

Разработка общих принципов оптимального управления движением гусеничных машин

12, декабрь 2013

DOI: 10.7463/1213.0671078

Вязников М. В.

УДК 624

ООО «МИКОНТ», г. Чебоксары, РФ

mv.vaznikov@tplants.com

Общие тенденции развития современных гусеничных машин на сегодня таковы, что для дальнейшего роста их эксплуатационных показателей требуется автоматизация рабочих процессов управления движением. Это в полной мере относится и к скоростным качествам, которые потенциально могут значительно возрасти за счет увеличения удельной мощности силовых установок. Однако такая возможность во многом ограничивается управляемостью машины. При существующих системах линейно–пропорционального и релейного управления исполнительными элементами без обратной связи по параметрам движения уже невозможно дальнейшее повышение тягово-динамических показателей.

Общие подходы к решению проблем управляемости быстроходных гусеничных машин рассматривались Е.Е. Александровым, А.А. Благоднаровым, С.Е. Бурцевым, В.В. Гуськовым, В.Б. Держанским, Н.А. Забавниковым, А.М. Кауфманом, В.И. Красеньковым, Ф.А. Опейко и другими видными учеными в области транспортного машиностроения.

Достижения в области микроэлектроники, информационных технологий, теории обработки информации и управления привели к

возможности создания современных информационно-управляющих систем. Получая по различным каналам информацию об окружающей среде и собственном состоянии, такая система проводит экспертную оценку текущего управляющего воздействия со стороны водителя и синтезирует целевую функцию. В соответствии с ней синтезируется тот или иной алгоритм управления, который реализуется с помощью различных исполнительных органов и воздействует непосредственно на объект управления. Результаты этого воздействия сравниваются с прогнозируемыми на основе механизма обратной связи. При несоответствии результатов на базе повторной экспертной оценки принимается решение, вырабатывается и реализуется управление, устраняющее это несоответствие. Если соответствие недостижимо, то уточняется целевая функция. Данная структура инвариантна к объекту управления и носит универсальный характер.

Структура алгоритма системы управления движением гусеничной машины показана на рис. 1.

