

Исследование влияния доли гелия на значение критерия Прандтля газовых смесей

05, май 2014

DOI: 10.7463/0514.0710811

Бурцев С. А., Кочуров Д. С., Щеголев Н. Л.

УДК 533.2

Россия, МГТУ им. Баумана

serg7573@pochta.ru

kochurov_ds@yahoo.com

turbosh@power.bmstu.ru

Введение

Известно, что интенсивность теплообмена между потоком газа и омываемой поверхностью тем выше, чем больше температурный напор между потоком и поверхностью. В работе [1] показано, что при течении сжимаемого газа температурный напор определяется разностью между температурой восстановления на стенке и температурой стенки.

Температура восстановления на стенке для газа с постоянной теплоемкостью определяется формулой [2]

$$T_w^* = T + r \frac{W_0^2}{2C_p} = T \left(1 + r \frac{k-1}{2} M^2 \right) = T^* \left[1 - (1-r) \frac{k-1}{k+1} \lambda^2 \right], \quad (1)$$

где T – статическая (термодинамическая) температура; W_0 – скорость потока; C_p – изобарная теплоемкость; r – коэффициент восстановления температуры; $T^* = T + \frac{W_0^2}{2C_p}$ – температура

торможения потока; k – показатель адиабаты; $M = W_0/a_{зв}$ – число Маха,

$a_{зв} = \sqrt{kRT}$ – местная скорость звука; $\lambda = W_0/a_{кр}$ – приведенная скорость,

$a_{кр} = \sqrt{(2kRT^*)/(k+1)}$ – критическая скорость.

По данным работы [2] коэффициент восстановления температуры r показывает долю кинетической энергии, которая переходит в теплоту на стенке при торможении в пограничном слое. Степень неравномерности распределения (искривления) эпюры температуры торможения (восстановления) потока газа в пограничном слое зависит от теплофизических свойств газа и может характеризоваться критерием Прандтля

$$\text{Pr} = (\mu \cdot C_p) / \lambda,$$

где μ – коэффициент кинематической вязкости, λ – коэффициент теплопроводности.

Если интенсивность выделения теплоты за счет работы сил трения на стенке преобладает над интенсивностью отвода теплоты в потоке газа при данной температуре, то значения критерия Прандтля $\text{Pr} > 1$ и коэффициента восстановления температуры $r > 1$. Если преобладает отвод теплоты, то $\text{Pr} < 1$ и $r < 1$ [3]. Влияние значения критерия Прандтля на безразмерную температуру торможения (обезразмеренную по температуре торможения на бесконечном удалении от стенки) по данным работы [4] графически представлено на рис. 1.

На использовании этой особенности распределения эпюры температуры торможения (восстановления) основан газодинамический метод температурной стратификации в потоке сжимаемого газа, предложенный А.И. Леонтьевым [5,6]. В работах [7 - 21] был проведен анализ влияния различных факторов на величину температурной стратификации и показано, что наибольшее влияние оказывает коэффициент восстановления температуры r .

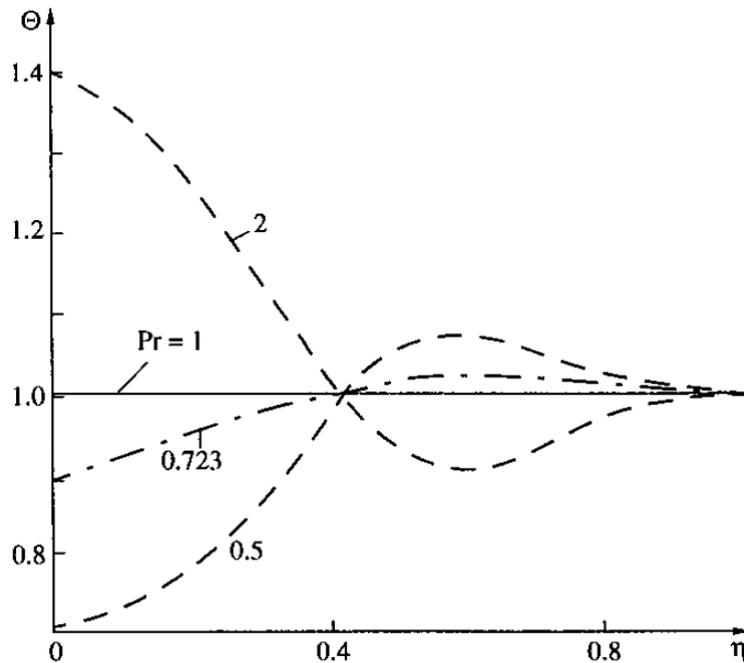


Рисунок 1. Распределение по сечению пограничного слоя безразмерной температуры торможения при обтекании потоком сжимаемого газа теплоизолированной стенки (для разных значений критерия Прандтля), [4]

В работе [22] был выполнен анализ влияния различных факторов на значение коэффициента восстановления температуры на поверхности тел и показано, что для значений критерия Прандтля 0,6–2,0 для ламинарного пограничного слоя коэффициент восстановления температуры хорошо описывается выражением

$$r = \sqrt{\text{Pr}}, \quad (2)$$

а для турбулентного пограничного слоя при значении критерия Прандтля от 0,5 до 2 и постоянных свойствах потока коэффициент восстановления температуры может быть определен выражением

$$r = \sqrt[3]{Pr}. \quad (3)$$

Проведенные исследования показали, что наиболее перспективным путем повышения эффективности устройств газодинамической стратификации является использование рабочих тел с низкими значениями критерия Прандтля.

