

Математическая модель процесса переключения передач в коробке передач трактора

05, май 2014

DOI: 10.7463/0514.0711329

Шарипов В. М., Дмитриев М. И., Зенин А. С.

УДК 629.114.2.001.63 (075.8)

Россия, Университет Машиностроения

trak@mami.ru

ostashkov@bk.ru

starter095@mail.ru

Введение

Переключение передач без разрыва потока мощности широко применяется в современных коробках передач (КП). Для обеспечения безразрывного переключения используются фрикционные муфты (ФМ) сухие или работающие в масле. При этом минимальное количество устанавливаемых ФМ в КП должно быть не меньше двух, а в случае если за включение каждой передачи отвечает соответствующая муфта, что число ФМ равно числу переключаемых под нагрузкой передач.

Совершаемая при переключении передач в КП с помощью ФМ работа L буксования является одним из важнейших показателей, определяющих теплонапряженность и ресурс ФМ.

Современные методики, описывают процесс переключения передач без разрыва потока мощности не достаточно полно, в связи с этим актуальной задачей является разработка математической модели процесса переключения передач без разрыва потока мощности для различных схем установки ФМ на валах КП. При этом отсутствуют работы зарубежных исследователей в данном направлении, достоверность которых подтверждена экспериментальными исследованиями [18].

Передачи под нагрузкой могут переключаться с кратковременным разрывом потока мощности от двигателя и без разрыва. Безразрывное переключение, обеспечиваемое одновременной работой двух передач в течение короткого отрезка времени (перекрытия передач), имеет ряд особенностей и может зависеть от большого числа факторов: параметров ФМ, обеспечивающих переключение; расположения ФМ, участвующих в переключении,

относительно друг друга; длительности перекрытия; параметров машинно-тракторного агрегата (МТА) и условий его эксплуатации.

При рассмотрении работы КП с неподвижными осями валов без разрыва потока мощности можно выделить в КП 4 возможных варианта размещения ФМ, включающих под нагрузкой передачи (рис. 1). Каждая схема из четырех представляет собой, так называемый «элементарный узел», состоящий из двух параллельных валов, соединенных между собой двумя зубчатыми передачами. Передачи включаются и выключаются с помощью ФМ Φ_{K-1} и Φ_K . Здесь муфты работают поочередно, т.е. если одна включена, то вторая выключена или две муфты работают одновременно. Таким образом, любую сложную КП можно разбить на несколько элементарных узлов, а затем анализировать работу каждого в интересующих режимах и условиях нагружения.

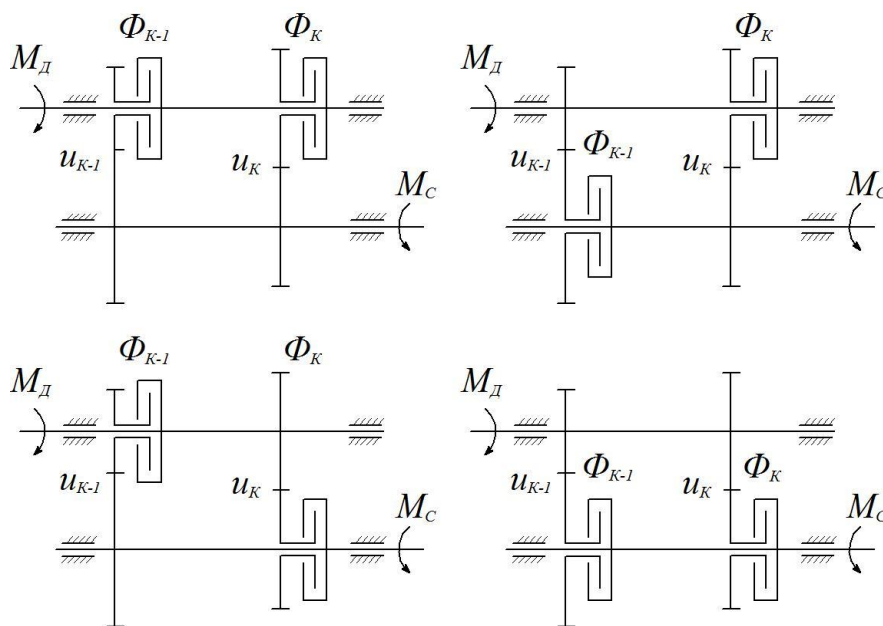


Рис. 1. Варианты элементарного узла с двумя ФМ

1. Математическая модель процесса переключения передач

Рассмотрим процесс переключения передач с перекрытием с низшей передачи на высшую КП с неподвижными осями валов на примере схемы элементарного узла КП, когда ФМ выключаемой передачи установлена на ведомом валу, а ФМ включаемой передачи на ведущем валу (рис. 2). Здесь шестерни 4 и 5 установлены на валах свободно и могут быть связаны с ним с помощью ФМ Φ_{K-1} и Φ_K соответственно. Шестерни 3 и 6 жестко связаны с валами. Пара шестерен 3 и 4 и ФМ Φ_{K-1} образуют $K - 1$ передачу, а пара шестерен 5 и 6 и ФМ Φ_K – K передачу. При этом передаточные числа соответственно на низшей и высшей передаче в КП:

$$u_{K-1} = \frac{z_4}{z_3}; \quad u_K = \frac{z_6}{z_5}, \text{ где } u_{K-1} > u_K.$$

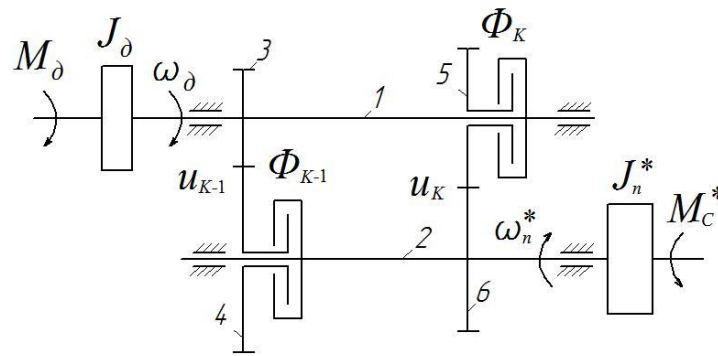


Рис. 2. Двухмассовая динамическая модель МТА с элементарным узлом КП с ФМ на ведущем валу:

1, 2 – ведущий и ведомый валы КП соответственно; Φ_{K-1} и Φ_K – ФМ $K-1$ и K передачи соответственно; M_d и ω_d – крутящий момент и угловая скорость вала двигателя, приведенные к валу включаемой ФМ; J_d – момент инерции двигателя, приведенный к валу включаемой ФМ; M_c^* и J_n^* – момент сопротивления движению и момент инерции тракторного агрегата, приведенные к ведомому валу КП; ω_n^* – угловая скорость ведомого вала КП; u_{K-1} и u_K – передаточное число КП соответственно на $K-1$ и K передаче

Используя теоретическую диаграмму разгона МТА (рис. 3) выведем зависимости для определения угловой скорости ведомого вала в конце буксования, времени и работы буксования ФМ в КП и времени разгона МТА на заданной передаче.

