

Моделирование термоупругих характеристик композитов на основе алюмо-хромофосфатных связующих

11, ноябрь 2013

DOI: 10.7463/1113.0623564

Димитриенко Ю. И., Сборщиков С. В., Еголева Е. С., Матвеева А. А.

УДК 539.3

Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана

dimit.bmstu@gmail.com

seriy000@mail.ru

egoleva@mail.ru

matveevaantonina@mail.ru

Введение

Композиционные материалы на основе неорганических связующих (фосфатных, алюмо-фосфатных, хромо-фосфатных, магний-фосфатных, алюмо-хромофосфатных (АХФС)) представляют собой перспективный класс конструкционных материалов для создания теплонагруженных конструкций [1-6]. Материалы данного класса сохраняют работоспособность до температуры 1500 °С без оплавления, имеют хорошие диэлектрические характеристики во всем интервале рабочих температур, относительно высокие прочностные показатели при температурах до 800 °С, обладают термостойкостью в окислительных средах, повышенной ударной вязкостью [7-9].

Одним из перспективных типов композиционных материалов на неорганической матрицы являются композиты на основе кварцевой ткани и матрицы из АХФС с добавлением мелкодисперсных наполнителей в виде порошка электроплавленного корунда Al_2O_3 и керамики Cr_2O_3 [6]. При высоких температурах в матрице и волокнах композитов на основе АХФС происходят сложные фазовые превращения, приводящие к необратимому изменению всех тепломеханических и теплофизических свойств материала. Вообще говоря, композиты на основе неорганических матриц при высоких температурах представляют собой многофазную систему, состоящую из нескольких твердых фаз, механически и химически взаимодействующих между собой.

Математические модели термомеханического поведения композитов на неорганических матрицах были разработаны в [7-9], в работе [9] была предложена многомасштабная модель внутренней структуры алюмо-фосфатного композита. Цель настоящей работы – построение математической модели композитов на основе АХФС, позволяющей более детально описать переменную микроструктуру многофазного композита с учетом кинетики процессов, протекающих в композиционных материалах на АХФ связующих при высоких температурах, а также позволяющей прогнозировать зависимость модулей упругости и пределов прочности материала от режима температурного нагрева. При создании этой модели использован опыт разработки моделей термомеханического высокотемпературного поведения композиционных материалов на полимерных матрицах [10-13].

Многоуровневая модель композиционных материалов на АХФ матрице при высоких температурах. Тканевые композиционные материалы на АХФ матрице рассмотрим как многоуровневую структуру, состоящую из 4-х структурных уровней (Рис. 1). Каждый структурный уровень состоит из большого числа соответствующих ячеек периодичности (ЯП).

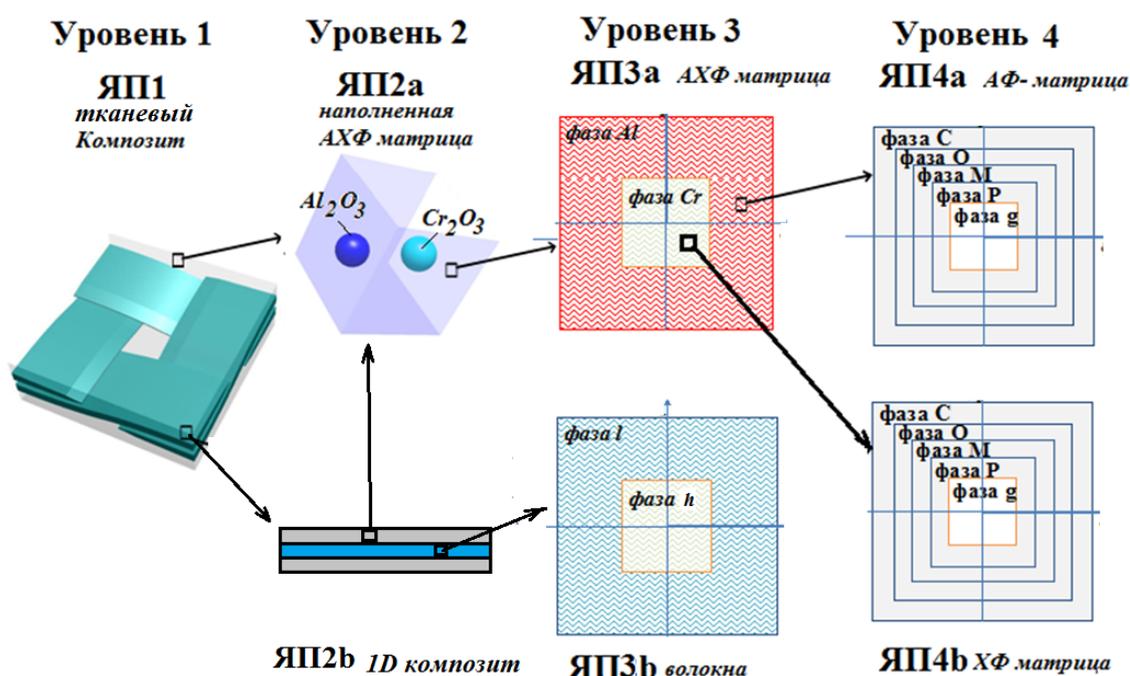


Рис. 1 Многоуровневая модель структуры КМ на АХФС

ЯП 1-го структурного уровня состоит из 2-х элементов: тканевого наполнителя на основе переплетенных нитей и АХФ матрицы. Нити в ткани состоят из большого числа моноволокон, соединенных матрицей, поэтому введем ЯП 2-го структурного уровня – ЯП2b, состоящую из 1 моноволокна, окруженного матрицей. Сама АХФ матрица также

представляет собой композитную структуру – она состоит собственно из АХФС и дисперсных керамических частиц на основе оксидов алюминия и хрома: Al_2O_3 и Cr_2O_3 , поэтому матрицу полагаем состоящей из ЯП2а (рис.1). При высоких температурах в моноволокнах и АХФС происходят фазовые превращения, поэтому и матрицу и моноволокна полагаем состоящими из ЯП3а и ЯП3б, соответственно. Фазовые превращения в стеклянных волокнах при нагреве происходят по механизму роста кристобаллитной фазы и уменьшения исходной аморфной фазы стекловолокна, поэтому ЯП3б состоит из 2-х фаз: аморфной (*h*-фаза) и кристаллической (*l*-фаза) (рис. 1). ЯП3а состоит из 2-х фаз: одна соответствует той части связующего, для которой фазовые превращения происходят по алюмосодержащей цепочке (рис. 2), а вторая – по хромосодержащей цепочке.

Каждая из этих фаз 3-его уровня, в свою очередь, представляется в виде 5-фазной системы. При нагреве до высоких температур происходит перераспределение соотношения между этими фазами. Схема фазовых превращений в АХФС [2] на 4-м структурном уровне показана на рисунке 2.

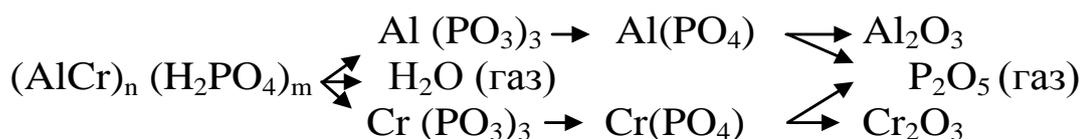


Рис. 2 Схема фазовых превращений в АХФС при нагреве до 1500 К

Введем следующие обозначения для фаз КМ. На 1-м структурном уровне: φ_t, φ_m – это содержание армирующих тканевых нитей и матрицы – составляющих ЯП 1 ($\varphi_t + \varphi_m = 1$). эти концентрации не меняются при нагреве: $\varphi_t = const, \varphi_m = const$. На 2-м структурном уровне в ЯП2а: $\varphi_{2Al}, \varphi_{2Cr}, \varphi_{2m}$ – концентрации керамических включений Al_2O_3 , Cr_2O_3 и АХФС в матрице ($\varphi_{2Al} + \varphi_{2Cr} + \varphi_{2m} = 1$), а в ЯП2б: φ_f, φ_{fm} – относительное содержание моноволокна и окружающей его части АХФ матрицы. В ЯП3б: φ_h, φ_v – это относительные концентрации аморфной и кристаллической фазы волокон, которые связаны соотношением: $\varphi_h + \varphi_v = 1$. Концентрации фаз в ЯП3а обозначим следующим образом: $\varphi_{Al}, \varphi_{Cr}$ ($\varphi_{Al} + \varphi_{Cr} = 1$), их значения таковы: $\varphi_{Al} = 0,5 \quad \varphi_{Cr} = 0,5$.