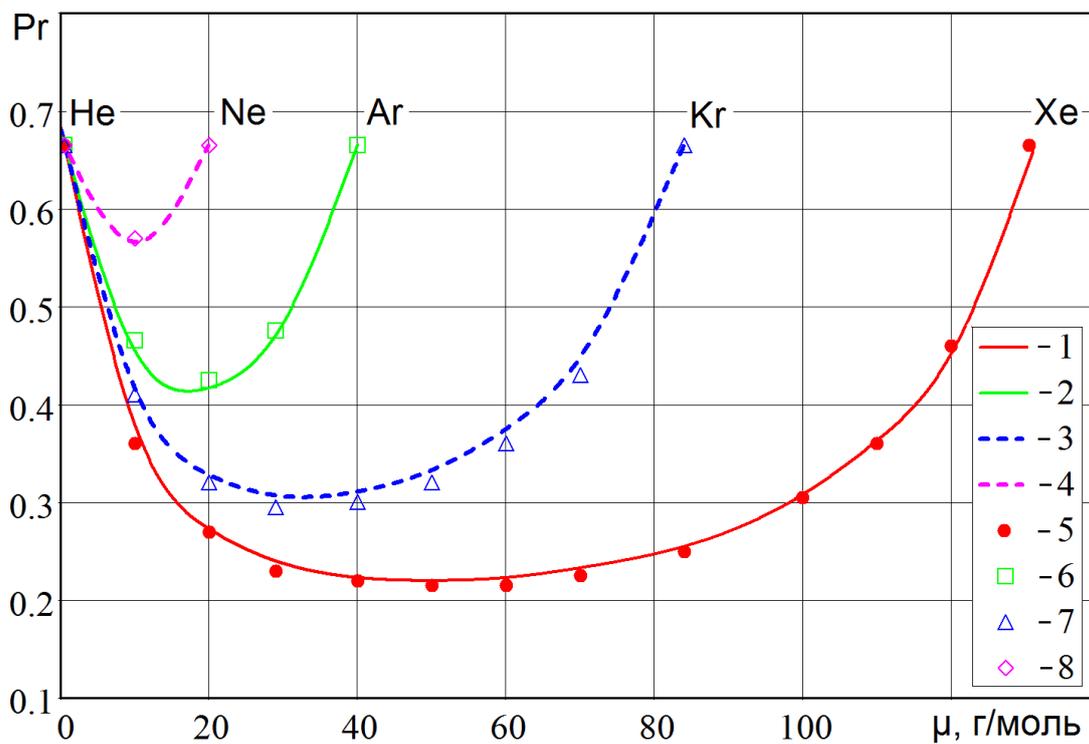
Бинарные смеси инертных газов

Из кинетической теории газов известно, что при использовании модели одноатомарного газа, представляющего собой твердые сферические молекулы, его число Прандтля равно $2/3$ [23]. У чистых газов (водород, гелий, аргон, ксенон и т.п.) и воздуха значение критерия Прандтля в широком диапазоне температур (250-1500 К) находится в пределах $Pr \approx 0,65-0,73$ [10, 12, 13].

При смешивании двух одноатомарных газов с малой и большой молекулярной массой можно получить смесь с более низким критерием Прандтля, чем у простых газов. Например, для смесей гелий-аргон (He-Ar), гелий-криптон (He-Kr), гелий-ксенон (He-Xe) критерия Прандтля варьируются между 0,2 и 0,67 [23] в зависимости от процентного состава компонентов. Причем каждая смесь будет обладать своим уникальным минимальным значением критерия Прандтля при определенном составе [24, 25].

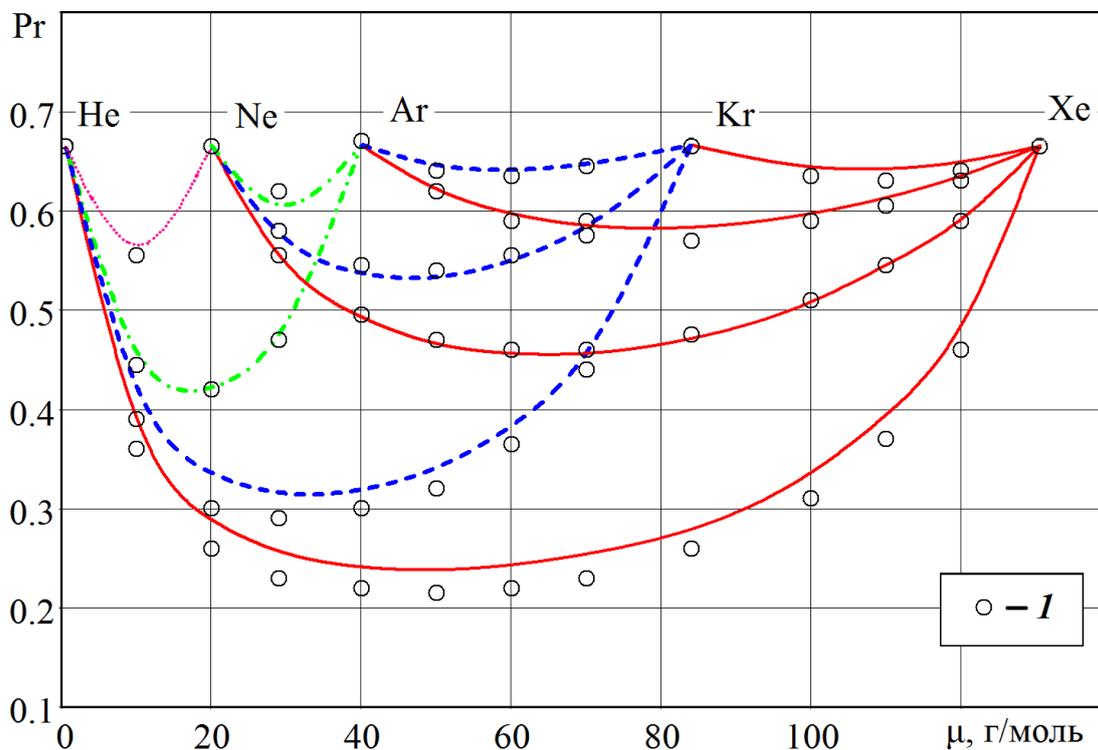
Эти данные подтверждаются большим числом расчетов и экспериментов, накопленных за последние несколько десятилетий. В работах [26, 27] приведены обширные расчетные и экспериментальные данные для He-Xe и He-Ar смесей и показано, что для смеси He-Ar можно получить минимальное значение критерия Прандтля $Pr_{\min} = 0.416$ при молекулярной массе смеси $\mu = 15,3$ г/моль, а для He-Xe – $Pr_{\min} = 0,21$ при $\mu = 40$ г/моль. По данным работы [23] минимальные значения критерия Прандтля для смесей He-Ar и He-Xe составляют 0,41 и 0,21 соответственно. Там же приводят минимальное значение Pr для He-Kr смеси, равное 0,3 при массовой доле He 24%.