Здесь (см. рис. 3) в соответствии с установившимся взглядом на периоды буксования ФМ полное значение работы буксования L является суммой работ буксования ФМ на отдельных этапах разгона.

Так как для определения L должны быть известны закономерности изменения момента M_T трения ФМ, крутящего момента M_d двигателя и момента M_c сопротивления движению МТА, приведенного к валу включаемой ФМ, точное определение которых весьма затруднено, то, приняв некоторые допущения, схематизируем процесс их изменения (см. рис. 3):

1. На основании анализа большого количества осциллограмм разгона МТА установлено, что при обычном темпе включения ФМ момент M_T трения возрастает по линейному закону [1 - 5, 7 - 9, 13 - 19].

В конце включения момент на валу ФМ достигает максимума $M_{T_{\text{пик}}} = M_{d_n} \beta$, где β – коэффициент запаса ФМ; M_{d_n} – номинальный крутящий момент двигателя, приведенный к валу включаемой ФМ. На временном интервале $(t_m - t_\theta)$, если он существует (см. рис. 3,а), $M_T = M_{T_{\text{пик}}} = \text{const}$. Здесь t_m и t_θ – соответственно время включения и буксования ФМ высшей передачи. Этот участок на диаграмме разгона может отсутствовать, если $t_\theta \leq t_m$ (рис. 2,б).

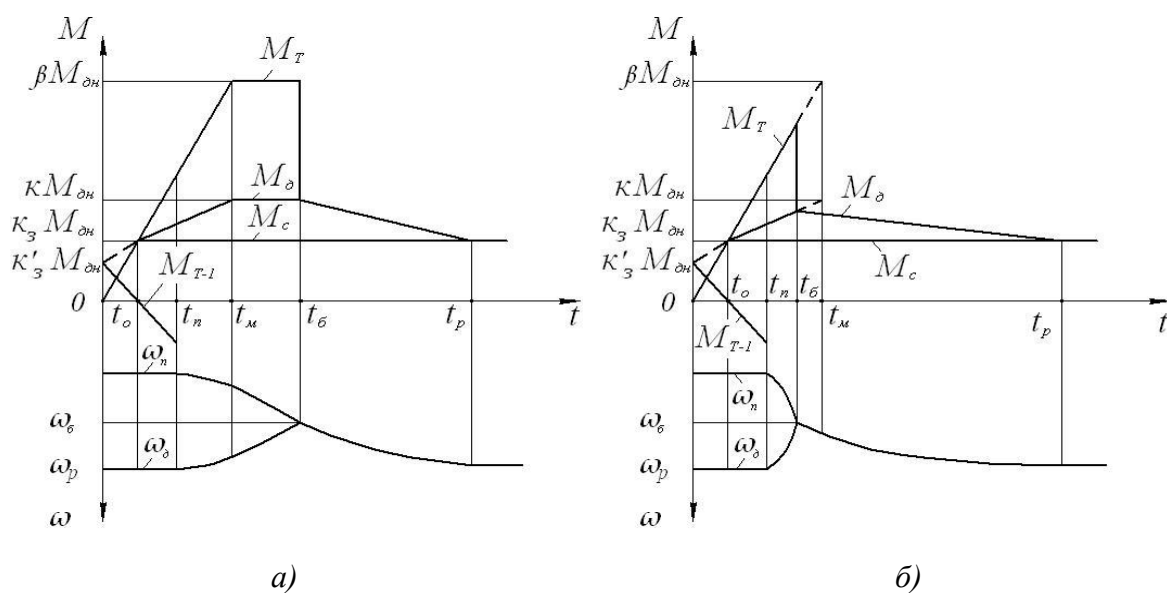


Рис. 3. Диаграмма разгона МТА при переключении передач без разрыва потока мощности: *а* – с полкой ($t_\delta > t_m$); *б* – треугольная ($t_\delta \leq t_m$)

2. Для схематизации закона изменения крутящего момента двигателя при разгоне МТА примем, что в интервале времени $(0 - t_0)$, когда при включении ФМ угловая скорость ω_n ведомого вала постоянна, $M_\delta = M_T$ и изменяется пропорционально времени t буксования. При этом полагаем, что в момент времени t_0 $M_\delta = M_T = M_c$. В интервале времени $(t_0 - t_m)$, к концу которого заканчивается включение ФМ, принимаем, что M_δ изменяется также пропорционально времени t буксования, но менее интенсивно [1 - 8, 10 - 19].

При таких допущениях некоторое завышение M_δ на участке $(0 - t_0)$ в определенной степени компенсируется его снижением на участке $(t_0 - t_m)$.

В интервале времени разгона $(t_m - t_\delta)$, в конце которого завершается буксование ФМ (см. рис. 3,а), принимаем, что $M_\delta = M_{\delta H} \kappa = \text{const}$. Здесь κ - коэффициент приспособляемости двигателя.

3. Приведенный к валу ФМ момент сопротивления движению МТА $M_c = \text{const}$. [1 - 8, 10 - 19].

4. При выводе расчётных формул пренебрегаем влиянием податливости и демпфированием в элементах трансмиссии трактора, тангенциальной податливостью ходовой системы, зазорами в зубчатых передачах трансмиссии и в сцепке.

5. Принимаем, что буксование движителя в процессе переключения передач и разгоне МТА мало и, следовательно, им можно пренебречь [1 - 4, 6, 10 - 19].

6. Принимаем, что угловая скорость двигателя в начале буксования на участке $0 \dots t_0$ $\omega_\delta = \text{const} = \omega_p$, где ω_p - угловая скорость вала двигателя при эксплуатационной нагрузке для разгона с места. В нашем же исследовании для процесса переключения передач необходимо рассматривать ω_δ предшествующей передачи и соответствующей ей коэффициент загрузки κ'_3 :

$$\omega_\delta = \omega_p = \omega_{\delta x} - \kappa'_3 (\omega_{\delta x} - \omega_{\delta n}). \quad (1)$$

В качестве расчётной принимается двухмассовая динамическая модель МТА с двумя фрикционными связями, так как при переключении передач возможен режим, когда мощность от двигателя передается одновременно двумя ФМ в КП (см. рис. 3).

Запишем уравнения моментов соответственно для ведущего 1 и ведомого 2 валов КП, рассмотрев процесс переключения на основе двухмассовой динамической модели применительно к элементарному узлу КП (см. рис. 3):

$$M_\delta - M_T - M_{T-1} \frac{1}{u_{\kappa-1}} = J_\delta \frac{d\omega_\delta}{dt}; \quad (2)$$

$$M_{T-1} \frac{1}{u_\kappa} + M_T - M_C = J_n \frac{d\omega_n}{dt}. \quad (3)$$

где M_{T-1} и M_T - крутящие моменты, передаваемые ФМ $\Phi_{\kappa-1}$ и Φ_κ соответственно; J_δ - момент инерции движущихся частей двигателя и связанных с ними деталей, приведенный к ФМ Φ_κ ; J_n - момент инерции ведомых частей МТА, приведенный к валу ФМ Φ_κ ; $d\omega_\delta/dt$ и $d\omega_n/dt$ - угловые ускорения соответственно ведущих и ведомых частей ФМ Φ_κ .