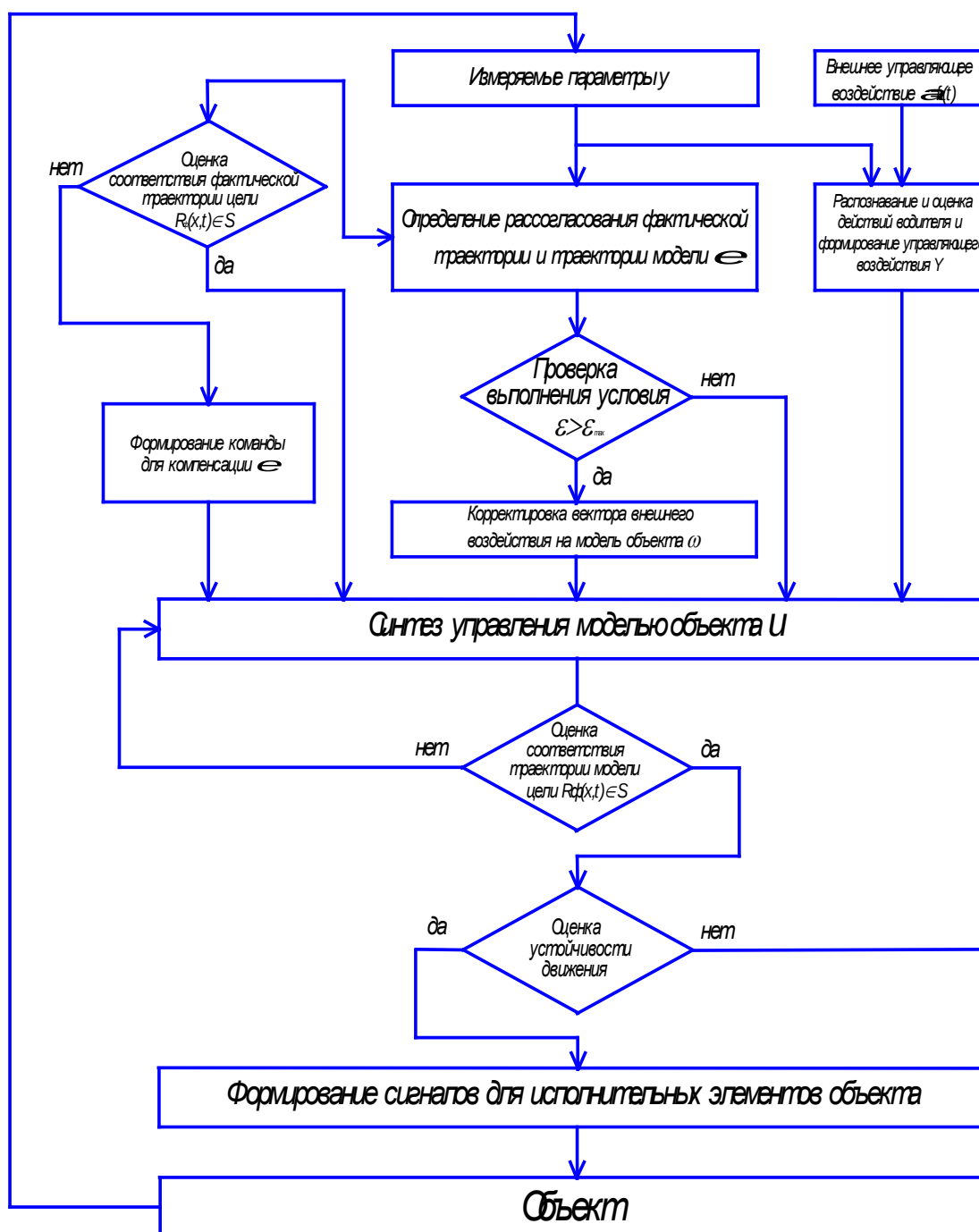


Рис. 1. Структура алгоритма системы управления движением гусеничной машины

Для построения алгоритма управления составлена упрощенная математическая модель движения гусеничной машины, из которой исключены координаты и неголономные связи гусениц с грунтом.

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{x} = -\frac{\dot{x}}{m \cdot \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} \cdot (R_1 + R_2) + \frac{\cos \psi}{m} \cdot P_1 + \frac{\cos \psi}{m} \cdot P_2; \\ \ddot{y} = -\frac{\dot{y}}{m \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} \cdot (R_1 + R_2) + \frac{\sin \psi}{m} \cdot P_1 + \frac{\sin \psi}{m} \cdot P_2; \\ \ddot{\psi} = -\frac{M}{I_z} - \frac{(0,5 \cdot B + y_1)}{I_z} \cdot P_1 + \frac{(0,5 \cdot B + y_2)}{I_z} \cdot P_2; \\ \ddot{\varphi}_1 = \frac{1}{I_1} \cdot (P_1 - R_1) \cdot r_{\text{БК}}; \\ \ddot{\varphi}_2 = \frac{1}{I_2} \cdot (P_2 - R_2) \cdot r_{\text{БК}} \end{array} \right. \quad (1)$$

Введем следующие обозначения

$$\left\{ \begin{array}{l} x = x_1; \\ y = x_2; \\ \psi = x_3; \\ \varphi_1 = x_4; \\ \varphi_2 = x_5, \end{array} \right.$$

и представим математическую модель объекта (1) в виде уравнений состояния следующего вида