Для фаз ЯП 4-го уровня – ЯП4а и ЯП4б введем обозначения: φ_{4u} – объемная концентрация полимерной фазы $P((AlCr)_n(H_2PO_4)_m)$, φ_{3u} – объемная концентрация метафосфатной фазы $M(Al(PO_3)_3, Cr(PO_3)_3)$, φ_{2u} – объемная концентрация ортофосфатной

фазы $O(Al(PO_4), Cr(PO_4))$, φ_{1u} – объемная концентрация керамической фазы $C(Al_2O_3, Cr_2O_3)$, φ_{5u} – объемная концентрация газовой фазы $g(H_2O \text{ и } P_2O_5)$. Все эти фазы связаны соотношением:

$$\sum_{i=1}^5 \varphi_{iu} = 1, \quad u = \{a, b\}, \quad (1)$$

индекс $u = a$ соответствует алюмосодержащей цепочке, а индекс $u = b$ – хромосодержащей цепочке фаз АХФС.

Математическая модель изменения фазового состава АХФС в ЯП 4-ого уровня при нагреве. Математические модели алюмо- и хромосодержащей цепочек превращения АХФС в ЯП4а и ЯП4б будем рассматривать как отдельные, но аналогичные друг другу. Система уравнений для расчета объёмных концентраций фаз в ЯП4а и ЯП4б следует из системы законов сохранения масс фаз:

$$\begin{aligned} \rho_{4u} \frac{\partial \varphi_{4u}}{\partial t} &= -J_{4u} \\ \rho_{3u} \frac{\partial \varphi_{3u}}{\partial t} &= J_{4u} (1 - \Gamma_{4u}) - J_{3u} \\ \rho_{2u} \frac{\partial \varphi_{2u}}{\partial t} &= J_{3u} - J_{2u} \\ \rho_{1u} \frac{\partial \varphi_{1u}}{\partial t} &= J_{2u} (1 - \Gamma_{2u}), \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho_{5u} \varphi_{5u}}{\partial t} + \nabla \cdot \varphi_{5u} \rho_{5u} \mathbf{v}_{5u} = J_{4u} \Gamma_{4u}, \quad u = \{a, b\},$$

где обозначены: ρ_{iu} – плотности фаз (полагаются постоянными, кроме плотности газовой фазы ρ_{5j}), \mathbf{v}_{5u} – вектор скорости движения газовой фазы, Γ_{2u}, Γ_{4u} – коэффициенты газификации, J_{iu} – массовые скорости фазовых превращений, для которых имеют место соотношения Аррениуса:

$$J_{iu} = J_{iu}^0 \varphi_{iu} \exp\left(-\frac{E_{Aiu}}{R\theta(t)}\right), \quad i = 2, 3, 4, \quad u = \{a, b\} \quad (3)$$

здесь E_{Aiu} – энергии активации фазовых превращений, J_{iu}^0 – предэкспоненциальные множители, R – газовая постоянная.

Модель для расчета упругих свойств матрицы в ЯП 4-го уровня при нагреве.

Рассмотрим модельную форму ЯП4а и ЯП4б, в которой каждая фаза имеет форму пустотелого куба, а газовая фаза – сплошного куба. Оси локальной системы координат $O\xi_k$ ориентированы так, как показано на рисунке 2. Выделим 1/2 ЯП4а, принадлежащую

полуплоскости $\xi_1 > 0$ и разделим ее на 5 частей плоскостями $\xi_1 = const$, совпадающими с границами раздела фаз. Тогда каждый такой j -й слой содержит j фаз. Используя принцип сложения слоёв [14] при одноосном напряженном состоянии в направлении оси $O\xi_1$, вычисляем сначала эффективные модули упругости $E_{(j)}$ каждого j -го слоя, полагая, что деформации растяжения $\varepsilon_{i(j)}$ в направлении $O\xi_1$ в разных фазах внутри каждого j -го слоя совпадают с деформацией слоя $\varepsilon_{(j)}$, а нормальные напряжения $\sigma_{(j)}$ в направлении $O\xi_1$ в каждом слое представляют собой сумму напряжений в фазах $\sigma_{i(j)}$, тогда имеют место следующие соотношения

$$\begin{aligned} \sigma_{(j)} &= \sum_{i=1}^{j-1} \beta_i \sigma_{i(j)} + \sigma_{j(j)} \sum_{i=j}^5 \beta_i & \varepsilon_{i(j)} &= \varepsilon_{(j)}, \quad i=1\dots5 & \sigma_{i(j)} &= E_{iu} \varepsilon_{i(j)}, \quad i=1\dots5 \\ \sigma_{(j)} &= \sigma_u, \quad j=1\dots5 & \varepsilon_u &= \sum_{j=1}^5 \gamma_j \varepsilon_{(j)}, & u &= \{a, b\}, \end{aligned} \quad (4)$$

здесь E_{iu} – модули упругости фаз, σ_u и ε_u – осредненное напряжение и осредненная деформация в ЯП4а или ЯП4б, $\gamma_i/2$ – относительные толщины слоев ($\sum_{i=1}^5 \gamma_i = 1$), β_i – относительные площади сечений фаз плоскостью $O\xi_1$, которые связаны с концентрациями фаз следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= (1 - S_C); \gamma_2 = (S_C - S_O); \gamma_3 = (S_O - S_M); \gamma_4 = (S_M - S_P); \gamma_5 = S_P \\ \beta_1 &= (1 - S_C^2); \beta_2 = (S_C^2 - S_O^2); \beta_3 = (S_O^2 - S_M^2); \beta_4 = (S_M^2 - S_P^2); \beta_5 = S_P^2 \\ \varphi_{2u} &= (1 - S_C^3); \varphi_{3u} = (S_C^3 - S_O^3); \varphi_{4u} = (S_O^3 - S_M^3); \varphi_{5u} = (S_M^3 - S_P^3); \varphi_{6u} = S_P^3 \end{aligned} \quad (5)$$

С помощью соотношений (4) вычисляем эффективные модули упругости матрицы E_u в ЯП4а или ЯП4б, связывающие напряжения σ_u и деформации ε_u законом Гука $\sigma_u = E_u \varepsilon_u$:

$$E_u = \left(\sum_{j=1}^5 \gamma_j / E_{(j)} \right)^{-1}, \quad E_{(j)} = \sum_{i=1}^{j-1} \beta_i E_{iu} + E_{ju} \sum_{i=j}^5 \beta_i, \quad j=2\dots5, \quad E_{(1)} = E_{1u}, \quad u = \{a, b\}. \quad (6)$$

Модули упругости E_{iu} фаз полагаем постоянными, а модули упругости E_{2u} керамической фазы С при высоких температурах изменяются согласно степенной зависимости

$$E_{2u} = E_{2u}^0 \left(1 - k_u \left(\frac{\theta}{293K} \right)^n \right), \quad u = \{a, b\} \quad (7)$$