Примем, что изменение угловой скорости двигателя ω_δ в период перекрытия не происходит [9, 12, 13, 19], т.е.

$$\frac{d\omega_\delta}{dt} = 0. \quad (4)$$

Это допущение почти полностью соблюдается в том случае, когда переключение на высшую передачу протекает при работе двигателя на регуляторной ветви характеристики. Кроме того, использование этого условия позволяет уяснить физическую сущность процесса переключения передач без разрыва потока мощности. С этой целью целесообразно принять, что изменение момента M_δ двигателя обеспечивает постоянство угловой скорости ω_δ и ω_n на первом этапе переключения передач.

В результате уравнения (2) и (3), согласно условию (4) примут вид:

$$M_\delta - M_T - M_{T-1} \frac{1}{u_{\kappa-1}} = 0; \quad (5)$$

$$M_{T-1} \frac{1}{u_\kappa} + M_T - M_C = 0. \quad (6)$$

Из полученных уравнений определим момент M_{∂} двигателя, при котором $d\omega_{\partial}/dt = 0$. Для этого зададим характер изменения момента M_T трения ФМ Φ_K как функцию времени t , согласно принятым допущениям. Примем, что момент M_T , который способна передавать ФМ Φ_K , возрастает линейно. Это предположение основывается на большом объеме экспериментальных исследований процесса разгона различных МТА, о чем говорилось выше. В конце включения момент M_T на валу ФМ Φ_K достигает максимума.

Следовательно, на этапе оптимального перекрытия в интервале времени от 0 до t_0 (см. рис. 3)

$$M_T = M_{\partial n} \frac{\kappa_3 t}{t_0}, \quad (7)$$

где $t_0 = t_m \kappa_3 / \beta$.

Тогда из уравнений (5) и (6), с учетом (7) получим

$$M_{\partial} = M_C \frac{u_{\kappa}}{u_{\kappa-1}} + M_T \left(1 - \frac{u_{\kappa}}{u_{\kappa} - 1} \right). \quad (8)$$

Определим характер изменения момента M_{T-1} на валу ФМ Φ_{K-1} из уравнения (5). В результате получим, что

$$M_{T-1} = \kappa'_3 M_{\partial n} - M_T \frac{u_{\kappa}}{u_{\kappa-1}} = \kappa'_3 M_{\partial n} - M_{\partial n} \frac{\kappa_3 t}{t_0} \cdot \frac{u_{\kappa}}{u_{\kappa-1}}. \quad (9)$$

Решая уравнения (2) и (3) для каждого из интервалов времени, согласно принятым допущениям, получены зависимости для расчета работы и времени буксования ФМ и разгона МТА при переключении передач в КП с различной степенью перекрытия.

Работа буксования L_o ФМ Φ_K в интервале времени $(0 - t_0)$ определяется из выражения

$$L_o = \int_0^{t_0} M_T (\omega_{\partial} - \omega_n) dt. \quad (10)$$

Здесь $M_T = M_{\partial n} \frac{\kappa_3 t}{t_0}$, а изменение угловой скорости двигателя ω_{∂} в период оптимального перекрытия не происходит, т.е. $\frac{d\omega_{\partial}}{dt} = 0$.

В результате получим

$$L_o = \frac{M_{\partial n} \omega_p \kappa_3^2 t_m}{2 \beta} \left(1 - \frac{u_{\kappa}}{u_{\kappa-1}} \right). \quad (11)$$

Работа буксования L_1 ФМ Φ_K в интервале времени $(t_o - t_n)$ определяется из выражения

$$L_1 = \int_{t_0}^{t_n} M_T (\omega_\delta - \omega_n) dt. \quad (12)$$

Практика показывает, что угловая скорость ω_δ вала двигателя на этапе избыточного перекрытия изменяется не значительно. Поэтому для схематизации закона изменения ω_δ с целью упрощения математических выкладок примем, что на этапе избыточного перекрытия, также, как и на этапе оптимального перекрытия угловая скорость вала двигателя, а, следовательно, и ведомых частей трансмиссии не изменяется, т.е. $d\omega_\delta/d\omega_\delta = d\omega_n/dt = 0$. С учетом этого получим

$$L_1 = \frac{M_{\delta n} \omega_p \kappa_3 (t_n - t_o)^2}{2 t_o} \left(1 - \frac{u_\kappa}{u_{\kappa-1}} \right). \quad (13)$$

Работа буксования L_2 ФМ Φ_K для диаграммы разгона МТА с полкой (см. рис. 3,а) в интервале времени $(t_n - t_m)$ определяется из выражения:

$$L_2 = \int_{t_n}^{t_m} M_T (\omega_\delta - \omega_n) dt \quad (14)$$

В заданном интервале времени $(t_n - t_m)$, согласно принятым допущениям, моменты M_T и M_δ определяются из соотношений:

$$M_T = \frac{M_{\delta n} (\beta - \kappa_3) (t - t_0)}{(t_m - t_0)} + M_C; \quad (15)$$

$$M_\delta = \frac{M_{\delta n} (\kappa - \kappa_3) (t - t_0)}{(t_m - t_0)} + M_C. \quad (16)$$

Изменение угловых скоростей ω_δ и ω_n в этом же интервале времени находим из выражений:

$$\omega_\delta = \omega_p - \frac{M_{\delta n} (\beta - \kappa) (t - t_0)^2}{2 J_\delta (t_m - t_0)}; \quad (17)$$

$$\omega_n = \omega_p \frac{u_\kappa}{u_{\kappa-1}} + \frac{M_{\delta n} (\beta - \kappa_3) (t - t_0)^2}{2 J_n (t_m - t_0)}. \quad (18)$$

Используя зависимости (15), (16), (17) и (18) после соответствующих преобразований интеграл выражения (14), представляющий работу буксования в интервале времени $(t_n - t_m)$, запишем в виде:

$$L_2 = \frac{M_{\delta n} \beta}{t_m} \left[\frac{\omega_p}{2} \left(1 - \frac{u_\kappa}{u_{\kappa-1}} \right) (t_m^2 - t_n^2) - \frac{M_{\delta n}}{24} (t_m - t_n)^2 \left(\frac{\beta - \kappa}{J_\delta} + \frac{\beta - \kappa_3}{J_n} \right) \times \right. \\ \left. \times \left((3t_m + t_n) - \frac{(t_n - t_o) (3t_n + t_m)}{t_m - t_o} \right) \right]. \quad (19)$$

Работа буксования L_2 для случая разгона МТА по треугольной диаграмме (см. рис. 3,б), в интервале времени $(t_n - t_o)$ будет вычисляться по формуле

$$L_2 = \int_{t_n}^{t_{\bar{o}}} M_T (\omega_{\bar{o}} - \omega_n) dt \quad (20)$$