В работе [28] был подробно рассмотрен вопрос применения автоматизированной расчетной системы Tetra для определения значения критерия Прандтля бинарных смесей инертных газов в зависимости от температуры, давления и состава. На рисунке 2 (в виде диаграммы состояния) показан график зависимости значения критерия Прандтля от молекулярной массы смеси для смесей He-Ne, He-Ar, He-Kr и He-Xe при температуре 300 К и давлении 1 МПа, полученный по методике [28]. Расчетные данные (сплошные линии), полученные с помощью программы Tetra хорошо совпадают результатами экспериментальных и численных исследований, представленных в работе [29].



1 - 4 – расчет для смесей He-Ne, He-Ar, He-Kr и He-Xe соответственно; 5 - 8 – данные [29]

Рисунок 2. Зависимость значения критерия Прандтля для бинарных смесей инертных газов от молекулярной массы смеси при $p = 1$ МПа и $T = 300$ К



Сплошные линии – расчет по методике [28] для соответствующих смесей;

1 – данные [30, 31] для $p = 2$ МПа и $T = 1200$ К

Рисунок 3. Зависимость значения критерия Прандтля для бинарных смесей инертных газов от молекулярной массы при $p = 2$ МПа и $T = 1200$ К

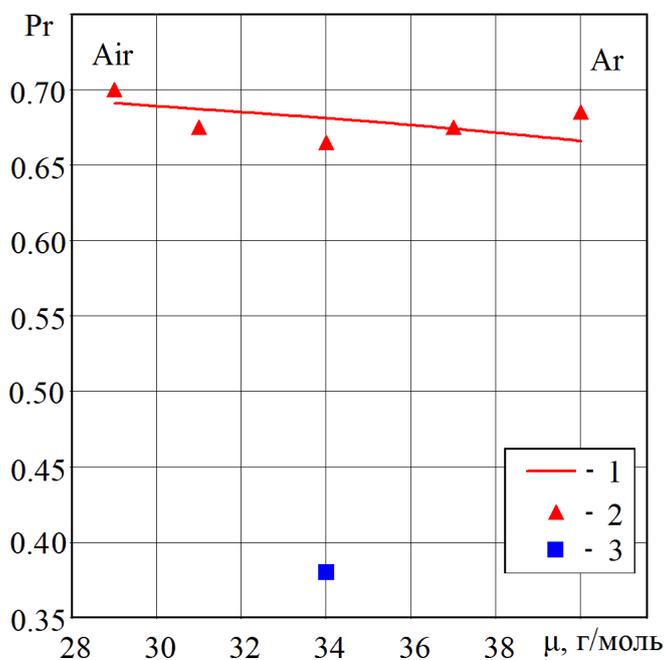
На рисунке 3 приведено графическое сопоставление значений критерия Прандтля, полученных по методике [28], с результатами работ [30, 31]. Графики представлены в зависимости от молекулярной массы для всех смесей инертных газов (за исключением радона Ra) для температуры 1200 К и давления 2 МПа. Из приведенных данных следует, что для He-Ar, He-Kr и He-Xe смесей можно получить значения критерия Прандтля, равные приблизительно 0,42, 0,30 и 0,22 (для молекулярных масс 20, 30-40 и 40-70 г/моль соответственно).

В работах [24, 32, 33] по результатам численных расчетов делался вывод о минимальном значении критерия Прандтля, равном 0,12 для He-Xe смеси (при мольной доле He 0,975), однако эти данные не подтверждаются результатами расчета по методике [28] и экспериментальными данными работ [26, 27, 29-31].

Интерес к инертным (благородным) газам объясняется тем, что они химически инертны и позволяют избежать проблем с загрязнением и коррозией [31], а также обеспечить безопасность работы установки (в отличие от бинарных смесей с водородом). Однако при всех достоинствах смесей инертных газов они имеют один существенный недостаток – очень высокую стоимость.

Смеси инертных и неинертных газов

Идея использования более дешевых компонентов для получения смесей с низким значением критерия Прандтля рассматривается в литературе уже достаточно долго. Для замены бинарных смесей инертных газов предлагались как смеси легкого гелия с более тяжелым компонентом, не являющимся инертным газом, так и смеси, основой которых He не служил.