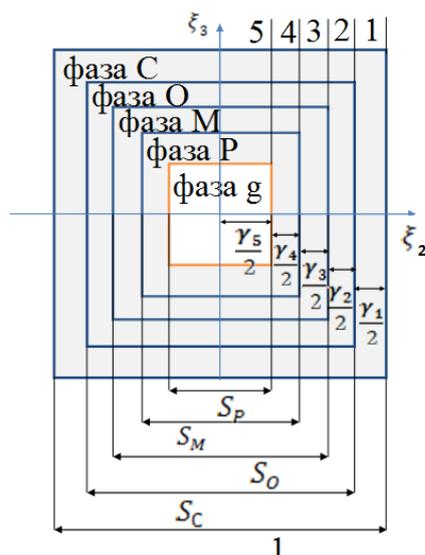


Рис. 3 Схема ячейки периодичности V_{ζ} ЯП4а и ЯП4б

Модель для расчета упругих свойств АХФС на 3-м уровне. На 3-м структурном уровне в рамках ЯПЗ осуществляется соединение алюмосодержащих и хромосодержащих фаз матрицы. В этих целях для ЯПЗ используем указанную выше модель ячейки периодичности с кубической формой фаз, тогда для эффективного модуля упругости АХФС на 3-м уровне E_{3m} получаем формулы, аналогичные формулам (6):

$$E_{3m} = (1 - S_{Cr})E_{2a} + S_{Cr}E_{3(1)}, \quad E_{3(1)} = (\gamma_3 / E_{2b} + (1 - \gamma_1) / E_{2a})^{-1}, \quad (8)$$

$$\gamma_3 = S_{Cr}^2, \quad \varphi_{Cr} = S_{Cr}^3.$$

Модель изменения упругих свойств стеклянных моноволокон в ЯПЗ при нагреве. Изменение объемной концентрации аморфной h-фазы стеклянных волокон описывается уравнениями сохранения масс:

$$\rho_h \frac{\partial \varphi_h}{\partial t} = -J_h, \quad J_h = J_h^0 \varphi_h \exp\left(-\frac{E_{Ah}}{R\theta(t)}\right), \quad (9)$$

где: ρ_h – плотность аморфной фазы, E_{Ah} – энергия активации аморфной фазы, J_h^0 – предэкспоненциальный множитель. Концентрация кристаллической фазы находится с помощью соотношения $\varphi_v = 1 - \varphi_h$.

Изменение модуля упругости для стеклянных волокон при нагреве определяется двумя факторами: 1) изменением упругих свойств волокна в аморфном состоянии при относительно низких температурах; 2) физико-химическими процессами кристаллизации

при высоких температурах. Первый фактор вызывает обратимое изменение модуля упругости E_f волокон, второй – приводит к необратимым к изменениям после охлаждения.

Используя для ЯПЗв указанную выше модель ячейки периодичности с кубической формой фаз, для модуля упругости E_f моноволокон получаем следующие выражения:

$$E_f = (1 - S_v)E_v + S_v E_{(1)}, \quad E_{(1)} = (\gamma_1 / E_h + (1 - \gamma_1) / E_v^0)^{-1}, \quad (10)$$

$$\gamma_1 = S_v^2, \quad \phi_h = S_v^3.$$

Для учета обратимого изменения упругих свойств волокон модуль упругости аморфной фазы волокон полагаем зависящим от температуры, согласно модели, предложенной в [10]:

$$E_h = a_h E_h^0, \quad a_h = \exp(-a_f \Delta \theta), \quad (11)$$

где a_h, E_h^0, E_v^0 – константы модели.

Модель для расчета упругих характеристик 1D композита на 2-м уровне.

ЯП2в (1-D элемент) представляет собой одно моноволоконно цилиндрической формы, окруженное АХФ матрицей (рис. 4).

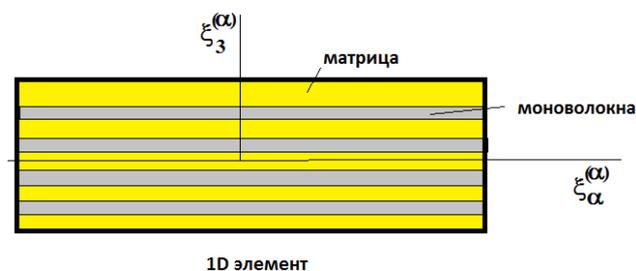


Рис. 4. Геометрия ЯП2в 1-DЭлемента

Данный тип материала является трансверсально-изотропным, в связи с этим, у 1D-элемента не один эффективный модуль упругости, как у изотропной матрицы, а два: продольный и поперечный. Всего у 1-D элемента 5 независимых упругих констант, для их вычисления используем смесевые формулы [10, 15, 16]:

$$E_l = E_f \phi_f + E_m (1 - \phi_f), \quad E_t = \left(\frac{\phi_f}{E_f} + \frac{1 - \phi_f}{E_m} \right)^{-1},$$

$$v_l = v_f \phi_f + v_m (1 - \phi_f), \quad v_t = v_m, \quad (12)$$

$$G_l = \left(\frac{2\varphi_f(1+\nu_f)}{E_f} + \frac{2(1-\varphi_f)(1+\nu_m)}{E_m} \right)^{-1},$$

где E_l – продольный модуль упругости нити в направлении ее укладки, E_t – поперечный модуль упругости нити, ν_l – продольный коэффициент Пуассона, ν_t – поперечный коэффициент Пуассона нити, G_l – продольный модуль сдвига, $G_t = \frac{E_t}{2(1+\nu_t)}$ – поперечный модуль сдвига нити. В формулах (3) обозначены: E_f – модули упругости моноволокон, ν_f – коэффициент Пуассона моноволокон, G'_f – продольный модуль сдвига моноволокон, E_m и ν_m – модуль упругости и коэффициент Пуассона матрицы, φ_f – относительное объемное содержание моноволокон в 1D элементе. Вместо смесевых формул (3) можно использовать более точные формулы расчета эффективных упругих характеристик однонаправленных композитов, основанные на численном решении таких же локальных задач на ЯП низшего структурного уровня, этот подход рассматривался в работе [15,16]. В данной работе в целях создания более эффективного вычислительного алгоритма, были использованы более простые смесевые формулы (12).

Модель для расчета упругих характеристик матрицы на 2-м уровне.

Для расчета эффективного модуля упругости матрицы на 2-м структурном уровне также воспользуемся кубической моделью, полагая, что упругие модули керамики на основе Al_2O_3 и Cr_2O_3 близки, тогда используя формулы (6), получаем для эффективного модуля упругости АХФ матрицы:

$$E_m = (1 - S_m) E_{3m} + S_m E_{2(1)}, \quad E_{2(1)} = (\gamma_2 / E_c + (1 - \gamma_2) / E_{3m})^{-1}, \quad (13)$$

$$\gamma_2 = S_m^2, \quad 1 - \varphi_{2m} = S_m^3.$$

Здесь E_c – модуль упругости керамических частиц.

Методика расчета эффективных упругих характеристик тканевого композита в ЯП1. 1-й и 2-й структурный уровни отличаются от уровней 3 и 4 тем, что для ЯП1 и ЯП2 известна достаточно четко оформленная стабильная геометрическая микроструктура фаз "искусственного" происхождения, образованная нитями, сплетенными в ткань (ЯП1), моноволокнами, собранными в нити (ЯП2b) и керамическими частицами (ЯП2a). Для расчета упругих характеристик на 1-м и 2-м уровнях можно применять более точные конечно-элементные методы [17]. В целях сокращения вычислительных затрат для расчета эффективных упругих характеристик в ЯП 2-го уровня выше были применены

приближенные методы, но для ЯП объединяющего 1-го уровня применим именно конечно-элементный метод, основанный на методе асимптотического осреднения [18,19].