Используя зависимости (15), (16), (17) и (18), после соответствующих преобразований интеграл выражения (20), представляющий работу буксования в интервале времени $(t_n - t_{\bar{o}})$, запишем в виде

$$L_2 = \frac{M_{\bar{o}n} \beta}{t_m} \left[\frac{\omega_p}{2} \left(1 - \frac{u_{\kappa}}{u_{\kappa-1}} \right) (t_{\bar{o}}^2 - t_n^2) - \frac{M_{\bar{o}n}}{24(t_m - t_n)} \left(\frac{\beta - \kappa}{J_{\bar{o}}} + \frac{\beta - \kappa_3}{J_n} \right) \times \right. \\ \left. \times \left((t_{\bar{o}} - t_n)^3 (3t_{\bar{o}} + t_n) - \frac{(t_n - t_o)}{(t_m - t_o)} \{ (t_{\bar{o}} - t_m)^3 (3t_{\bar{o}} + t_m) + (t_m - t_n)^3 (3t_n + t_m) \} \right) \right]. \quad (21)$$

Здесь время буксования $t_{\bar{o}}$ определяется из (17), (18) при условии $t = t_{\bar{o}}$ и $\omega_{\bar{o}} = \omega_n$:

$$t_{\bar{o}} = \sqrt{(t_m - t_o) \left(t_n - t_o + \frac{2\omega_p \left(1 - \frac{u_{\kappa}}{u_{\kappa-1}} \right)}{M_{\bar{o}n} \left(\frac{\beta - \kappa}{J_{\bar{o}}} + \frac{\beta - \kappa_3}{J_n} \right)} \right)} + \frac{t_m \kappa_3}{\beta}. \quad (22)$$

Работа буксования L_3 для случая заключительного этапа разгона МТА по диаграмме с полкой (см. рис. 3,а) в интервале времени $(t_m - t_{\bar{o}})$ будет вычисляться по формуле

$$L_3 = \int_{t_m}^{t_{\bar{o}}} M_T (\omega_{\bar{o}} - \omega_n) dt \quad (23)$$

При определении L_3 во временном интервале $(t_m - t_{\bar{o}})$ полагая, что момент трения включаемой ФМ $M_T = M_{T_{\text{пнк}}} = \beta M_{\bar{o}n} = \text{const}$ и момент двигателя $M_{\bar{o}} = \kappa M_{\bar{o}n} = \text{const}$, из выражений (2) и (3) определяем:

$$\omega_{\bar{o}} = \omega_p - \frac{M_{\bar{o}n} (\beta - \kappa) [(\beta - \kappa_3) t_m + 2\beta(t - t_m)]}{2\beta J_{\bar{o}}}; \quad (24)$$

$$\omega_n = \omega_p \frac{u_{\kappa}}{u_{\kappa-1}} + \frac{M_{\bar{o}n} (\beta - \kappa_3) [(\beta - \kappa_3) t_m + 2\beta(t - t_m)]}{2\beta J_n}. \quad (25)$$

Используя выражения (24), (25) и значения моментов M_T и $M_{\bar{o}}$ для интервала $(t_m - t_{\bar{o}})$, работу буксования, представленную интегралом зависимости (23), приводим к виду

$$L_3 = \frac{M_{\bar{o}n} \beta (t_{\bar{o}} - t_m)}{2} \left\{ 2\omega_p \left(1 - \frac{u_{\kappa}}{u_{\kappa-1}} \right) - M_{\bar{o}n} [t_{\bar{o}} - t_n] \left(\frac{\beta - \kappa}{J_{\bar{o}}} + \frac{\beta - \kappa_3}{J_n} \right) \right\}. \quad (26)$$

Здесь время буксования $t_{\bar{o}}$ определяется из (24), (25) при условии, что $t = t_{\bar{o}}$ и $\omega_{\bar{o}} = \omega_n$.

Тогда

$$t_{\sigma} = \frac{\omega_p \left(1 - \frac{u_{\kappa}}{u_{\kappa-1}} \right)}{M_{\partial n} \left(\frac{\beta - \kappa}{J_{\partial}} + \frac{\beta - \kappa_3}{J_n} \right)} + \frac{t_m + t_n}{2}. \quad (27)$$

Полная работа буксования для диаграммы разгона МТА с полкой (рис. 3,а) определяется из выражения

$$L = L_0 + L_1 + L_2 + L_3, \quad (28)$$

где L_0 , L_1 , L_2 и L_3 определяются соответственно по выражениям (11), (12), (19) и (26), а время t_{σ} буксования - по выражению (27).

Для случая с треугольной диаграммой разгона МТА (рис. 3,б) полная работа буксования

$$L = L_0 + L_1 + L_2, \quad (29)$$

где L_0 , L_1 и L_2 определяются соответственно по выражениям (11), (12) и (21), а время t_{σ} буксования – по выражению (22).

Для расчета работы буксования L ФМ необходимо знать, к какому из случаев следует отнести разгон МТА (см. рис. 3). Для этого из выражения (22) или (27) определим время t'_m включения ФМ, при котором $t_m = t_{\sigma}$:

$$t'_m = \frac{2\omega_p \left(1 - \frac{u_{\kappa}}{u_{\kappa-1}} \right)}{M_{\partial n} \left(\frac{\beta - \kappa}{J_{\partial}} + \frac{\beta - \kappa_3}{J_n} \right)} + t_n. \quad (30)$$

Если $t'_m > t_m$, то $t_{\sigma} > t_m$ (рис. 3,а). Тогда работа L и время t_{σ} буксования ФМ включаемой передачи определяются соответственно из выражений (28) и (27).

Если $t'_m \leq t_m$, то $t_{\sigma} \leq t_m$ (рис. 3,б). Тогда работа L и время t_{σ} буксования ФМ определяются соответственно из выражений (29) и (22).

Одним из важнейших параметров процесса разгона МТА является минимальная угловая скорость ω_{σ} вала двигателя в конце буксования ФМ. Для определения ω_{σ} нужно подставить $t = t_{\sigma}$ для случая, когда $t_{\sigma} > t_m$ (рис. 3,а) в выражение (24) или (25), а для случая, когда $t_{\sigma} \leq t_m$ (рис. 3,б) – в выражение (17) или (18). В результате получим общую зависимость, согласно которой

$$\omega_{\sigma} = \omega_p \frac{1 + \frac{u_{\kappa}}{u_{\kappa-1}} \frac{J_n (\beta - \kappa)}{J_{\partial} (\beta - \kappa_3)}}{1 + \frac{J_n (\beta - \kappa)}{J_{\partial} (\beta - \kappa_3)}}. \quad (31)$$

С учетом выражений (30) и (31) формулы для расчета L и t_{σ} упрощаются.