1 – расчет по методике [28]; 2 – данные [35] для $T=288$ К; 3 – данные [34]

Рисунок 4. Зависимость значения критерия Прандтля для смеси Air-Ar от молекулярной массы смеси при давлении 2,2 МПа и температуре $T = 25^{\circ}\text{C}$

В работе [34], например, отмечалось, что полученное в ходе расчетов минимальное значение критерия Прандтля для смеси воздух-аргон (Air-Ar) равно 0,38. Сопоставление этих данных с расчетом по методике [28] и экспериментальными данными работы [35] этого не подтвердили (см. рис. 4).

В работе [36] рассматривалась смесь водород-воздух (H_2 -Air) с расчетным минимальным значением критерия Прандтля $Pr_{\min} = 0,42$, а в работе [25] приведены результаты расчета и эксперимента для смеси H_2 -Xe ($Pr_{\min} = 0,168$).

В работах [35, 36] приведены расчетные данные для смеси гелий - воздух (He-Air). Результаты обеих работ практически совпадают, показывая минимальное значение числа Прандтля, равное 0,45 при массовой доле гелия равной 0,2. Эти данные хорошо подтверждаются экспериментом, проведенным в 1960 году со смесью He-Air (данные взяты из [34]), в результате которого было получено $Pr_{\min}=0,45$. На рис. 5 представлены результаты расчетов по методике [28] для смеси He-воздух, проведенные для 300 К и 0,1 МПа и их сопоставление с данными работы [36].

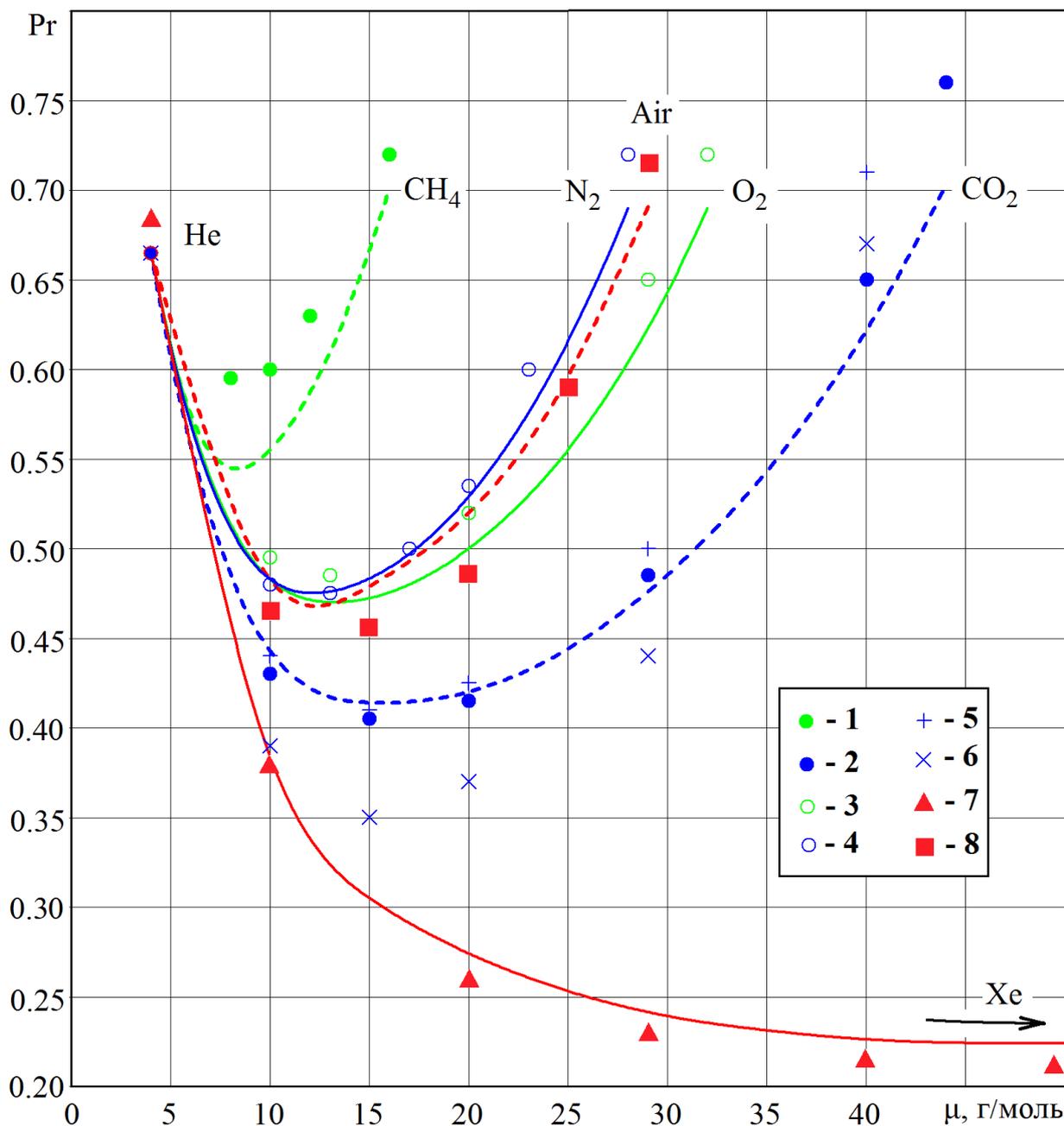
В работе [37] предлагается вместо дорогих смесей, состоящих только из инертных газов, использовать смесь гелия с углекислым газом CO_2 . В работе [38] указано, что $Pr_{\min} = 0,35$ для такой смеси при 30-ти %-ой объемной доле углекислого газа CO_2 .