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_6; \\ \dot{x}_2 = x_7; \\ \dot{x}_3 = x_8; \\ \dot{x}_4 = x_9; \\ \dot{x}_5 = x_{10}; \\ \dot{x}_6 = -\frac{x_6}{m \cdot \sqrt{x_6^2 + x_7^2}} \cdot (R_1 + R_2) + \frac{\cos x_3}{m} \cdot P_1 + \frac{\cos x_3}{m} \cdot P_2; \\ \dot{x}_7 = -\frac{x_7}{m \cdot \sqrt{x_6^2 + x_7^2}} \cdot (R_1 + R_2) + \frac{\cos x_3}{m} \cdot P_1 + \frac{\cos x_3}{m} \cdot P_2; \\ \dot{x}_8 = -\frac{M}{I} - \frac{1}{I_1} \cdot \left(\frac{B}{2} + y_1 \right) \cdot P_1 + \frac{1}{I_2} \cdot \left(\frac{B}{2} + y_2 \right) \cdot P_2; \\ \dot{x}_9 = \frac{r_{BK}}{I_1} \cdot (P_1 - R_1); \\ \dot{x}_{10} = \frac{r_{BK}}{I_2} \cdot (P_2 - R_2). \end{array} \right. \quad (2)$$

Конфигурация рассматриваемой динамической системы определяется пятью обобщенными координатами. Положение машины на плоскости непосредственно описывается линейными координатами x , y , и угловой координатой ψ . Податливость гусеничных лент не учитывается. Положение ведущих колес угловыми координатами φ_1 и φ_2 , которые определяются на радиусе, величина которого равна радиусу ведущего колеса.

m – масса машины сосредоточенная в центре масс.

$P_{1,2}$ - силы тяги направленные вдоль продольных осей гусениц.

$R_{1,2}$ – силы сопротивления, направленные вдоль продольных осей гусениц.

M – момент сопротивления повороту.

I_z – момент инерции гусеничной машины относительно вертикальной оси z проходящей через центр масс.

B – ширина колеи.

$r_{вк}$ – радиус ведущего колеса.

Решение задачи синтеза цели требует получения информации об окружающей среде, диагностики текущего состояния как объекта управления, так и самой системы управления. Динамическая экспертная система выполняет расчет, оптимизацию, прогнозирование, что требует высокого быстродействия. В основе функционирования таких систем должны лежать алгоритмы параллельной обработки информации. Источником возмущающего воздействия для интеллектуальной системы является окружающая среда, а функционирование системы должно обеспечивать в конечном итоге компенсацию этого воздействия.

Внешнее управляющее воздействие задается водителем с помощью органа управления поворотом, положение которого определяет текущую цель $\alpha = f(t)$, которая распознается и формализуется модулем распознавания и оценки в виде целевой функции Y . На основе Y синтезируется закон управления исполнительными элементами объекта.

Система классифицирует действия водителя по определенным признакам. В зависимости от линейной скорости движения машины V и управляющего сигнала со стороны водителя $\alpha = f(t)$ интеллектуальная система выбирает следующий управляемый параметр:

- в нейтральном положении органа управления поворотом (ОУП) при $\alpha=0$ и линейной скорости машины $|V| \neq 0$ управление осуществляется из условия постоянства курсового угла $\psi = \text{const}$;

- при отклонении ОУП от нейтрального $\alpha \neq 0$ и линейной скорости машины $|V| \neq 0$ регулируемым параметром является радиус поворота R ;

- при отклонении ОУП от нейтрального $\alpha \neq 0$ и линейной скорости машины $|V| = 0$ регулируемым параметром является угловая скорость $\frac{d\psi}{dt}$.

Линейная скорость движения гусеничной машины задается органами управления двигателем и трансмиссией (механизмом передач и поворота).

Рассматривается задача оптимального управления динамическим объектом, находящимся под действием случайных возмущений. Параметры состояния объекта определяются с помощью измерительной системы, которая также подвержена действию случайных возмущений, приводящих к ошибкам измерения. Выходом измерительной системы являются результаты измерения y , связанные с состоянием объекта соотношением вида $y = g(x, \eta)$, где η - случайные шумы, ведущие к ошибкам измерений. Для выработки управляющего воздействия u используется как априорная, так и текущая информация y , которую выдает измерительная система. Априорной информацией является математическая модель объекта и измерительной системы.