В результате

$$t'_m = \frac{2 J_n \left(\omega_{\delta} - \frac{u_{\kappa}}{u_{\kappa-1}} \omega_p \right)}{M_{\delta n} (\beta - \kappa_3)} + t_n. \quad (32)$$

Если $t'_m > t_m$, то $t_{\delta} > t_m$ (рис. 3,а). Тогда согласно выражению (28) $L = L_o + L_1 + L_2 + L_3$,

где

$$L_o + L_1 = M_{\delta n} \omega_p t_n \left(\frac{\beta t_n}{2 t_m} - \kappa_3 \right) \left(1 - \frac{u_{\kappa}}{u_{\kappa-1}} \right); \quad (33)$$

$$L_2 = \frac{M_{\delta n} \beta}{t_m} \left[\frac{\omega_p}{2} \left(1 - \frac{u_{\kappa}}{u_{\kappa-1}} \right) \left(t_m^2 - t_n^2 - \frac{(t_m - t_n)^3 [3\beta(t_m + t_n) - 2\kappa_3 t_m]}{6 t_m (t'_m - t_n) (\beta - \kappa_3)} \right) \right]; \quad (34)$$

$$L_3 = \frac{M_{\delta n}}{4} \omega_p \beta (t'_m - t_n) \left(1 - \frac{u_{\kappa}}{u_{\kappa-1}} \right); \quad (35)$$

$$t_{\delta} = \frac{t_m + t'_m}{2}. \quad (36)$$

Если $t'_m \leq t_m$, то $t_{\delta} \leq t_m$ (рис. 3,б). Тогда согласно выражению (29), где

$$L_o + L_1 = M_{\delta n} \omega_p t_n \left(\frac{\beta t_n}{2 t_m} - \kappa_3 \right) \left(1 - \frac{u_{\kappa}}{u_{\kappa-1}} \right); \quad (37)$$

$$L_2 = \frac{M_{\delta n} \beta \omega_p}{2 t_m} \left(1 - \frac{u_{\kappa}}{u_{\kappa-1}} \right) \left[t_{\delta}^2 - t_n^2 - \frac{1}{6(t_m - t_n)(t'_m - t_n)} \times \right. \\ \left. \times \left((t_{\delta} - t_n)^3 (3t_{\delta} + t_n) - \frac{\beta t_n - \kappa_3 t_m}{t_m (\beta - \kappa_3)} \{ (t_{\delta} - t_m)^3 (3t_{\delta} + t_m) + (t_m - t_n)^3 (3t_n + t_m) \} \right) \right]; \quad (38)$$

$$t_{\delta} = \frac{\sqrt{t_m (\beta - \kappa_3) (\beta t'_m - \kappa_3 t_m)} + \kappa_3 t_m}{\beta}. \quad (39)$$

Рассмотрим теперь элементарный узел, в котором муфта выключаемой передачи установлена на ведущем валу, а муфта включаемой передаче на ведомом (рис. 4).

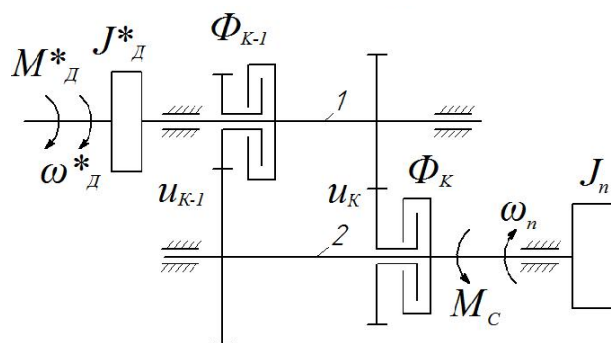


Рис. 4. Двухмассовая динамическая модель МТА с элементарным узлом КП с ФМ включаемой передаче установленной на ведомом валу:

1, 2 – ведущий и ведомый валы КП соответственно; Φ_{K-1} и Φ_K – ФМ $K-1$ и K передачи соответственно; M_D^* и ω_D^* – крутящий момент и угловая скорость вала двигателя, приведенные к валу включаемой ФМ; J_D^* – момент инерции двигателя, приведенный к ведущему валу; M_C и J_n – момент сопротивления движению и момент инерции тракторного агрегата, приведенные к включаемой ФМ; ω_n – угловая скорость ведомого вала КП приведенная к включаемой ФМ; u_{K-1} и u_K – передаточное число КП соответственно на $K-1$ и K передаче.

Запишем уравнения моментов соответственно для ведущего 1 и ведомого 2 валов КП, рассмотрев процесс переключения на основе двухмассовой динамической модели применительно к элементарному узлу КП с ФМ включаемой передачи на ведомом валу (см. рис. 4):

$$M_D - M_T - M_{T-1}u_K = J_D \frac{d\omega_D}{dt}; \quad (40)$$

$$M_{T-1}u_{K-1} + M_T - M_C = J_n \frac{d\omega_n}{dt}, \quad (41)$$

Согласно условию (4), что изменение угловой скорости двигателя ω_D в период перекрытия не происходит, уравнения (40) и (41) примут вид:

$$M_D - M_T - M_{T-1}u_K = 0; \quad (42)$$

$$M_{T-1}u_{K-1} + M_T - M_C = 0, \quad (43)$$

С учетом выражения (7) получим, что уравнение для момента двигателя M_D будет иметь вид такой же как (8).

$$M_D = M_C \frac{u_K}{u_{K-1}} + M_T \left(1 - \frac{u_K}{u_{K-1}} \right). \quad (44)$$

Также из уравнений (40) и (41) определим характер изменения момента M_{T-1} на валу ФМ Φ_{K-1} . Он будет аналогичен выражению (9).

$$M_{T-1} = \kappa'_3 M_{Dn} - M_T \frac{u_K}{u_{K-1}} = \kappa'_3 M_{Dn} - M_{Dn} \frac{\kappa_3 t}{t_0} \cdot \frac{u_K}{u_{K-1}}. \quad (45)$$

Из уравнений (8, 44) следует, что моменты двигателя M_{δ} в обоих случаях установки муфты включаемой передачи на ведущем валу или на ведомом валу вычисляются одинаково.

Аналогично момент M_{T-1} , исходя из уравнений (9, 44), также не будет изменяться для этих двух случаев.