Однако расчеты, выполненные по методике [28], расчетные данные работы [32] и расчетные и экспериментальные данные работы [25] для данной смеси дали значения несколько выше: $Pr_{\min} = 0,41 \dots 0,42$ при молекулярной массе смеси $\mu = 15$ (рис. 5).

В работе [33] предлагается использовать смесь гелия с азотом N_2 . Отмечено, что для такой смеси $Pr_{\min} = 0,48$ при мольной доле N_2 , равной 0,76. Эти данные хорошо соотносятся с результатами расчетов по методике [28], а также с данными работы [32] для 300 К и 0,1 МПа (рис. 5).

Наибольшее количество альтернативных смесей предложено в работах [24, 25, 32]. Среди рассматриваемых в них смесей интерес представляют: гелий-азот (He- N_2), гелий-кислород (He- O_2), гелий - углекислый газ (He- CO_2) и гелий-метан (He- CH_4).

На рисунке 5 приведены результаты расчета в программе Tetra (подробно методика расчета представлена в [28]) и расчетные и экспериментальные точки по данным работ [25, 26, 32, 36, 38]. Из рисунка видно, что на всех графиках наблюдается характерная вогнутость всех кривых (как и для бинарных смесей инертных газов), а также наглядно представлены все значения минимальных значений числа Прандтля. Расчеты проводились для давления 0,1 МПа и температуры 300 К.



Линии – расчеты по методике [28] при $p = 0,1$ МПа и $T = 300$ К; 1-4 – данные [32] для смесей He-CH₄, He-CO₂, He-O₂ и He-N₂ при $p = 0,1$ МПа и $T = 300$ К; 5 – данные [25] для смеси He-CO₂ при $p = 2,2$ МПа и $T = 25^\circ$ С (298 К); 6 – данные [38] для смеси He-CO₂ при $p = 2,2$ МПа и $T = 25^\circ$ С (298 К); 7 – данные [26] для смеси He-Xe при $p = 0,1$ МПа и $T = 291$ К; 8 – данные [36] для He-Air при $p = 0,1$ МПа и $T = 500^\circ$ R (288 К)

Рис. 5. Зависимость значения критерия Прандтля для смесей He с различными газами от молекулярной массы смеси

Заключение

Отработана численная методика определения значения критерия Прандтля для смесей газов в широком диапазоне температур и давлений и выполнена ее верификация по известным из литературных источников экспериментальным данным и результатам численных расчетов.

Показано хорошее совпадение полученных результатов с известными экспериментальными данными и большей частью результатов численных исследований других авторов.

Показано, что для бинарных и более сложных смесей газов на основе гелия (или любого «легкого» газа) в зоне близких массовых долей компонентов возникает локальный минимум значений критерия Прандтля. При этом значения критерия Прандтля для смеси снижается в 1,5-3,2 раза по сравнению со значениями для чистых компонентов. Большая степень снижения характерна для смесей с наибольшей разницей молекулярных масс компонентов (для He-Xe достигая 0,22 вместо 0,7 для компонентов).

Данное снижение связано с тем, что теплоемкость смеси меняется по линейному закону относительно массовой концентрации компонентов, а вязкость и теплопроводность – по более сложным законам. Это рассогласование и приводит к образованию локального минимума для значения критерия Прандтля.

На основании проведенных расчетов можно сделать вывод о целесообразности применения He-Xe смесей (или аналогичных других бинарных смесей «легких» и «тяжелых» компонентов) в устройствах, использующих эффект газодинамической температурной стратификации.

Список литературы

1. Eckert E., Drewitz O. Die Berechnung des Temperaturfeldes in der laminaren Grenzschicht schnell angeströmter, unbeheizter Körper // Luftfahrt-Forschung. 1942. Bd.19. S.189-196. (in German)
2. Кутателадзе С.С., Леонтьев А.И. Теплообмен и трение в турбулентном пограничном слое. М.: Энергоатомиздат. 1985. 320 с.
3. Петухов Б.С. Теплообмен в движущейся однофазной среде. Ламинарный пограничный слой: монография / под ред. А.Ф. Полякова. М.: Изд-во МЭИ, 1993. 350 с.
4. Бурцев С.А., Леонтьев А.И. Исследование влияния диссипативных эффектов на температурную стратификацию в потоках газа (обзор) // Теплофизика высоких температур . 2014. Т. 52, № 2. С. 310-322. DOI: [10.7868/S0040364413060069](https://doi.org/10.7868/S0040364413060069)
5. Леонтьев А.И. Способ температурной стратификации газа и устройство для его осуществления (Труба Леонтьева): пат. № 2106581 РФ. 1998. Бюл. № 7. 5 с.
6. Леонтьев А.И. Газодинамический метод энергоразделения газовых потоков // Теплофизика высоких температур. 1997. Т. 35, № 1. С. 157-159.
7. Леонтьев А.И. Температурная стратификация сверхзвукового газового потока // Доклады Академии Наук. 1997. Т. 354, № 4. С. 475-477.
8. Бурцев С.А. Исследование температурной стратификации газа // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 1998. № 2. С. 65-72.