Согласно этому методу для ЯП1 сформулируем серию так называемых локальных задач L_{pq} теории упругости на $1/8$ части ЯП1 \tilde{V}_ξ [15,16]

$$\begin{cases} \sigma_{ij(pq)/j} = 0, \text{ в } \tilde{V}_\xi \\ \sigma_{ij(pq)} = C_{ijkl}(\xi_s) \varepsilon_{kl(pq)}, \text{ в } \tilde{V}_\xi \cup \Sigma'_s \cup \Sigma_s \\ \varepsilon_{ij(pq)} = \frac{1}{2} (U_{i(pq)/j} + U_{j(pq)/i}), \text{ в } \tilde{V}_\xi, \\ [U_{i(pq)}] = 0, \quad [\sigma_{ij(pq)}] n_j = 0, \text{ на } \tilde{\Sigma}_{\xi\alpha N} \end{cases} \quad (14)$$

где p, q – индексы задач, изменяющиеся в пределах от 1 до 3 (всего имеется 9 различных задач L_{pq}), $U_{i(pq)}(\xi_s)$ – компоненты векторов перемещений (искомые неизвестные функции задачи) в задаче L_{pq} , $\sigma_{ij(pq)}$, $\varepsilon_{kl(pq)}$ – компоненты тензоров напряжений и деформаций в ЯП, ξ_s – «локальные» декартовы координаты в ЯП, $_{/i} = \partial / \partial \xi_i$ – производные по локальным координатам, $[U_{i(pq)}]$ – скачки функций на поверхностях раздела $\tilde{\Sigma}_{\xi\alpha N}$ компонентов композита, где $\alpha = 1 \dots N - 1$ – номера армирующих компонентов (нитей) композита, $\alpha = N$ – индекс, соответствующий матрице композита (для ткани с полотняным или саржевым переплетением $N = 3$), $C_{ijkl}(\xi_s)$ – компоненты тензоров модулей упругости структурных компонентов композита (их различие для разных компонент – нитей и матрицы, описывает зависимость от координат ξ_s).

Система (14) дополняется специальными граничными условиями на торцевых поверхностях $\Sigma'_s = \{\xi_s = 0.5\}$ $1/8$ ЯП:

$$\begin{aligned} \text{на } \Sigma'_i: U_{i(pp)} &= \frac{1}{2} \bar{\varepsilon}_{pp} \delta_{ip}, \quad U_{j(pp)/i} = 0, \quad U_{k(pp)/i} = 0, \quad i \neq j \neq k \neq i, \\ \text{на } \Sigma'_j: U_{i(pq)} &= \frac{1}{4} \bar{\varepsilon}_{pq} \delta_{ip}, \quad U_{j(pq)/j} = 0, \quad U_{k(pq)} = 0, \quad i, j = \{p, q\} \\ \text{на } \Sigma'_k: U_{i(pq)/k} &= 0, \quad U_{j(pq)/k} = 0, \quad U_{k(pq)} = 0, \quad i \neq j \neq k \neq i, \quad p \neq q \end{aligned} \quad (15)$$

Граничные условия на плоскостях симметрии $\Sigma_s = \{\xi_s = 0\}$ имеют вид аналогичный соотношениям (15), в которых следует положить $\bar{\varepsilon}_{pq} = 0$, где $\bar{\varepsilon}_{pq}$ – осредненные деформации по ЯП, являющиеся входными данными для задачи L_{pq} .

Для вычисления компонент тензоров модулей упругости нитей $C_{ijkl}^{(\alpha)} = C_{ijkl}(\xi_s)$, $\xi_s \in \tilde{V}_{\xi\alpha}$ ($\tilde{V}_{\xi\alpha}$ – область в ЯП, занятая α -й нитью в системе координат $O\xi_i$, связанной с ЯП) воспользуемся моделью [20], в которой каждая нить (являющаяся

криволинейно-трансверсально изотропным материалом) рассматривается как система большого числа элементарных нитевых сегментов (ЭНС), на которые α -ю нить делят плоскости, ортогональные к оси $O\xi_\alpha$, $\alpha=1,2$ (рис. 5). Введем новую декартову прямоугольную систему координат $O^{(\alpha)}\xi_s^{(\alpha)}$ – назовем ее "собственной системой координат ЭНС", точка начала $O^{(\alpha)}$ которой принадлежит линии центров тяжести нити, а ось $O^{(\alpha)}\xi_\alpha^{(\alpha)}$ повернута по отношению к оси $O\xi_\alpha$ единой для ЯП1 локальной системы координат на угол $\phi_\alpha(\xi_\alpha)$, меняющийся вдоль одной координаты ξ_α , т.е поворот собственной системы координат $O^{(\alpha)}\xi_s^{(\alpha)}$ осуществляется вокруг оси $O\xi_\beta$, $\beta \neq \alpha$. В собственной системе координат $O^{(\alpha)}\xi_s^{(\alpha)}$ каждый ЭНС будем считать трансверсально-изотропным 1D- элементом, тогда его упругие характеристики в $O^{(\alpha)}\xi_s^{(\alpha)}$ вычисляются по формулам (12).

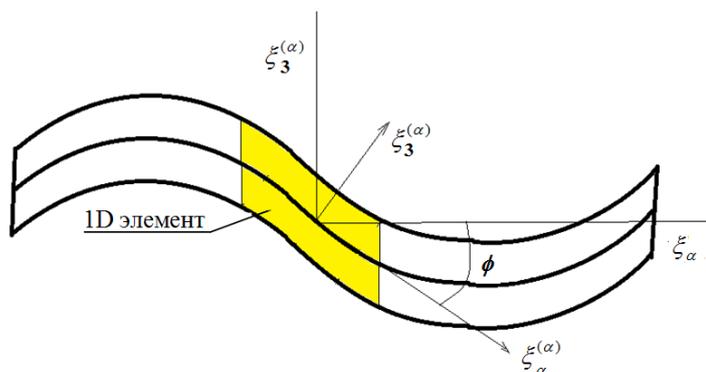


Рис. 5. Модель изогнутой нити в тканевом композите

По этим значениям упругих констант составим тензоры упругих податливостей $\Pi_{ijkl}^{(\alpha)}$ нитей в собственных системах координат $O^{(\alpha)}\xi_s^{(\alpha)}$, используя матричное представление тензоров упругих податливостей [21]

$$(\Pi_{ijkl}^{(\alpha)}) = \begin{bmatrix} \Pi_{1111}^{(\alpha)}, & \Pi_{1122}^{(\alpha)}, & \Pi_{1133}^{(\alpha)}, & 0 & 0 & 0 \\ & \Pi_{2222}^{(\alpha)}, & \Pi_{2233}^{(\alpha)}, & 0 & 0 & 0 \\ & & \Pi_{3333}^{(\alpha)}, & 0 & 0 & 0 \\ & сим. & & 2\Pi_{1313}^{(\alpha)}, & 0 & 0 \\ & & & & 2\Pi_{2323}^{(\alpha)}, & 0 \\ & & & & & 2\Pi_{1212}^{(\alpha)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_l} & -\frac{\nu_l}{E_l} & -\frac{\nu_l}{E_l} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_l}{E_l} & \frac{1}{E_l} & -\frac{\nu_l}{E_l} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_l}{E_l} & -\frac{\nu_l}{E_l} & \frac{1}{E_l} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_l} \end{bmatrix} \quad (16)$$

Тензор модулей упругости нитей в собственной системе координат $O^{(\alpha)}\xi_s^{(\alpha)}$ является обратным для тензора упругих податливостей: $C_{ijkl}^{(\alpha)'} = (P_{ijkl}^{(\alpha)'})^{-1}$. Для нахождения компонент тензора модулей упругости нити в единой системе координат $O\xi_s$ используем формулы преобразования компонент тензора 4-го ранга при повороте системы координат на угол $\phi_\alpha(\xi_\alpha)$ [22]

$$C_{ijkl}^{(\alpha)} = C_{mnsr}^{(\alpha)'} Q_{im}^{(\alpha)'} Q_{jn}^{(\alpha)'} Q_{ks}^{(\alpha)'} Q_{lr}^{(\alpha)'}, \quad (17)$$

где $Q_{im}^{(\alpha)'}(\xi_\alpha)$ - матрицы поворота системы координат $O^{(\alpha)}\xi_s^{(\alpha)}$ относительно $O\xi_s$.

