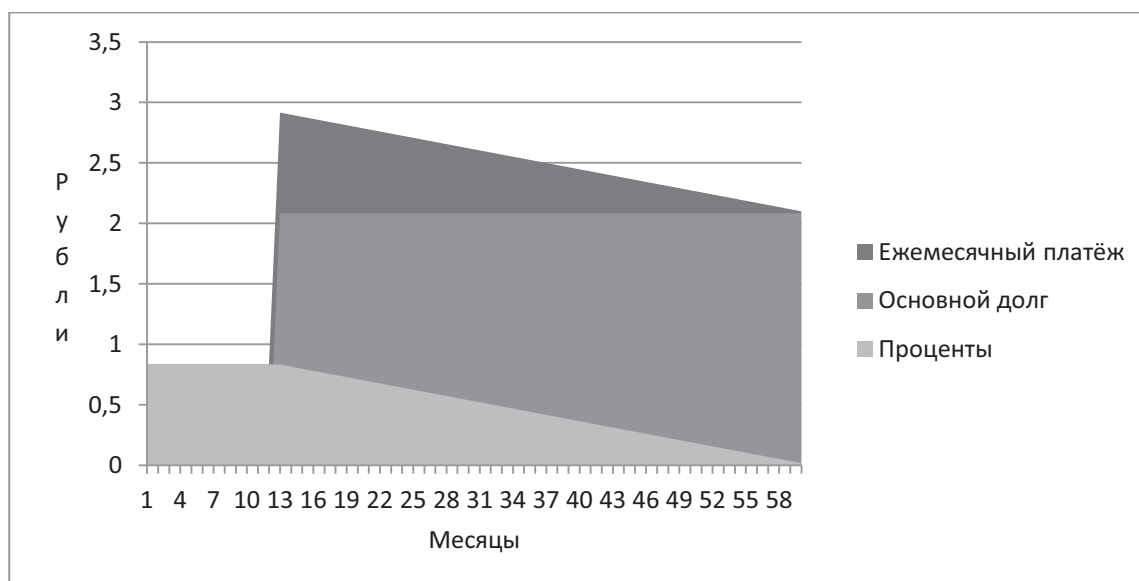


Рис. 16. Графики выплат основного долга, процентов и ежемесячного платежа

Из рис. 16 видно, что в течение $t=12$ месяцев график ежемесячного платежа совпадает с графиком выплат процентов, т. к. выплаты по основному долгу не осуществляются на протяжении этого периода времени. С момента $t=13$ месяцев ежемесячный платёж увеличивается на величину выплат основного долга и убывает до конца срока кредита. Суммарная выплата по кредиту за 60 месяцев составляет 130,42 рубля.

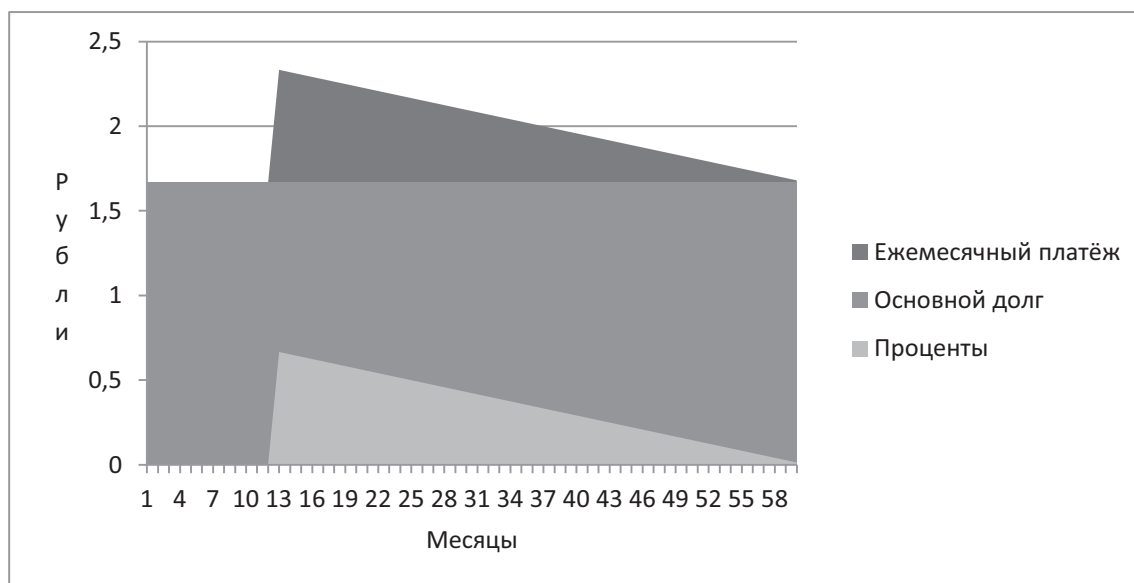


Рис. 17. Графики выплат основного долга, процентов и ежемесячного платежа

Из рис. 17 видно, что в течение $t=12$ месяцев график ежемесячного платежа совпадает с графиком выплат по основному долгу, т. к. выплаты процентов не осуществляются на протяжении этого периода времени. С момента $t=13$ месяцев ежемесячный платёж увеличивается на величину выплат процентов. Суммарная выплата по кредиту за 60 месяцев составляет 116,33 рубля.