9. Бурцев С.А. Оптимизация геометрии сверхзвукового канала в устройстве для энерго-разделения // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 1999. № 2. С. 48-54.
10. Научные основы технологий XXI века / под ред. А.И. Леонтьева, Н.Н. Пилюгина, Ю.В. Полежаева, В.М. Поляева. М.: УНПЦ «Энергомаш», 2000. 135 с.
11. Бурцев С.А., Леонтьев А.И. Температурная стратификация в сверхзвуковом потоке газа // Известия РАН. Энергетика. 2000. № 5. С. 101-113.
12. Бурцев С.А. Исследование температурного разделения в потоках сжимаемого газа: дис. ... канд. техн. наук. М., МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. 124 с.
13. Леонтьев А.И., Бурцев С.А., Визель Я.М., Чижиков Ю.В. Экспериментальное исследование газодинамической температурной стратификации природного газа // Газовая промышленность. 2002. № 11. С. 72-75.
14. Бурцев С.А. Исследование устройства температурной стратификации при работе на природном газе // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2004. № 9. Режим доступа: <http://technomag.bmstu.ru/doc/516097.html> (дата обращения 01.04.2014). DOI: [10.7463/0904.0516097](https://doi.org/10.7463/0904.0516097)
15. Бурцев С.А. Исследование работы устройства температурной стратификации на воде и природном газе // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2005. № 5. Режим доступа: <http://technomag.bmstu.ru/doc/529473.html> (дата обращения 01.04.2014). DOI: [10.7463/0505.0529473](https://doi.org/10.7463/0505.0529473)
16. Леонтьев А.И., Лущик В.Г., Якубенко А.Е. Коэффициент восстановления в сверхзвуковом потоке газа с малым числом Прандтля // Теплофизика высоких температур. 2006. Т. 44, № 2. С. 238-245.
17. Леонтьев А.И., Лущик В.Г., Макарова М.С. Температурная стратификация при отсосе пограничного слоя из сверхзвукового потока // Теплофизика высоких температур. 2012. Т. 50, № 6. С. 793-798.
18. Волчков Э.П., Макаров М.С. Газодинамическая температурная стратификация в сверхзвуковом потоке // Известия РАН. Энергетика. 2006. № 2. С. 19-31.
19. Ковальногов Н.Н., Федоров Р.В. Численный анализ коэффициентов восстановления и теплоотдачи в высокоскоростном потоке // Известия вузов. Авиационная техника. 2007. № 3. С. 54-58.
20. Ковальногов Н.Н., Магазинник Л.М. Численный анализ коэффициентов восстановления температуры и теплоотдачи в турбулентном дисперсном потоке // Известия вузов. Авиационная техника. 2008. № 2. С. 32-36.
21. Фокеева, Е.В., Ковальногов Н.Н. Повышение эффективности газодинамической температурной стратификации в дисперсном потоке // Тепловые процессы в технике. 2010. № 8. С. 338-341.
22. Бурцев С.А. Анализ влияния различных факторов на значение коэффициента восстановления температуры на поверхности тел при обтекании потоком воздуха. Обзор //

- Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2004. № 11. Режим доступа: <http://technomag.bmstu.ru/doc/551021.html> (дата обращения 01.04.2014). DOI: [10.7463/1104.0551021](https://doi.org/10.7463/1104.0551021)
23. Tijani M.E.H., Zeegers J.C.H., de Waele A.T.A.M. Prandtl number and thermoacoustic refrigerators // *The Journal of the Acoustical Society of America*. 2002. Vol. 112, no. 1. P. 134-143.
 24. Campo A., Papari M.M., Abu-Nada E. Estimation of the minimum Prandtl number for binary gas mixtures formed with light helium and certain heavier gases: Application to thermoacoustic refrigerators // *Applied Thermal Engineering*. 2011. Vol. 31, no. 16. P. 3142-3146. DOI: [10.1016/j.applthermaleng.2011.05.002](https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2011.05.002)
 25. Jun Liu, Guenter Ahlers. Rayleigh-Benard convection in binary-gas mixtures: Thermophysical properties and the onset of convection // *Physical Review E*. 1997. Vol. 55, no. 6. P. 6950-6968.
 26. Taylor M.F., Bauer K.E., McEligot D.M. Internal forced convection to low-Prandtl-number gas mixtures // *Int. J. Heat Mass Transfer*. 1988. Vol. 31, iss. 1. P. 13-25. DOI: [10.1016/0017-9310\(88\)90218-9](https://doi.org/10.1016/0017-9310(88)90218-9)
 27. Pickett P.E., Taylor M.F., McEligot D.M. Heated turbulent flow of helium-argon mixtures in tubes // *Int. J. Heat Mass Transfer*. 1979. Vol. 22, iss. 5. P. 705-719. DOI: [10.1016/0017-9310\(79\)90118-2](https://doi.org/10.1016/0017-9310(79)90118-2)
 28. Кочуров Д.С. Исследование транспортных и теплофизических свойств бинарных смесей инертных газов с использованием автоматизированной системы расчета Tetra // *Молодежный научно-технический вестник. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн.* 2014. № 2. Режим доступа: <http://sntbul.bmstu.ru/doc/708327.html> (дата обращения 08.05.2014).
 29. *Moulay El Hassan Tijani. Loudspeaker-driven thermo-acoustic refrigeration*: PhD thesis. Technische Universiteit Eindhoven, 2001. 170 p.
 30. Tournier J.-M.P., El-Genk M.S. Properties of noble gases and binary mixtures for closed Brayton Cycle applications // *Energy Conversion and Management*. 2008. Vol. 49, iss. 3. P. 469-492. DOI: [10.1016/j.enconman.2007.06.050](https://doi.org/10.1016/j.enconman.2007.06.050)
 31. El-Genk M.S., Tournier J.-M.P. Noble-Gas Binary Mixtures for Closed-Brayton-Cycle Space Reactor Power Systems // *Journal of Propulsion and Power*. 2007. Vol. 23, no. 4. P. 863-873. DOI: [10.2514/1.27664](https://doi.org/10.2514/1.27664)
 32. Diaz G., Campo A. Artificial neural networks to correlate in-tube turbulent forced convection of binary gas mixtures // *International Journal of Thermal Sciences*. 2009. Vol. 48, iss. 7. P. 1392-1397. DOI: [10.1016/j.ijthermalsci.2008.12.001](https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2008.12.001)
 33. Ibrahim A.H., Emam M., Hosny Omar, Karim Addas, Ehab Abdel-Rahman. Performance Evaluation of Thermoacoustic Engine Using Different Gases // *Proc. of the 19th International Congress on Sound and Vibration (Vilnius, Lithuania, 8-12 July 2012)*. 2012. P. 2609-2615.