Матрица композита (компонент с номером $\alpha = N$) является изотропной, ее тензор упругих податливостей $P_{ijkl}^{(4)}$ одинаков в собственной и единой системах координат, и выражается через технические упругие константы стандартным образом [21, 22]:

$$P_{ijkl}^{(3)} = -\frac{\nu_m}{E_m} \delta_{ij} \delta_{kl} + \frac{\nu_m}{2(1 + E_m)} (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}), \quad (18)$$

Для определения компонент тензора эффективных модулей упругости композита \bar{C}_{ijpq} , связывающего осредненные по ЯП1 напряжения и деформации композита: $\bar{\sigma}_{ij} = \bar{C}_{ijkl} \bar{\varepsilon}_{kl}$, воспользуемся решением серии локальных задач L_{pq} (14), (15). Методика численного конечно-элементного их решения описана в [17, 23, 24], после численного решения задач L_{pq} находим поля перемещений $U_{i(pq)}$ и напряжений $\sigma_{ij(pq)}(\xi_s)$ в ЯП при заданных значениях средних деформаций $\bar{\varepsilon}_{kl}$. По этим полям вычисляем средние напряжения

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = \sum_{p,q} \bar{\sigma}_{ij(pq)}, \text{ где: } \bar{\sigma}_{ij(pq)} = \langle \sigma_{ij(pq)} \rangle = \int_{\bar{V}_\xi} \sigma_{ij(pq)}(\xi_k) dV_\xi, \quad (19)$$

тогда компоненты тензора эффективных модулей упругости композита вычисляются по формулам

$$\bar{C}_{ijpq} = \frac{\bar{\sigma}_{ij(pq)}}{\bar{\varepsilon}_{pq}}, \quad (20)$$

где по p и q суммирование нет. После расчета тензора модулей упругости \bar{C}_{ijpq} рассчитывается эффективный тензор упругих податливостей \bar{P}_{ijpq} , являющийся обратным к \bar{C}_{ijpq} , в результате находим девять технических упругих констант композита: $\bar{E}_\alpha = 1/\bar{P}_{\alpha\alpha\alpha\alpha}$ - эффективные модули Юнга; $\nu_{\alpha\beta} = -\bar{P}_{\alpha\alpha\beta\beta} E_\alpha$ - эффективные коэффициенты Пуассона; $G_{\alpha\beta} = \bar{C}_{\alpha\beta\alpha\beta}$ - эффективные модули сдвига.

Методики численного моделирования композитов на неорганической матрице.

Для нахождения распределения объемных концентраций матрицы в ЯП 4-го уровня и дальнейшего вычисления модуля упругости матрицы и моноволокон в зависимости от температуры нагрева использовался неявный метод Эйлера решения систем ОДУ (2) и (9). Модуль упругости матрицы и волокон при различных температурах вычислялся по аналитическим формулам (4)-(8), (10)-(13). Для решения локальных задач (14), (15) в ЯП1 применялся метод конечного элемента. Все вышеизложенные методы решения задач были реализованы в среде программирования Microsoft VisualC++ 2008. Численное решение больших систем линейных алгебраических уравнений методами сопряженных градиентов, препроцессинг и постпроцессинг, в том числе 3D визуализация осуществлялись в программном комплексе, разработанном в научно-образовательном центре «Суперкомпьютерное инженерное моделирование и разработка программных комплексов» МГТУ им. Н.Э. Баумана [23, 24].

Следует отметить, что в настоящее время в литературе отсутствуют систематизированные экспериментальные данные по характеристикам фаз АХФС, поэтому фактически целью вычислительной части данной работы было исследование вопроса - существуют ли такие значения параметров предложенной модели АХФС, которые обеспечивают адекватное описание температурных зависимостей упругих характеристик тканевых композитов на основе АХФС. Более детальное исследование данной проблемы, - восстановление истинных значений характеристик фаз АХФС, приводящее к необходимости решения обратных задач, целесообразно реализовывать только после указанных предварительных исследований, демонстрирующих принципиальную адекватность разработанной модели. Решение обратных задач планируется в дальнейших исследованиях по данной проблеме.

Результаты численного моделирования. Расчеты проводились для случая равномерного линейного нагрева по закону: $\theta(t) = \dot{\theta}t$ со скоростью $\dot{\theta} = 4K / c$ до температуры 1600K. Ввиду отсутствия достоверных данных о характеристиках фаз был сделан ряд допущений: плотности ρ_{iu} фаз АХФС в ЯП 4-го уровня были приняты одинаковыми. Энергии активации фаз E_{Aiu} и предэкспоненциальные множители J_{iu}^0 фаз подбирались таким образом, чтобы существование каждой из фаз при линейном нагреве соответствовало определенному температурному диапазону, который известен для типичного состава АХФС [1, 2]. Значения полученных таким образом характеристик фаз представлены в таблице 1. На рисунках 6 и 7 показаны графики изменения концентраций фаз φ_{iu} по алюмосодержащей и хромосодержащей цепочкам АХФС при линейном нагреве. Константы, характеризующие

характер убывания модуля упругости керамической фазы были выбраны равными $n = 0,5; k_u = 0,3$.

Значения характеристик фаз стеклянных волокон взяты из работы [10], эти константы представлены в табл. 2. Изменение объемные концентраций фаз стеклянного волокна при нагреве показано на рис.8.

Таблица 1. Характеристики фаз АХФС в ЯП4.

Фазы/(№ фазы)	Характеристики				
	ρ_{iu} , кг/м ³	E_{Aiu} / R , К	J_{iu}^0 , кг/(м ³ с)	E_{iu} , ГПа	Γ
$AlCr_n(H_2PO_4)_m / (1)$	2000	5600	300000	10	0,05
$Al(PO_3)_3 / (2)$	2000	8000	191000	25	-
$Cr(PO_3)_3 / (2)$	2000	8200	30000	20	-
$Al(PO_4) / (3)$	2000	10000	300000	35	-
$Cr(PO_4) / (3)$	2000	10500	30000	30	-
$Al_2O_3 / (4)$	2000	-	-	45	0.05
$Cr_2O_3 / (4)$	2000	-	-	40	0.05

Таблица 2. Характеристики фаз стеклянных волокон, $u = h$ – аморфная фаза, $u = v$ – кристаллическая фаза.

Фазы	Характеристики			
	ρ_u , кг/м ³	E_{Au} / R , К	J_h^0 , кг/(м ³ с)	E_u^0 , ГПа
Аморфная	2200	7000	6600	80
Кристаллическая	2000	-	-	1

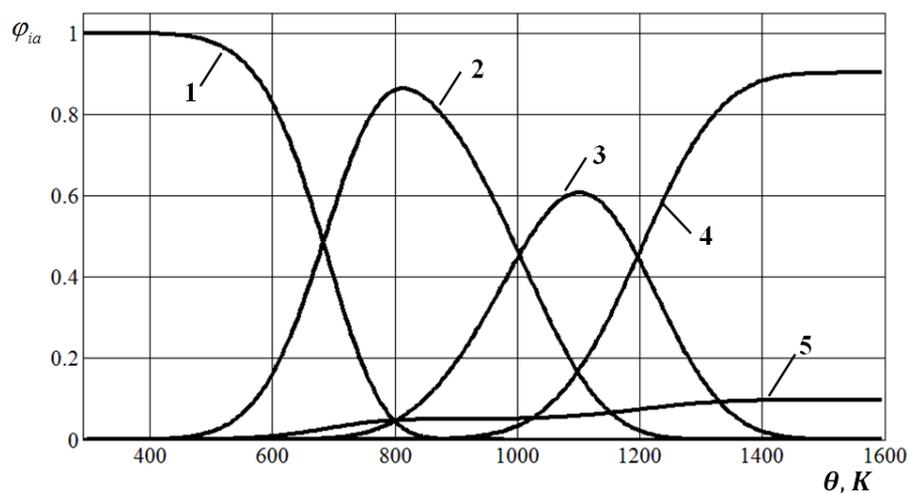


Рис. 6. Объемные концентрации φ_{ia} АХФС по алюмосодержащей цепочке: полимерной фазы (1), метафосфатной фазы (2), ортофосфатной фазы (3), керамической фазы (4), газовой фазы (5)