Для синтеза оптимального управления гусеничной машиной можно использовать принцип максимума П.С. Понтрягина [1], который позволяет решать задачи в том числе для релейных систем управления. Принцип заключается в следующем. Математическая модель объекта оптимизации задана в виде уравнений состояния

$$\dot{x}_i = f(x_i, u_j), \quad (i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, r), \quad (3)$$

где сигналы управления имеют ограничения вида $|u_j| \leq U_j$.

При оптимизации объекта требуется найти вектор управляющего воздействия $u(t)$ с учетом указанных ограничений из условия минимума функционалов, выражающих заданные критерии

$$I_s = \int_{t_0}^{t_1} f_{0s}(X, u) dt, \quad (s = 1, \dots, p). \quad (4)$$

В соответствии с критериями оптимизации вводятся дополнительные переменные x_{0s} , определяемые уравнениями

$$\dot{x}_{0s} = f_{0s}(X, u), \quad (5)$$

и задача рассматривается в пространстве $(n+p)$ координат.

Принцип П.С. Понтрягина является обобщенным вариационным методом и основан на понятии игольчатой вариации [2], которая представляет собой приращение варьируемой функции оптимального управления $u(t)$ на бесконечно малом отрезке времени в виде импульса ограниченной величины. Приращение функционала при игольчатой вариации обращается в нуль (выполняется условие экстремума функционала (4)), когда игольчатая вариация производится относительно оптимального управления $u(t)$.

Для определения оптимального управления необходимо составить функцию Гамильтона в форме, принятой для неклассических вариационных задач [1]

$$H = \sum_{i=0}^{n+p} \beta_i(t) \cdot f_i(X, u), \quad (6)$$

где β_i - вспомогательные переменные.

Используя выражение (6) и уравнения состояния объекта управления (3) с учетом (5), можно составить канонические уравнения Гамильтона для неклассических вариационных задач

$$\frac{dx_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \beta_i}, \quad (7)$$

$$\frac{d\beta_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x_i}. \quad (8)$$

Уравнения (7) и (8) при g координатах управления дополняются следующими уравнениями

$$\frac{\partial H}{\partial u_j} = 0, \quad j=1, \dots, g. \quad (9)$$

По теореме П.С.Понтрягина [2], управления $u(t)$ являются оптимальными при выполнении следующих условий: при $t_0 \leq t \leq t_1$

функция Гамильтона достигает максимума по переменным $P_{1,2}$ (силам тяги на ведущих колесах) которые в данной модели являются управляющими координатами; в конечный момент времени $t = t_1$ выполняется соотношение $\beta_{0s}(t) \leq 1$.

При решении задачи оптимального управления гусеничной машиной возможны следующие показатели качества: быстродействие; точность движения с заданными параметрами траектории.

Обратимся к задаче синтеза оптимального по быстродействию управления. Система является оптимальной по быстродействию, если обеспечивается минимальное время переходного процесса с учетом ограничений, наложенных на координаты управления и выхода. Для уменьшения времени протекания переходного процесса следует принимать принцип форсирования динамических процессов на отдельных интервалах времени посредством увеличения сигнала управления в пределах заданного диапазона $|u_j| \leq U_j$. При этом управление $u(t)$ и координаты системы X имеют разрывы первого рода.

При оптимизации объекта управления из условия минимума времени переходного процесса (максимальное быстродействие) принимается $f_0(X, u) = 1$, $\beta_0 = -1$. Функционал (4) будет иметь вид [1]

$$I = \int_{t_0}^{t_1} 1 \cdot dt = t_1 - t_0 = \Delta t.$$

Поэтому функция Гамильтона будет определяться выражением

$$H = -1 + \sum_{i=1}^n \beta_i(t) \cdot f_i(X, u). \quad (10)$$

Оптимальное управление с учетом ограничения координат $|u(t)| \leq U_{\max}$ определяется из условия максимума функции (10) и для линейных объектов может быть записано в виде

$$u(t) = U_{\max} \text{sign}(H_u), \quad (11)$$

где $H_u = \frac{\partial H}{\partial u}$.