34. Merkli P., Thomann H. Thermoacoustic effects in a resonance tube // Journal of Fluid Mechanics. 1975. Vol. 70, no. 1. P. 161-177.
35. Belcher J.R. A study of element interactions in thermoacoustic engines. Final report for contract N00014-03-I-0077. PARGUM report 96-01. 1996. 210 p.
36. Rubesin M.W., Pappas C.C. An analysis of the turbulent boundary-layer characteristics on a flat plate with distributed light-gas injection. Technical note 4149. National Advisory Committee for Aeronautics, 1958. 44 p.
37. Hanbing Ke, Yaling He, Yingwen Liu, Fuqing Cui. Mixture working gases in thermoacoustic engines for different applications // International Journal of Thermophysics. 2012. Vol. 33, iss. 7. P. 1143-1163.
38. Киров В.С., Кожелупенко Ю.Д., Тетельбаум С.Д. К вопросу об определении коэффициента теплообмена смесей газов с гелием и водородом // Инженерно-физический журнал. 1974. Т. 26, № 2. С. 226-228.

Investigation of the helium proportion influence on the Prandtl number value of gas mixtures

05, May 2014

DOI: 10.7463/0514.0710811

S.A. Burtsev, D.S. Kochurov, N.L.Schegolev

Bauman Moscow State Technical University, 105005, Moscow, Russian Federation

serg7573@pochta.rukochurov_ds@yahoo.comturbosh@power.bmstu.ru

The paper investigates an influence of helium fraction (light gases) on the Prandtl number value for binary and more complex gas mixtures.

It is shown that a low value of the Prandtl number (Pr-number) results in decreasing a temperature recovery factor value and, respectively, in reducing a recovery temperature value on the wall (thermoinsulated wall temperature) with the compressive gas flow bypassing it. This, in turn, allows us to increase efficiency of gasdynamic energy separation in Leontyev's tube.

The paper conducts a numerical research of the influence of binary and more complex gas mixture composition on the Prandtl number value. It is shown that a mixture of two gases with small and large molecular weight allows us to produce a mixture with a lower value of the Prandtl number in comparison with the initial gases. Thus, the value of Prandtl number decreases by 1.5-3.2 times in comparison with values for pure components (the more a difference of molar mass of components, the stronger is a decrease).

The technique to determine the Prandtl number value for mixtures of gases in the wide range of temperatures and pressure is developed. Its verification based on experimental data and results of numerical calculations of other authors is executed. It is shown that it allows correct calculation of binary and more complex mixtures of gases.

For the mixtures of inert gases it has been obtained that the minimum value of the Prandtl number is as follows: for helium - xenon mixtures (He-Xe) makes 0.2-0.22, for helium - krypton mixtures (He-Kr) – 0.3, for helium - argon mixtures (He-Ar) – 0.41.

For helium mixture with carbon dioxide the minimum value of the Prandtl number makes about 0.4, for helium mixture with N₂ nitrogen the minimum value of the Prandtl number is equal to 0.48, for helium-methane (CH₄) - 0.5 and helium – oxygen (O₂) – 0.46.

This decrease is caused by the fact that the thermal capacity of mixture changes under the linear law in regard to the mass concentration of components while the viscosity and heat conductivity change under more complicated laws. Just this mismatch leads to having the local minimum for the Prandtl number value.

Publications with keywords: [the gas-dynamic energy separation](#), [Prandtl number](#), [tube de Leontiev](#), [reduction factor of temperature](#), [gas mixture](#), [thermophysical properties](#)
Publications with words: [the gas-dynamic energy separation](#), [Prandtl number](#), [tube de Leontiev](#), [reduction factor of temperature](#), [gas mixture](#), [thermophysical properties](#)

References

1. Eckert E., Drewitz O. Die Berechnung des Temperaturfeldes in der laminaren Grenzschicht schnell angeströmter, unbeheizter Körper. *Luftfahrt-Forschung*, 1942, bd.19, ss.189-196. (in German)
2. Kutateladze S.S., Leont'ev A.I. *Teplomassoobmen i trenie v turbulentnom pograničnom sloe* [Heat-mass-exchange and friction in turbulent boundary layer]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1985. 320 p. (in Russian).
3. Petukhov B.S. *Teploobmen v dvizhushcheysya odnofaznoy srede. Laminarnyy pograničnyy sloy* [Heat exchange in a moving single-phase medium. Laminar boundary layer]. Moscow, MEI Publ., 1993. 350 p. (in Russian).
4. Burtsev S.A., Leont'ev A.I. [Study of the influence of dissipative effects on the temperature stratification in gas flows (Review)]. *Teplofizika vysokikh temperatur*, 2014, vol. 52, no. 2, pp. 310-322. DOI: [10.7868/S0040364413060069](https://doi.org/10.7868/S0040364413060069) (English translation: *High Temperature*, 2014, vol. 52, iss. 2, pp. 297-307. DOI: [10.1134/S0018151X13060060](https://doi.org/10.1134/S0018151X13060060)).
5. Leont'ev A.I. *Sposob temperaturnoi stratifikatsii gaza i ustroistvo dlja ego osushchestvleniia (Truba Leont'eva)* [The method of temperature stratification of gas and device for its implementation (Pipe Leontiev)]. Patent RF, no. 2106581. 1998. (in Russian).
6. Leont'ev A.I. [Gas-dynamic method of energy separation of gas flows]. *Teplofizika vysokikh temperatur*, 1997, vol. 35, no. 1, pp. 157-159. (in Russian).
7. Leont'ev A.I. [Thermal stratification of supersonic gas flow]. *Doklady Akademii Nauk*, 1997, vol. 354, no. 4, pp. 475-477. (in Russian).
8. Burtsev S.A. [Investigation of the temperature stratification of gas]. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Mashinostroenie - Herald of the Bauman MSTU. Ser. Mechanical Engineering*, 1998, no. 2, pp. 65-72. (in Russian).