Напишем уравнения моментов случая, когда муфты расположены на ведомом валу:

$$M_{\delta} - M_T - M_{T-1} \frac{u_{\kappa}}{u_{\kappa-1}} = J_{\delta} \frac{d\omega_{\delta}}{dt}; \quad (46)$$

$$M_{T-1} + M_T - M_C = J_n \frac{d\omega_n}{dt}. \quad (47)$$

С учетом выражения (7) получим, что уравнение для момента двигателя M_{δ} будет иметь вид такой же как (8).

$$M_{\delta} = M_C \frac{u_{\kappa}}{u_{\kappa-1}} + M_T \left(1 - \frac{u_{\kappa}}{u_{\kappa-1}} \right). \quad (48)$$

Также из уравнений (46) и 47) определим характер изменения момента M_{T-1} на валу ФМ $\Phi_{\kappa-1}$. Он будет аналогичен выражению (9).

$$M_{T-1} = \kappa'_3 M_{\delta n} - M_T \frac{u_{\kappa}}{u_{\kappa-1}} = \kappa'_3 M_{\delta n} - M_{\delta n} \frac{\kappa_3 t}{t_0} \cdot \frac{u_{\kappa}}{u_{\kappa-1}}. \quad (49)$$

Из уравнений M_{δ} (8, 44, 48), M_{T-1} (9, 45, 49) следует, что уравнения моментов M_{δ} и M_{T-1} в случае, когда муфты расположены на ведомом валу будут иметь такой же вид, как и в первых двух случаях установки ФМ, изображенным на рис.2 и рис. 4

Когда ФМ включаемой и выключаемой передачи находится на ведущем валу (см. рис. 5) дифференциальные уравнения будут иметь вид:

$$M_{\delta} - M_T - M_{T-1} = J_{\delta} \frac{d\omega_{\delta}}{dt}; \quad (50)$$

$$M_{T-1} \frac{u_{\kappa-1}}{u_{\kappa}} + M_T - M_C = J_n \frac{d\omega_n}{dt}, \quad (51)$$

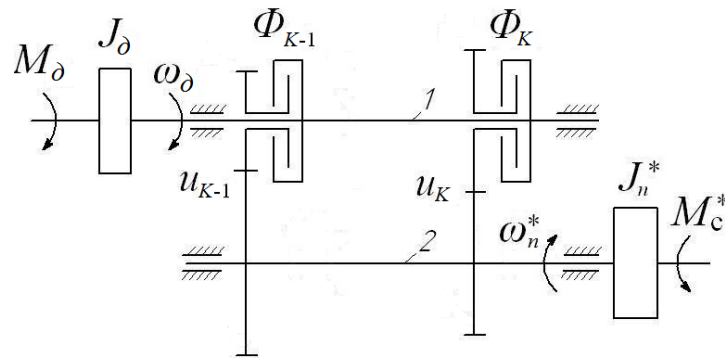


Рис. 5. Двухмассовая динамическая модель МТА с элементарным узлом КП с ФМ на ведущем валу:

1, 2 – ведущий и ведомый валы КП соответственно; Φ_{K-1} и Φ_K – ФМ $K-1$ и K передачи соответственно; M_d и ω_d – крутящий момент и угловая скорость вала двигателя, приведенные к валу включаемой ФМ; J_d – момент инерции двигателя, приведенный к валу включаемой ФМ; M_c^* и J_n^* – момент сопротивления движению и момент инерции тракторного агрегата, приведенные к ведомому валу КП; ω_n^* – угловая скорость ведомого вала КП; u_{K-1} и u_K – передаточное число КП соответственно на $K-1$ и K передаче

С учетом выражения (7) получим, что уравнение для момента двигателя M_d будет иметь вид такой же как (8).

$$M_d = M_c \frac{u_K}{u_{K-1}} + M_T \left(1 - \frac{u_K}{u_{K-1}} \right). \quad (52)$$

Также из уравнений (2.59) и (2.60) Определим характер изменения момента M_{T-1} на валу ФМ Φ_{K-1} . Он будет аналогичен выражению (2.13).

$$M_{T-1} = \kappa'_3 M_{dn} - M_T \frac{u_K}{u_{K-1}} = \kappa'_3 M_{dn} - M_{dn} \frac{\kappa_3 t}{t_0} \cdot \frac{u_K}{u_{K-1}}. \quad (53)$$

Из уравнений (8, 44, 48, 52) следует, что моменты двигателя M_d не зависит от места установки муфты включения, так и выключения.

Следовательно (9, 45, 49, 53), момент M_{T-1} также не будет изменяться от места установки управляемых элементов включения передачи.

При внимательном рассмотрении полученных уравнений (2 и 3, 40 и 41, 46 и 47, 50 и 51) для всех четырех случаев расположения ФМ в элементарном узле видно, что они различаются только характером приведения момента M_{T-1} выключаемой муфты. Исходя из этого, а также ввиду идентичности уравнений для моментов M_d и M_{T-1} для всех случаев относительного расположения ФМ в элементарном узле последующие выражения, вычисление которых основано на этих зависимостях, а именно выражения для определения работы буксования L_o , L_1 , L_2 и L_3 и времени буксования t_o , угловой скорости в конце буксования ω_o и времени разгона t_p с учетом, допущения, что угловые скорости вала двигателя ω_d и ведомого вала КП ω_n в период переключения не изменяются, будут аналогичны случаю, когда ФМ располагаются на ведущем валу.

В конечном счете, имеем, что относительное расположение ФМ в элементарном узле при принятых допущениях не оказывает влияния на итоговый результат вычислений всех параметров буксования ФМ.

2. Заключение

Для проверки достоверности математической модели процесса буксования ФМ в КП и методики расчета ее работы буксования при переключении передач с различной степенью перекрытия было проведено сопоставление расчётных и экспериментальных значений работы L буксования. Экспериментальные данные для случая оптимального перекрытия взяты из работы А.Д. Ананьина [1], где оптимальное перекрытие при переключении передач при пахоте и посеве обеспечивалось установкой в КП муфты свободного хода. Результаты экспериментальных исследований при переключении передач без разрыва потока мощности для различных случаев перекрытия взяты из работы К.Я. Львовского [7] и собственных исследований.

В результате установлено, что расхождение результатов расчетов с результатами экспериментальных исследований по величине работы буксования ФМ в КП с различной степенью перекрытия передач не превышает 10,9%.

Для проверки достоверности математической модели процесса буксования ФМ и методики расчета работы буксования при трогании МТА с места было проведено сопоставление расчётных и экспериментальных значений работы L буксования и угловой скорости ω_δ в конце буксования ФМ при трогании и разгоне различных МТА с колесными и гусеничными тракторами различного назначения. Экспериментальные данные были взяты из работ В.И. Чунихина [15], В.А. Петренко [11], А.Д. Ананьина [1], Е.М. Шапиро [9], В.Е. Захарова [5], В.М. Шарипова [13], В.Н. Болтинского [4], В.И. Анохина [2].

В результате установлено, что предложенная методика расчёта L и ω_δ отличается достаточно высокой точностью как для колёсных, так и для гусеничных тракторов. Расхождение результатов расчетов с данными экспериментальных исследований по работе буксования ФМ при трогании машины с места не превышает 17%, а по величине угловой скорости вала двигателя ω_δ в конце буксования ФМ 5,6%.

Данная методика может быть использована также для определения работы буксования ФМ при стендовых испытаниях. На рис. 6 приведены зависимости работы буксования ФМ трактора ДТ-75М от времени включения, полученные экспериментально на энергетическом стенде [14] и расчётом по предложенной методике. При этом принималось: $\omega_p=198$ рад/с;

$\kappa_3=1,0$; $M_{\delta n}=362$ Н·м; $\beta=3,0$; $J_n=2,6$ кг·м².