Полученный закон управления (11) является релейным. Сигнал управления меняет знак, если функция H_u , проходя нулевое значение, меняет знак. Аналитическое выражение функции переключения H_u и релейный закон управления (11) определяют структуру оптимального по быстродействию алгоритма.

Далее рассмотрим задачу оптимального управления гусеничной машиной для обеспечения движения с заданными параметрами траектории, в частности с постоянным радиусом поворота $R = \text{const}$. Задача решается в неподвижной системе координат.

Для формализации критерия оптимизации ($R = \text{const}$) правую часть выражения (5) представим следующей зависимостью

$$f_0(X, u) = \dot{x}_6^2 \cdot \left(\dot{x}_6 \right)^2 + 2 \cdot x_6 \cdot x_7 \cdot \dot{x}_6 \cdot \dot{x}_7 + x_7^2 \cdot \left(\dot{x}_7 \right)^2 - R^2 \cdot x_8^2 \cdot (x_6^2 + x_7^2) \rightarrow 0. \quad (12)$$

В соответствии с (12) вводятся вводятся дополнительная переменная, определяемая уравнением вида (5).

Вводятся вспомогательные переменные β_i и составляется функция Гамильтона для системы (1) в соответствии с уравнением (6)

$$\begin{aligned} H = & \beta_1 x_6 + \beta_2 x_7 + \beta_3 x_8 + \beta_4 x_9 + \beta_5 x_{10} + \beta_6 \left(-\frac{(R_1 + R_2)x_6}{m\sqrt{x_6^2 + x_7^2}} + \frac{P_1}{m} \cos x_3 + \frac{P_2}{m} \cos x_3 \right) + \\ & \beta_7 \left(-\frac{(R_1 + R_2)x_7}{m\sqrt{x_6^2 + x_7^2}} + \frac{P_1}{m} \sin x_3 + \frac{P_2}{m} \sin x_2 \right) + \beta_8 \left(-\frac{M}{I} - \frac{B}{2} (R_2 - R_1) \cos x_3 - \frac{P_1}{I} \left(\frac{B}{2} + Y_1 \right) + \frac{P_2}{I} \left(\frac{B}{2} + Y_2 \right) \right) + \\ & \beta_9 \left(\frac{\Gamma_{BK}}{I_1} (P_1 - R_1) \right) + \beta_{10} \left(\frac{\Gamma_{BK}}{I_2} (P_2 - R_2) \right) + \beta_{11} \cdot f_0(X, U). \end{aligned} \quad (13)$$

Введем следующие обозначения вспомогательных переменных и дополнительной координаты

$$\beta_j = \left\{ \begin{array}{l} \beta_1 = E1; \\ \beta_2 = E2; \\ \beta_3 = x_{11}; \\ \beta_4 = E3; \\ \beta_5 = E4; \\ \beta_6 = x_{12}; \\ \beta_7 = x_{13}; \\ \beta_8 = x_{14}; \\ \beta_9 = -E3 \cdot t; \\ \beta_{10} = -E4 \cdot t; \\ \beta_{11} = x_{15}. \end{array} \right\} \quad (14)$$

С учетом (12)...(14) составляются канонические уравнения Гамильтона для системы (1), образующие расширенную систему следующего вида