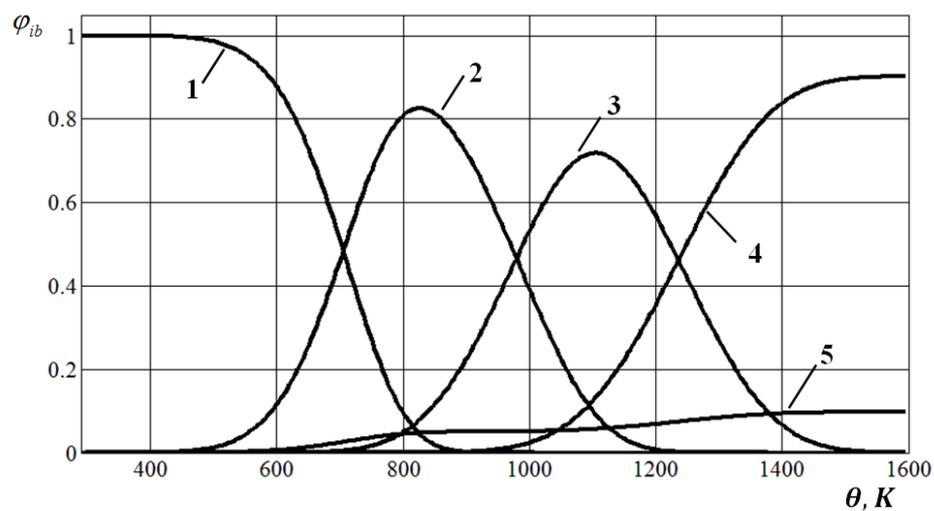


Рис. 7. Объемные концентрации φ_{ib} АХФС по хромосодержащей цепочке: полимерной фазы (1), метафосфатной фазы (2), ортофосфатной фазы (3), керамической фазы (4), газовой фазы (5)

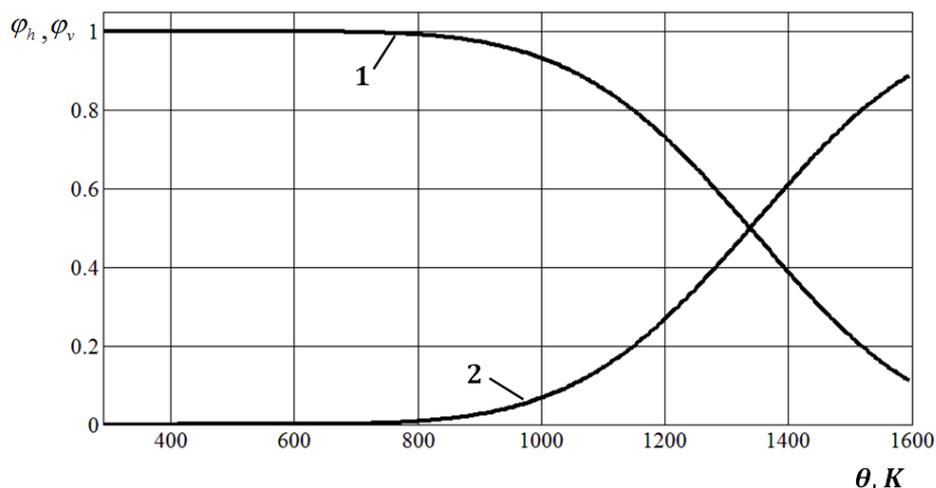


Рис. 8. Изменение объемные концентраций фаз φ_v, φ_h стеклянного волокна при нагреве: аморфная фаза (1), кристаллическая фаза (2)

На рисунке 9 показан график изменения модуля упругости АХФС E_{3m} при линейном нагреве, рассчитанный с помощью соотношений (8). Ввиду того, что графики изменения модуля упругости связующего АХФС при нагреве не были известны, значения модулей упругости фаз, использованные в этих расчетах, подбирались таким образом, чтобы обеспечить наилучшее совпадение расчетных кривых изменения модуля упругости тканевого композита на основе АХФС. График изменения модуля упругости кварцевого волокна в зависимости от температуры, рассчитанный по формулам (9)-(11), показан на рис. 10.

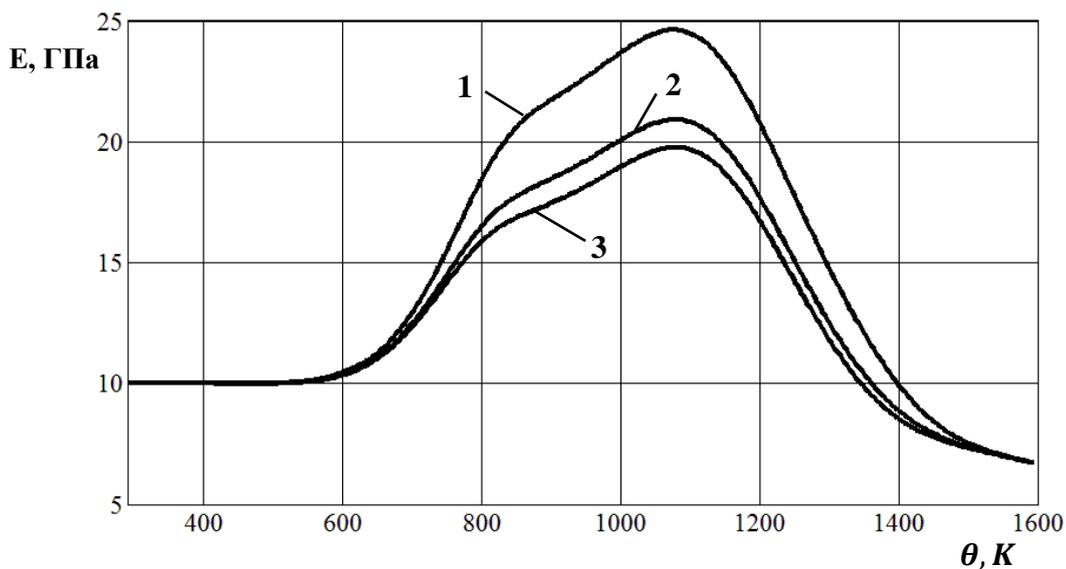


Рис. 9. Модуль упругости АХФС E_{3m} (2), модуль упругости матрицы по хромосодержащей цепочке (1), модуль упругости матрицы по алюмосодержащей цепочке (3)

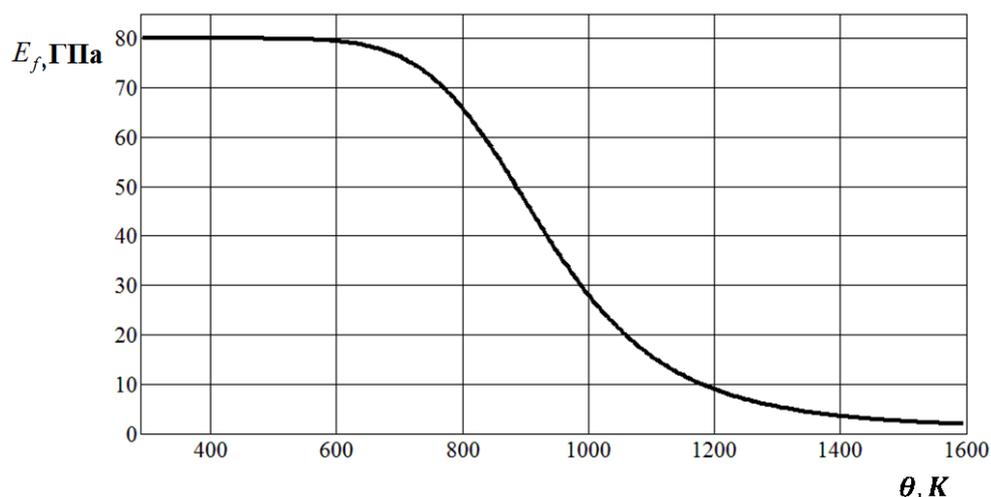


Рис.10. Модуль упругости E_f кварцевого волокна в зависимости от температуры.