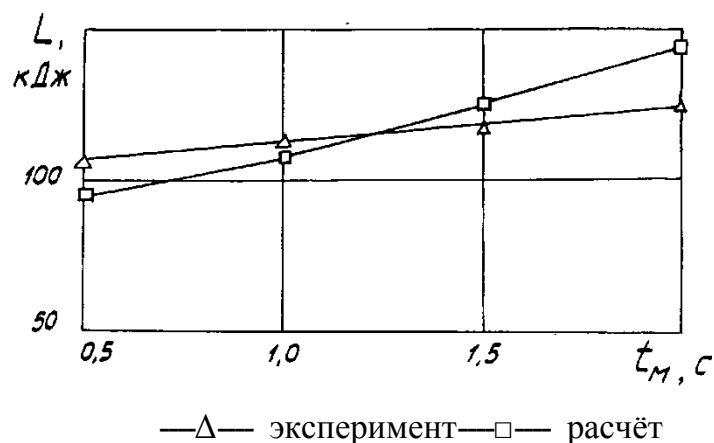


Рис. 6. Зависимость работы буксования ФМ от времени включения на стенде

Таким образом, предложенная математическая модель процесса разгона МТА и буксования ФМ в КП при переключении передач с различной степенью перекрытия является универсальной. Она позволяет выполнять расчеты работы и времени буксования ФМ и разгона МТА как при переключении передач в КП с различной степенью перекрытия, так и при трогании и разгоне МТА с места и является справедливой для любого типа элементарного узла КП.

Список литературы

1. Ананьин А.Д. Исследование энергонагруженности муфты сцепления колесного трактора при трогании скоростного машинно-тракторного агрегата: дис. ... канд. техн. наук. М., 1972. 156 с.
2. Анохин В.И. Исследование процесса разгона гусеничного трактора класса 3 т на повышенных скоростях с механической и гидравлической силовой передачей // Повышение рабочих скоростей тракторов и сельхозмашин: сб. М.: ЦИНТИАМ, 1963. С.105-130.
3. Барский И.Б., Эглит И.М., Шарипов В.М. Инженерный метод расчета полной работы буксования тракторной фрикционной муфты сцепления // Тракторы и сельхозмашины. 1977. № 9. С. 16-17.
4. Болтинский В.Н. Разгон машинно-тракторных агрегатов на повышенных скоростях // Механизация и электрификация социалистического сельского хозяйства. 1961. № 3. С. 1-9.
5. Захаров В.Е. Исследование нагруженности, износа деталей и уточнение методов стендовых испытаний муфт сцепления тракторов: дис. ... канд. техн. наук. М., 1981. 210 с.
6. Коломиец С. Н. Оценка нагруженности, расчет и повышение ресурса пар трения муфт сцепления: дис. ... канд. техн. наук. М., 1988. 129 с.
7. Львовский К.Я. Исследование процессов переключения передач под нагрузкой в тракторных трансмиссиях: дис. ... канд. техн. наук. М., 1970. 276 с.

8. Шарипов В.М, Дмитриев М.И., Зенин А.С., Круглов С.М., Маланин И.А. Определение параметров буксования фрикционных муфт для различных вариантов их установки в тракторных коробках передач при переключении передач без разрыва потока мощности // Известия МГТУ «МАМИ». Сер. 1. Наземные транспортные средства, энергетические установки и двигатели. 2013. Т. 1, № 1(15). С. 242-248.
9. Шапиро Е.М., Иванов В.М., Соколов Л.П. и др. Оценка работы трения фрикционной муфты в гидромеханической и механической трансмиссиях пахотного колёсного трактора класса 3 при трогании // Тракторы и сельхозмашины. 1979. № 8. С. 12-13.
10. Шарипов В.М., Городецкий К.И., Дмитриев М.И., Щетинин Ю.С., Маланин И.А., Зенин А.С. Переключение передач в КП трактора без разрыва потока мощности от двигателя // Тракторы и сельхозмашины. 2012. № 5. С. 19-23.
11. Петренко В.А. Исследование режимов работы муфт сцепления тракторов высокой энергонагруженности: дис. ... канд. техн. наук. Харьков, 1973. 181 с.
12. Шарипов В.М, Дмитриев М.И., Зенин А.С., Савкин Я.В. Работа сцепления в коробке передач при переключении без разрыва потока мощности от двигателя // Справочник. Инженерный журнал. 2010. № 11. С. 8-15.
13. Теория и проектирование фрикционных сцеплений колесных и гусеничных машин / В.М. Шарипов, Н.Н. Шарипова, А.С. Шевелев, Ю.С. Щетинин; под общ. ред. В.М. Шарипова. М.: Машиностроение, 2010. 170 с.
14. Токтаганов Т. Исследование тепловой нагруженности муфты сцепления и методы её расчёта: дис. ... канд. техн. наук. М., 1975. 139 с.
15. Чунихин В.И. Исследование долговечности пар трения тракторных муфт сцепления и некоторых путей её повышения: дис. ... канд. техн. наук. М., 1977. 204 с.
16. Шарипов В.М. Конструирование и расчет тракторов. М.: Машиностроение, 2009. 752 с.
17. Sharipov V., Dmitriev M. Definition of Slippage Parameters of Friction Clutches in Gearboxes with Fixed Shaft Axles // Proceedings of FISITA 2012 World Automotive Congress. Vol. 5: Advanced Transmission System and Driveline. Beijing, China, 2012. P. 65-77.
18. Шарипов В.М., Дмитриев М.И., Крючков В.А. Нагруженность фрикционных муфт и синхронизаторов в коробке передач. Методы расчета параметров буксования фрикционных муфт и выравнивающего элемента синхронизаторов при переключении передач. Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG, 2012. 122 с.
19. Шарипов В.М., Коломиец С.Н. Работа буксования фрикционной муфты сцепления // Вестник машиностроения. 1987. № 7. С. 31-33.

The mathematical model of gear shifting in a tractor gearbox

05, May 2014

DOI: 10.7463/0514.0711329

V.M. Sharipov, M.I. Dmitriev, A.S. Zenin

Moscow State University of Mechanical Engineering, 107023, Moscow, Russian Federation

trak@mami.ru

ostashkov@bk.ru

starter095@mail.ru

The aim of the work is to develop a calculation method for slipping parameters of friction clutches (of the slipping work and time) in tractor gearboxes at various gear overlaps and for different friction clutches installation on the shafts.

The work has used theoretical and experimental research methods: the former were based on methods of analytical mechanics and motion theory of wheeled and tracked vehicles, while the latter assumed testing full-sized prototypes of friction clutches and friction clutches in gearboxes.

The work has brought the following results: a universal acceleration diagram has been offered for a tractor unit at shifting gears with different overlaps, valid for any relation between the gearing time and friction clutch slipping; based on the mathematical models of acceleration of the tractor unit, we have developed a generalized calculation method for parameters of the friction clutch slipping (of the slipping work and time), when shifting gears with different overlaps, at starting off a tractor unit and at bench tests of friction clutches and friction clutches in gearboxes.