$$\left\{ \begin{array}{l}
\cdot \\
x_1 = x_6; \\
\cdot \\
x_2 = x_7; \\
\cdot \\
x_3 = x_8; \\
\cdot \\
x_4 = x_9; \\
\cdot \\
x_5 = x_{10}; \\
\cdot \\
x_6 = -\frac{x_6}{m \cdot \sqrt{x_6^2 + x_7^2}} \cdot (R_1 + R_2) + \frac{\cos x_3}{m} \cdot P_1 + \frac{\cos x_3}{m} \cdot P_2; \\
\cdot \\
x_7 = -\frac{x_7}{m \cdot \sqrt{x_6^2 + x_7^2}} \cdot (R_1 + R_2) + \frac{\cos x_3}{m} \cdot P_1 + \frac{\cos x_3}{m} \cdot P_2; \\
\cdot \\
x_8 = -\frac{M}{I} - \frac{1}{I_1} \cdot \left(\frac{B}{2} + y_1 \right) \cdot P_1 + \frac{1}{I_2} \cdot \left(\frac{B}{2} + y_2 \right) \cdot P_2; \\
\cdot \\
x_9 = \frac{r_{6\kappa}}{I_1} \cdot (P_1 - R_1); \\
\cdot \\
x_{10} = \frac{r_{6\kappa}}{I_2} \cdot (P_2 - R_2); \\
\cdot \\
x_{11} = -x_{12} \cdot \left(-\frac{P_1}{m} \cdot \sin x_3 - \frac{P_2}{m} \cdot \sin x_3 \right) - x_{13} \cdot \left(\frac{P_1}{m} \cdot \cos x_3 + \frac{P_2}{m} \cdot \cos x_3 \right) - x_{15} \cdot \frac{\partial A(x)}{\partial x_3}; \\
\cdot \\
x_{12} = -E1 - x_{12} \cdot \left(-\frac{(R_1 + R_2) \cdot x_7^2}{m \cdot (x_6^2 + x_7^2)^{3/2}} \right) - x_{13} \cdot \frac{(R_1 + R_2) \cdot x_6 \cdot x_7}{m \cdot (x_6^2 + x_7^2)^{3/2}} - \\
x_{14} \cdot \left(-\frac{1}{I} \cdot \frac{\partial M}{\partial x_6} - \frac{P_1}{I} \cdot \frac{\partial y_1}{\partial x_6} + \frac{P_2}{I} \cdot \frac{\partial y_2}{\partial x_6} \right) - x_{15} \cdot \frac{\partial A(x)}{\partial x_6}; \\
\cdot \\
x_{13} = -E2 - x_{12} \cdot \frac{(R_1 + R_2) \cdot x_6 \cdot x_7}{m \cdot (x_6^2 + x_7^2)^{3/2}} - x_{13} \cdot \left(-\frac{(R_1 + R_2) \cdot x_6^2}{m \cdot (x_6^2 + x_7^2)^{3/2}} \right) - \\
x_{14} \cdot \left(-\frac{1}{I} \cdot \frac{\partial M}{\partial x_7} - \frac{P_1}{I} \cdot \frac{\partial y_1}{\partial x_7} + \frac{P_2}{I} \cdot \frac{\partial y_2}{\partial x_7} \right) - x_{15} \cdot \frac{\partial A(x)}{\partial x_7}; \\
\cdot \\
x_{14} = -x_{11} - x_{14} \cdot \left(-\frac{1}{I} \cdot \frac{\partial M}{\partial x_8} - \frac{P_1}{I} \cdot \frac{\partial y_1}{\partial x_8} + \frac{P_2}{I} \cdot \frac{\partial y_2}{\partial x_8} \right) - x_{15} \cdot \frac{\partial A(x)}{\partial x_8}; \\
\cdot \\
x_{15} = f_0(X, U).
\end{array} \right. \quad (15)$$

В соответствии с (9) управляющие координаты P_1 и P_2 определяются из следующих уравнений

$$\frac{\partial H}{\partial P_1} = x_{12} \cdot \frac{\cos x_3}{m} + x_{13} \cdot \frac{\sin x_3}{m} - x_{14} \cdot \frac{1}{I} \cdot \left(\frac{B}{2} + y_1 \right) - \frac{E3 \cdot r_{BK}}{I_1} \cdot t + x_{15} \cdot \frac{\partial f_0(X, u)}{\partial P_1}, \quad (16)$$

$$\frac{\partial H}{\partial P_2} = x_{12} \cdot \frac{\cos x_3}{m} + x_{13} \cdot \frac{\sin x_3}{m} - x_{14} \cdot \frac{1}{I} \cdot \left(\frac{B}{2} + y_2 \right) - \frac{E4 \cdot r_{BK}}{I_2} \cdot t + x_{15} \cdot \frac{\partial f_0(X, u)}{\partial P_2}. \quad (17)$$