Далее, учитывая полученные модули упругости, были рассчитаны эффективные упругие характеристики матрицы 2-го уровня с помощью МАО и МКЭ. Объемная доля включений (коэффициент армирования) в ЯП на 2-м уровне был принят равным 0.1. Последним шагом алгоритма является расчет эффективного модуля упругости всего тканевого композита и сравнение с экспериментальными данными. На рисунке 11 показаны расчетная и экспериментальная кривые изменения модуля упругости \bar{E}_1 тканевого композита в направлении укладки волокон (по основе ткани). Достигнутая точность моделирования находится в приемлемом, для поставленных задач, диапазоне значений. разработанная модель композита позволяет прогнозировать эффект повышения упругих свойств композита при нагреве до температур $\theta \approx 800K$, а также снижение модуля упругости при дальнейшем нагреве в области $\theta > 1200K$.

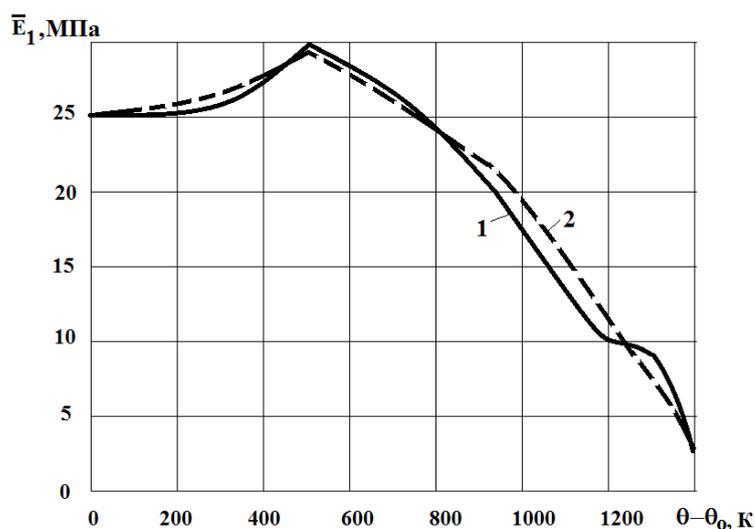


Рис. 11. Изменение модуля \bar{E}_1 упругости тканевого композита на основе АХФС при нагреве, 1 –экспериментальные значения [9], 2 – численный расчёт.

Выводы

Разработана математическая модель процессов, протекающих в композиционном материале на неорганическом алюмо-хромфосфатном связующем при высоких температурах, которая позволяет прогнозировать сложный нелинейный характер зависимости упругих характеристик композиционного материала от температурного режима нагрева.

Сравнение результатов расчетов с экспериментальными данными позволяет говорить о вполне удовлетворительной точности разработанной модели. С помощью проведенных численных расчетов определены характерные значения характеристик материала – констант модели.

Разработанная модель может быть применена для прогнозирования изменения упругих характеристик композиционных материалов на неорганической матрице при сложных режимах нагрева, что позволяет сократить необходимый объем экспериментальных исследований.

Список литературы

1. Абзгильдин Ф.Ю., Тесвятский С.Г. Асбофосфатные материалы. Киев, Наукова думка, 1980. 99 с.
2. Технология и свойства фосфатных материалов / Под ред. В.А. Копейкина. М.: Стройиздат, 1974. 224 с.
3. Сычев М.М. Неорганические клеи. Л., Химия, 1974.
4. Толстогузов В.Б. Неорганические полимеры. М.: Наука, 1967. 191 с.
5. Копейкин В.А., Петрова А.П., Рашкован И.П. Материалы на основе металлофосфатов. М.: Химия, 1976. 199 с.
6. Епифановский И.С., Димитриенко Ю.И., Ширяев А.В. Композиция для керамического электроизоляционного материала: пат. 2028993 РФ.1995.
7. Dimitrienko Yu.I., Epifanovsky I.S. Investigation of High Temperature Deformations of Composites on an Inorganic Matrix // Moscow International Composites Conference 1990 (MICC 90) / [I.N. Fridlyander](#), [V.I. Kostikov](#) (eds.). Springer, 1991. P.1206-1210. DOI: 10.1007/978-94-011-3676-1_232
8. Димитриенко Ю.И., Епифановский И.С. Математическое моделирование процессов образования технологических напряжений в элементах конструкций из минеральных текстолитов // Композиционные материалы в изделиях машиностроения: материалы конференции. Реутов, НПО Машиностроения, 1989. С. 23-28.

9. Dimitrienko Yu.I. Inorganic Matrix Composite Materials: Peculiarities, modelling, testing // ECC8. European Conf. on Composite Materials. Science. Technology and Applications (3-6 June 1998, Napoli, Italy). WoodHead Publishing Limited. 1998. Vol. 4. P. 201-208.
10. Димитриенко Ю.И. Механика композиционных материалов при высоких температурах. М.: Машиностроение, 1997. 368 с.
11. Димитриенко Ю.И., Минин В.В., Сыздыков Е.К. Численное моделирование процессов тепломассопереноса и кинетики напряжений в термодеструктурирующих композитных оболочках // Вычислительные технологии. 2012. Т. 17, № 2. С. 43-59.
12. Димитриенко Ю.И., Минин В.В., Сыздыков Е.К. Моделирование внутреннего тепломассопереноса и термонапряжений в композитных оболочках при локальном нагреве // Математическое моделирование. 2011. Т. 23, № 9. С. 14-32.
13. Димитриенко Ю.И., Минин В.В., Сыздыков Е.К. Моделирование термомеханических процессов в композитных оболочках при локальном нагреве излучением // Механика композиционных материалов и конструкций. 2011. Т. 17, № 1. С. 71-91.
14. Тарнопольский Ю.М., Жигун И.Г., Поляков В.А. Пространственно-армированные композиционные материалы. М.: Машиностроение. 1987. 224 с.
15. Димитриенко Ю.И., Соколов А.П. Многомасштабное моделирование упругих композиционных материалов // Математическое моделирование. 2012. Т. 24, № 5. С. 3-20.
16. Димитриенко Ю.И., Соколов А.П. Численное моделирование композиционных материалов с многоуровневой структурой // Известия РАН. Серия физическая. 2011. Т. 75, № 11. С. 1549-1554.
17. Димитриенко Ю.И., Соколов А.П. Метод конечных элементов для решения локальных задач механики композиционных материалов. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. 66 с.
18. Бахвалов Н.С., Панасенко Г.П. Осреднение процессов в периодических средах. М.: Наука, 1984. 352 с.
19. Победря Б.Е. Механика композиционных материалов. М.: Изд-во МГУ, 1984. 334 с.
20. Димитриенко Ю.И., Соколов А.П., Сборщиков С.В. Моделирование микро-разрушения тканевых композитов // Инженерный журнал: наука и инновации. 2012. № 2. Режим доступа: <http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/material/32.html> (дата обращения 01.10.2013).
21. Димитриенко Ю.И. Механика сплошной среды. В 4 т. Т. 4. Основы механики твердых сред. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2013. 620 с.

22. Димитриенко Ю.И. Механика сплошной среды. В 4 т. Т. 2. Универсальные законы механики и электродинамики сплошной среды. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2011. 560 с.
23. Димитриенко Ю.И., Соколов А.П. Разработка системы автоматизированного вычисления эффективных упругих характеристик композитов // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2008. № 2. С. 57-67.
24. Димитриенко Ю.И., Соколов А.П. Автоматизация прогнозирования свойств композиционных материалов на основе метода асимптотического осреднения // Информационные технологии. 2008. № 8. С. 31-38.

Modeling of thermo-elastic properties of composites with aluminochromic phosphate matrices

11, November 2013

DOI: 10.7463/1113.0623564

Dimitrienko Yu.I., Sborschikov S.V., Egoleva E.S., Matveeva A.A

Bauman Moscow State Technical University, 105005, Moscow, Russian Federation

dimit.bmstu@gmail.com

seriy000@mail.ru

egoleva@mail.ru

matveevaantonina@mail.ru

A mathematical multi-level model for calculating thermo-elastic properties of textile composites with aluminochromic phosphate matrices under high temperatures was developed. This model takes into account physical-chemical transformations occurring in an aluminochromic phosphate binder and glass fibers under a high temperature. Comparison of calculation results with experimental data was carried out; it was shown that the developed model allowed to predict a complicated nonlinear character of changes in elastic properties of composites under heating up to 1600 K. The developed model could be used for prediction of elastic properties of composites with aluminochromic phosphate matrices under complicated heating modes.