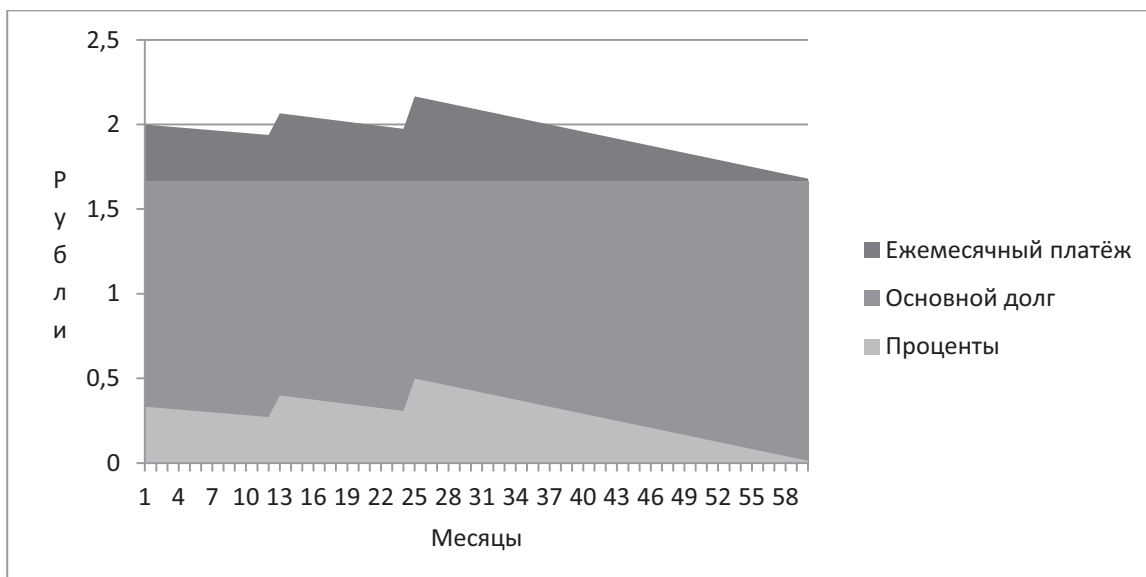


Рис. 18. Графики выплат основного долга, процентов и ежемесячного платежа

Из рис. 18 видно, что график выплат процентов ведёт себя скачкообразно. Это связано с отсрочкой по выплате процентов в разные периоды времени. В данном случае в течение первых $t=12$ месяцев отсрочка по выплате процентов составляла 60%, т. е. выплачивалась $\gamma=40\%$ от суммы процентов за месяц. В течение следующих $T=12$ месяцев отсрочка по выплате процентов составляла 40%, т. е. выплачивалась $\delta=60\%$ от суммы процентов за месяц. Далее до конца срока кредита проценты за месяц выплачивались в полном размере. Суммарная выплата по кредиту за 60 месяцев составляет 117,13 рубля.

Представим суммарные выплаты по кредиту в рассмотренных четырёх случаях для обеих схем погашения кредита в табл. 4.

Таблица 4

Суммарные выплаты по кредиту

Схема погашения	Случай			
	1	2	3	4
Аннуитетная	127,48	131,74	117,39	127,48
Дифференцированная	125,42	130,42	116,33	117,13

Для наглядности изобразим полученные данные на рис. 19.