The scientific novelty of the work is in development of the following:

- A theoretical acceleration diagram of a tractor unit with gear shifting in the gearbox with different overlaps;
- A mathematical acceleration model of a tractor unit and friction clutch slipping in the gearbox at gear shifting with different overlaps, and when starting a tractor unit off;
- A generalized calculation method for parameters of the friction clutch slipping (of the slipping work and time), when shifting gears in the gearbox with different overlaps, when starting a tractor unit off and at bench tests of friction clutches and friction clutches in the gearbox.

Conclusions: The developed universal acceleration mathematical model for a tractor unit at gear shifting in the gearbox with different overlaps, and of its acceleration at starting off, allows defining – at the designing stage of gearboxes with friction clutches – their work and slipping time,

and the acceleration time of a tractor unit, which may lead to designing reliable friction clutches and gearboxes with friction clutches. The proposed calculation method of the work of the friction clutch slipping in the gearbox at bench tests allows transferring test results into the operation loading mode, and, therefore, to perform fine-tuning of gearboxes with friction clutches at bench tests.

Publications with keywords: [clutch](#), [slip](#), [gearbox](#), [clutch](#)

Publications with words: [clutch](#), [slip](#), [gearbox](#), [clutch](#)

References

1. Anan'in A.D. *Issledovanie energonagruzhennosti mufty stsepleniya kolesnogo traktora pri troganii skorostnogo mashinno-traktornogo agregata. Kand. diss.* [Study of energy load of the clutch coupling of a wheeled tractor at acceleration of a speedy machine-tractor unit. Cand. diss.]. Moscow, 1972. 156 p. (in Russian).
2. Anokhin V.I. [Study of acceleration process caterpillar at higher speeds with mechanical and hydraulic power transmission]. *Povyshenie rabochikh skorostey traktorov i sel'khoz mashin: sb.* [Increase the operational speed of tractors and agricultural machinery: collected articles]. Moscow, TsINTIAM Publ., 1963, pp.105-130. (in Russian).
3. Barskiy I.B., Eglit I.M., Sharipov V.M. [Engineering method of calculating the full slipping work of tractor friction clutch]. *Traktory i sel'khoz mashiny*, 1977, no. 9, pp. 16-17. (in Russian).
4. Boltinskiy V.N. [Acceleration tractor units at higher velocities]. *Mekhanizatsiya i elektrifikatsiya sotsialisticheskogo sel'skogo khozyaystva*, 1961, no. 3, pp. 1-9. (in Russian).
5. Zakharov V.E. *Issledovanie nagruzhennosti, iznosa detaley i utochnenie metodov stendovykh ispytaniy muft stsepleniya traktorov. Kand. diss.* [Study of loading, wear, and refinement of methods of test bench of clutches of tractors. Cand. diss.]. Moscow, 1981. 210 p. (in Russian).
6. Kolomiets S. N. *Otsenka nagruzhennosti, raschet i povyshenie resursa par treniya muft stsepleniya. Kand. diss.* [Evaluation of loading, calculation and increase resource of clutches friction pairs. Cand. diss.]. Moscow, 1988. 129 p. (in Russian).
7. L'vovskiy K.Ya. *Issledovanie protsessov pereklyucheniya peredach pod nagruzkoy v traktornykh transmissiyakh. Kand. diss.* [Research of processes of gear change under load in tractor transmissions. Cand. diss.]. Moscow, 1970. 276 p. (in Russian).
8. Sharipov V.M, Dmitriev M.I., Zenin A.S., Kruglov S.M., Malanin I.A. [Estimation of parameters of clutch slipping for their various installation in tractor gearboxes when shifting without torque interruption]. *Izvestiya MGTU "MAMI". Ser. 1. Nazemnye transportnye sredstva, energeticheskie ustanovki i dvigateli* [Ground vehicles, power plants and engines], 2013, vol. 1, no. 1 (15), pp. 242-248. (in Russian).

9. Shapiro E.M., Ivanov V.M., Sokolov L.P., et al. [Evaluation of friction clutch in hydromechanical and mechanical transmissions of wheel tractor when starting]. *Traktory i sel'khoz mashiny*, 1979, no. 8, pp. 12-13. (in Russian).
10. Sharipov V.M., Gorodetskiy K.I., Dmitriev M.I., Shchetinin Yu.S., Malanin I.A., Zenin A.S. [Gear shift in the tractor gear box without break of power flow]. *Traktory i sel'khoz mashiny*, 2012, no. 5, pp. 19-23. (in Russian).
11. Petrenko V.A. *Issledovanie rezhimov raboty muft stsepleniya traktorov vysokoy energonagruzhennosti. Kand. diss.* [Study of modes of clutch of tractors in high energy loading. Cand. diss.]. Khar'kov, 1973. 181 p. (in Russian).
12. Sharipov V.M., Dmitriev M.I., Zenin A.S., Savkin Ya.V. [Work of clutch slipping in the gear-box during gear shifting without breaking the flow of power from the engine]. *Spravochnik. Inzhenernyy zhurnal - Handbook. An Engineering journal*, 2010, no. 11, pp. 8-15. (in Russian).
13. Sharipov V.M., Sharipova N.N., Shevelev A.S., Shchetinin Yu.S. *Teoriya i proektirovanie friktsionnykh stseplenykh kolesnykh i gusenichnykh mashin* [Theory and design of friction clutches of wheeled and tracked machines]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2010. 170 p. (in Russian).
14. Toktaganov T. *Issledovanie teplovoy nagruzhennosti mufty stsepleniya i metody ee rascheta. Kand. diss.* [Study of thermal loading of clutch and methods of its calculation. Cand. diss.]. Moscow, 1975. 139 p. (in Russian).
15. Chunikhin V.I. *Issledovanie dolgovechnosti par treniya traktornykh muft stsepleniya i nekotorykh putey ee povysheniya. Kand. diss.* [Study of durability of friction pairs of tractor clutches and some ways to improve it. Cand. diss.]. Moscow, 1977. 204 p. (in Russian).
16. Sharipov V.M. *Konstruirovaniye i raschet traktorov* [Tractors design and calculation]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 2009. 752 p. (in Russian).
17. Sharipov V., Dmitriev M. Definition of Slippage Parameters of Friction Clutches in Gearboxes with Fixed Shaft Axles. *Proceedings of FISITA 2012 World Automotive Congress. Vol. 5: Advanced Transmission System and Driveline*, Beijing, China, 2012, pp. 65-77.
18. Sharipov V.M., Dmitriev M.I., Kryuchkov V.A. *Nagruzhennost' friktsionnykh muft i sinkhronizatorov v korobke peredach. Metody rascheta parametrov buksovaniya friktsionnykh muft i vyravnivayushchego elementa sinkhronizatorov pri pereklyuchenii peredach* [Loading of clutches and synchronizers in gearbox. Methods for calculating the parameters of slipping clutches and synchronizers in changing gears]. Saarbrücken, LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG, 2012. 122 p. (in Russian).

19. Sharipov V.M., Kolomiets S.N. [Slipping work of clutch]. *Vestnik mashinostroeniya*, 1987, no. 7, pp. 31-33. (in Russian).