Publications with keywords: [modelling](#), [composites](#), [asymptotic averaging method](#), [high temperatures](#), [finite element method](#), [inorganic binders](#), [alumochrome phosphate matrix](#), [thermomechanics](#), [multi-level microstructure](#)

Publications with words: [modelling](#), [composites](#), [asymptotic averaging method](#), [high temperatures](#), [finite element method](#), [inorganic binders](#), [alumochrome phosphate matrix](#), [thermomechanics](#), [multi-level microstructure](#)

References

1. Abzgil'din F.Yu., Tesvyatskiy S.G. *Asbofosfatnye materialy* [Asbo-phosphate materials]. Kiev, Naukova dumka, 1980. 99 p.
2. Kopeykin V.A., ed. *Tekhnologiya i svoystva fosfatnykh materialov* [Technology and properties of phosphate materials]. Moscow, Stroyizdat, 1974. 224 p.
3. Sychev M.M. *Neorganicheskie klei* [Inorganic adhesive]. Leningrad, Khimiya, 1974.

4. Tolstoguzov V.B. *Neorganicheskie polimery* [Inorganic polymers]. Moscow, Nauka, 1967. 191 p.
5. Kopeykin V.A., Petrova A.P., Rashkovan I.P. *Materialy na osnove metallofosfatov* [Metal phosphate-based materials]. Moscow, Khimiya, 1976. 199 p.
6. Epifanovskiy I.S., Dimitrienko Yu.I., Shiryayev A.V. *Kompozitsiya dlya keramicheskogo elektroizolyatsionnogo materiala* [Composition for ceramic insulating material]. Patent RF, no. 2028993. 1995.
7. Dimitrienko Yu.I., Epifanovskiy I.S. Investigation of High Temperature Deformations of Composites on an Inorganic Matrix. In: *Moscow International Composites Conference 1990 (MICC 90)*. Springer, 1991. P.1206-1210. DOI: 10.1007/978-94-011-3676-1_232
8. Dimitrienko Yu.I., Epifanovskiy I.S. Matematicheskoe modelirovanie protsessov obrazovaniya tekhnologicheskikh napryazheniy v elementakh konstruktsiy iz mineral'nykh tekstolitov [Mathematical modeling of processes of formation of technological stresses in elements of constructions of mineral textolites]. *Kompozitsionnye materialy v izdeliyakh mashinostroeniya: materialy konferentsii* [Composite materials in the products of mechanical engineering: proc. of the conference]. Reutov, NPO Mashinostroeniya, 1989, pp. 23-28.
9. Dimitrienko Yu.I. Inorganic Matrix Composite Materials: Peculiarities, modelling, testing. *Proc. of the ECC8. European Conf. on Composite Materials. Science. Technology and Applications*, 3-6 June 1998, Napoli, Italy, WoodHead Publishing Limited, 1998, vol. 4, pp. 201-208.
10. Dimitrienko Yu.I. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov pri vysokikh temperaturakh* [Mechanics of composite materials at high temperatures]. Moscow, Mashinostroenie, 1997. 368 p.
11. Dimitrienko Yu.I., Minin V.V., Syzdykov E.K. Chislennoe modelirovanie protsessov teplomassoperenosa i kinetiki napryazheniy v termodestruktiruyushchikh kompozitnykh obolochkakh [Numerical modeling of heat-mass-transfer and stress kinetics in thermodestructing composite shells]. *Vychislitel'nye tekhnologii* [Computational Technologies], 2012, vol. 17, no. 2, pp. 43-59.
12. Dimitrienko Yu.I., Minin V.V., Syzdykov E.K. Modelirovanie vnutrennego teplomassoperenosa i termonapryazheniy v kompozitnykh obolochkakh pri lokal'nom nagreve [Modelling of internal heat and mass transfer and stress-strain state in composite shells under local heating]. *Matematicheskoe modelirovanie*, 2011, vol. 23, no. 9, pp. 14-32.
13. Dimitrienko Yu.I., Minin V.V., Syzdykov E.K. Modelirovanie termomekhanicheskikh protsessov v kompozitnykh obolochkakh pri lokal'nom nagreve izlucheniem [Mathematical modelling of thermomechanical processes in composite shells under local radiant heating]. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktsiy* [Journal on Composite Mechanics and Design], 2011, vol. 17, no. 1, pp. 71-91.
14. Tarnopol'skiy Yu.M., Zhigun I.G., Polyakov V.A. *Prostranstvenno-armirovannye kompozitsionnye materialy* [Space-reinforced composite materials]. Moscow, Mashinostroenie. 1987. 224 p.
15. Dimitrienko Yu.I., Sokolov A.P. Mnogomasshtabnoe modelirovanie uprugikh kompozitsionnykh materialov [Multiscale modeling of elastic composite materials]. *Matematicheskoe modelirovanie*, 2012, vol. 24, no. 5, pp. 3-20.

16. Dimitrienko Yu.I., Sokolov A.P. Chislennoe modelirovanie kompozitsionnykh materialov s mnogourovnevnoy strukturoy [Numerical modeling of composites with multiscale microstructure]. *Izvestiya RAN. Seriya fizicheskaya*, 2011, vol. 75, no. 11, pp. 1549-1554. (English Translation: *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics*, 2011, vol. 75, iss. 11, pp. 1457-1461. DOI: 10.3103/S1062873811110074).
17. Dimitrienko Iu.I., Sokolov A.P. *Metod konechnykh elementov dlia resheniia lokal'nykh zadach mekhaniki kompozitsionnykh materialov* [The method of finite elements for the solution of local problems in the mechanics of composite materials]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2010. 66 p.
18. Bakhvalov N.S., Panasenko G.P. *Osrednenie protsessov v periodicheskikh sredakh* [Averaging processes in periodic media]. Moscow, Nauka, 1984. 352 p.
19. Pobedria B.E. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov* [Mechanics of composite materials]. Moscow, MSU Publ., 1984. 336 p.
20. Dimitrienko Yu.I., Sokolov A.P., Sborshchikov S.V. Modelirovanie mikro-razrusheniya tkanevykh kompozitov [Simulation of Microfracture of Textile Composites]. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii* [Engineering Journal: Science and Innovation], 2012, no. 2/ Available at: <http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/material/32.html> , accessed 01.10.2013.
21. Dimitrienko Yu.I. *Mekhanika sploshnoy sredy. V 4 t. T. 4. Osnovy mekhaniki tverdykh sred* [The mechanics of a continuous media. In 4 vols. Vol. 4. Fundamentals of mechanics of solid media]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2013. 620 p.
22. Dimitrienko Iu.I. *Mekhanika sploshnoi sredy. V 4 t. T. 2. Universal'nye zakony mekhaniki i elektrodinamiki sploshnoi sredy* [The mechanics of a continuous media. In 4 vols. Vol. 2. The universal laws of mechanics and electrodynamics of continua]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2011. 560 p.
23. Dimitrienko Iu.I., Sokolov A.P. Razrabotka sistemy avtomatizirovannogo vychisleniia effektivnykh uprugikh kharakteristik kompozitov [Development of automated technology of calculation of effective elastic characteristics of composites by method of asymptotic averaging]. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Estestvennye nauki* [Bulletin of the Bauman MSTU. Ser. Natural science], 2008, no. 2, pp. 56-67.
24. Dimitrienko Yu.I., Sokolov A.P. Avtomatizatsiya prognozirovaniya svoystv kompozitsionnykh materialov na osnove metoda asimptoticheskogo osredneniya [Automated Forecasting of Composite Material Properties by Means of Homogenization Method]. *Informatsionnye tekhnologii*, 2008, no. 8, pp. 31-38.