Решение расширенной системы (15) является решением задачи об оптимальном управлении в соответствии с заданным критерием $R = \text{const}$. При синтезе оптимального управления начальные условия для системы (1) однозначно определены вектором измеряемых параметров y и вектором внешних возмущений ω для текущего шага Δt управления объектом. Для расширенной системы (15) начальные значения вспомогательных переменных $x_{11} \dots x_{14}$ и дополнительной переменной x_{15} неизвестны и определяются итерационной процедурой, на основе заданной целевой функции для текущего шага Δt управления объектом.

Аналогичным образом решается задача синтеза при условии $R \neq \text{const}$.

Для управления реальным сложным объектом, функционирующим в условиях неопределенности, целесообразно использовать адаптивное управление.

Особенностью адаптивных систем управления является возможность получения информации в процессе функционирования и использование этой информации для управления. В отличие от робастных систем в адаптивных системах всегда используется априорная информация о неопределенности в системе.

Для функционирования системы необходимо иметь информацию о частотном спектре полезного сигнала помехи и об отношении сигнал/шум. Кроме того, требуется предварительная информация о частотном спектре,

в котором работает адаптивная система, и о частотных характеристиках объекта на границах области неопределенности.

Список литературы

1. Куропаткин П.В. Оптимальные и адаптивные системы. М.: Высшая школа, 1980. 287 с.
2. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1976. 392 с.
3. Вязников М.В. Исследование криволинейного движения гусеничной машины // Материалы XXIV Российской школы по проблемам науки и технологий. Т. 3. Миасс: УрО РАН, 2004. С. 302-311.

**Development of general principles for optimal control
of caterpillar machine movement**

12, December 2013

DOI: 10.7463/1213.0671078

Vyaznikov M.V.

Russia, Cheboksary, Limited Liability Company "MIKONT"
mv.vaznikov@tplants.com

The article deals with a problem of optimal control of caterpillar machine movement with regard to the driver as a feedback loop of the dynamic system. In order to build a control algorithm a mathematical model of caterpillar machine motion which takes into account non-holonomic links between caterpillars and soil was used. External control action was formalised in the form of an objective function. State parameters of an object were determined by the measuring system which was also subject to random perturbations. The maximum principle of P.S. Pontryagin was used for synthesising optimal control of a caterpillar machine. During optimization of an object one wants to find a vector of control action considering constraints from the minimum of composed functions expressing specified criteria. A problem of synthesizing time optimal control was considered. It was noticed that a system is time optimal if minimal transition time is provided, considering restrictions imposed on control and output coordinates. The principle of forcing dynamic processes at certain time intervals by increasing control signal within the specified range was used to reduce duration of the transition process.

Publications with keywords: [dynamics](#), [algorithm](#), [path](#), [caterpillar machines](#)

Publications with words: [dynamics](#), [algorithm](#), [path](#), [caterpillar machines](#)

References

1. Kuropatkin P.V. *Optimal'nye i adaptivnye sistemy* [Optimal and adaptive systems]. Moscow, Vysshaya shkola, 1980. 287 p.
2. Pontryagin L.S., Boltyanskiy V.G., Gamkrelidze R.V., Mishchenko E.F. *Matematicheskaya teoriya optimal'nykh protsessov* [Mathematical theory of optimal processes]. Moscow, Nauka, 1976. 392 p.

3. Vyaznikov M.V. Issledovanie krivolineynogo dvizheniya gusenichnoy mashiny [Study of curvilinear motion of tracked vehicle]. In: *Materialy 24-y Rossiyskoy shkoly po problemam nauki i tekhnologiy* [Proc. of the 24th Russian School on Science and Technology]. Vol. 3. Miass, Publ. of UB RAS, 2004, pp. 302-311.