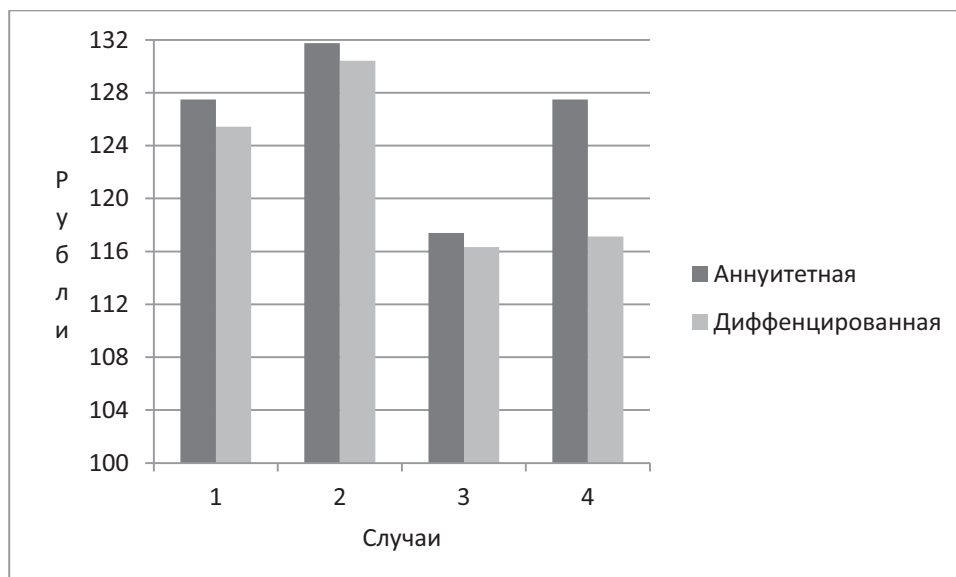


Рис. 19. Суммарные выплаты по кредиту

Проанализировав графики суммарных выплат по кредиту для обеих схем, можно сделать вывод, что суммарная задолженность клиента по выплате кредита меньше в дифференцированной схеме погашения кредита, чем в аннуитетной. Таким образом, получается, что для клиента банка выгоднее выплачивать кредит по дифференцированной схеме, а банку выгоднее предлагать кредитные продукты с аннуитетной схемой погашения кредита.

Общая модель

Построим общую модель суммарного платежа по кредиту за весь период времени с учётом изложенного выше:

$$\text{Платёж}_\Sigma = \left\{ \begin{array}{l} \left[\frac{p \cdot c \cdot n}{1200 \cdot \left(1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{p}{1200} \right)^n} \right)} + \sum_{t=1}^n \text{Комиссия}_t, \right. \\ \left. \sum_{t=1}^n c \cdot \left(\frac{1}{n} + \left(1 - \frac{t-1}{n} \right) \cdot \frac{p}{1200} \right) + \sum_{t=1}^n \text{Комиссия}_t; \right. \\ \sum_{t=1}^n \text{Комиссия}_t = \left[\left\{ \sum_{t=1}^n \alpha \cdot c = \alpha \cdot c \cdot n, \text{ ежемесячно,} \right. \right. \\ \left. \left. \begin{array}{l} 0 \leq \alpha < 1, \\ \text{А, разово;} \end{array} \right. \right. \\ c = c_{\text{перв}} - \text{Взнос}, \\ c_{\text{перв}} = \begin{cases} c_{\text{руб}}, \\ c_{\text{вал}}, \end{cases} \\ c_{\text{вал}} = \frac{c_{\text{руб}}}{\text{Курс}}, \\ c_{\text{перв}} \leq c_{\text{кредит}}, \\ \text{Взнос} = \begin{cases} \beta \cdot c_{\text{перв}}, \\ 0 \leq \beta < 1; \end{cases} \\ p = \text{риск} + \text{надбавка} + \text{ставка рефинансирования} = \\ = \text{риск} + \text{надбавка} + \text{инфляция} + \text{риск}_{\text{ЦБ}} = \\ = \text{риск}_\Sigma + \text{надбавка} + \text{инфляция}; \end{array} \right.$$

Где:

α – коэффициент, характеризующий какую часть от суммы кредита составляет комиссия;

A – комиссионный платёж;

$c_{\text{перв}}$ – первоначальная стоимость объекта кредитования;

Взнос – первоначальный взнос;

$c_{\text{руб}}$ - первоначальная стоимость объекта кредитования в рублях;

$c_{\text{вал}}$ - первоначальная стоимость объекта кредитования в иностранной валюте;

Курс – курс иностранной валюты в рублях;

$c_{\text{кредит}}$ – максимальная сумма кредита, которую может выдать кредитная организация заёмщику;

β - коэффициент, характеризующий какую часть от суммы кредита составляет первоначальный взнос;

риск – рисковая составляющая кредитной организации;

надбавка – параметр, который определяет уровень доходности кредитной

организации от выданного кредита;

ставка рефинансирования – ставка, устанавливаемая Центральным Банком, по которой он выдаёт кредиты коммерческим банкам;

инфляция – процент инфляции в стране;

риск_{цб} – рисковая составляющая Центрального Банка;

риск_Σ – суммарная рисковая составляющая.

Итак, изучив особенности расчёта двух схем погашения кредита – аннуитетную и дифференцированную, можно сделать вывод, что для клиента банка наиболее благоприятной является дифференцированная схема, т. к. суммарный платёж по кредиту за весь срок кредита в ней меньше, чем в аннуитетной. На основе этих двух схем была построена модель суммарного платежа по кредиту за весь срок кредита.

Список литературы

1. Информационный портал//URL.http://www.banki.ru/forum/?PAGE_NAME=read&FID=11&TID=332&MID=0#message0 (дата обращения 10.05.2013).
2. Савчук В.П. Управление финансами предприятия. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005. 480 с.
3. Ван Хорн Дж. К. Основы управления финансами. М.: Финансы и статистика, 2003. 800 с.