9. Burtsev S.A. [Optimization of the geometry of supersonic channel in device for energy separation]. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Mashinostroenie - Herald of the Bauman MSTU. Ser. Mechanical Engineering*, 1999, no. 2, pp. 48-54. (in Russian).
10. Leont'ev A.I., Piliugin N.N., Polezhaev Iu.V., Poliaev V.M., eds. *Nauchnye osnovy tekhnologii 21 veka* [Scientific bases of technology of the 21 century]. Moscow, UNPTs "Energomash" Publ., 2000. 135 p. (in Russian).
11. Burtsev S.A., Leont'ev A.I. [Temperature stratification in supersonic gas flow]. *Izvestiia RAN. Energetika*, 2000, no. 5, pp. 101-113. (in Russian).
12. Burtsev S.A. *Issledovanie temperaturnogo razdeleniia v potokakh szhimaemogo gaza*. Kand. diss. [Investigation of temperature separation in the flows of compressible gas. Cand. diss.]. Moscow, 2001. 124 p. (in Russian).
13. Leont'ev A.I., Burtsev S.A., Vizel' Ia.M., Chizhikov Iu.V. [Experimental investigation of gas dynamic temperature stratification of natural gas]. *Gazovaia promyshlennost' - Gas Industry*, 2002, no. 11, pp. 72-75. (in Russian).
14. Burtsev S.A. [Investigation of the operation of temperature lamination device working on the natural gas]. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana - Science and Education of the Bauman MSTU*, 2004, no. 9. . DOI: [10.7463/0904.0516097](https://doi.org/10.7463/0904.0516097) (in Russian).
15. Burtsev S.A. [Investigation of the operation of temperature lamination device working on the water and natural gas]. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana - Science and Education of the Bauman MSTU*, 2005, no. 5. DOI: [10.7463/0505.0529473](https://doi.org/10.7463/0505.0529473) (in Russian).
16. Leont'ev A.I., Lushchik V.G., Yakubenko A.E. [The recovery factor in a supersonic flow of gas with a low Prandtl number]. *Teplofizika vysokikh temperatur*, 2006, vol. 44, no. 2, pp. 238-245. (English translation: *High Temperature*, 2006, vol. 44, iss. 2, pp. 234-242. DOI: [10.1007/s10740-006-0029-8](https://doi.org/10.1007/s10740-006-0029-8)).
17. Leont'ev A.I., Lushchik V.G., Makarova M.S. [Temperature stratification under suction of the boundary layer from a supersonic flow]. *Teplofizika vysokikh temperatur*, 2012, vol. 50, no. 6, pp. 793-798. (English translation: *High Temperature*, 2012, vol. 50, iss. 6, pp. 739-743. DOI: [10.1134/S0018151X12060065](https://doi.org/10.1134/S0018151X12060065))
18. Volchkov E.P., Makarov M.S. [Gas-dynamic temperature stratification in a supersonic flow]. *Izvestiya RAN. Energetika*, 2006, no. 2, pp. 19-31. (in Russian).
19. Koval'nogov N.N., Fedorov R.V. [Numerical analysis of the coefficients of temperature restitution and heat transfer in high-speed flows]. *Izvestiya vuzov. Aviatsionnaya tekhnika*, 2007, no. 3, pp. 54-58.

20. Koval'nogov N.N., Magazinnik L.M. [Numerical analysis of coefficients of temperature restitution and heat transfer in a turbulent dispersed flow]. *Izvestiya vuzov. Aviatsionnaya tekhnika*, 2008, no. 2, pp. 32-36. (in Russian).
21. Fokeeva, E.V., Koval'nogov N.N. [Increase of Efficiency of Gas-Dynamical Temperature Stratification in the Disperse Stream]. *Teplovye protsessy v tekhnike - Thermal Processes in Engineering*, 2010, no. 8, pp. 338-341. (in Russian).
22. Burtsev S.A. [Analysis of influence of different factors on the value of the temperature recovery factor at object surfaces in case of an airflow. Review]. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana - Science and Education of the Bauman MSTU*, 2004, no. 11. DOI: [10.7463/1104.0551021](https://doi.org/10.7463/1104.0551021) (in Russian).
23. Tijani M.E.H., Zeegers J.C.H., de Waele A.T.A.M. Prandtl number and thermoacoustic refrigerators. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2002, vol. 112, no. 1, pp. 134-143.
24. Campo A., Papari M.M., Abu-Nada E. Estimation of the minimum Prandtl number for binary gas mixtures formed with light helium and certain heavier gases: Application to thermoacoustic refrigerators. *Applied Thermal Engineering*, 2011, vol. 31, no. 16, pp. 3142-3146. DOI: [10.1016/j.applthermaleng.2011.05.002](https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2011.05.002)
25. Jun Liu, Guenter Ahlers. Rayleigh-Benard convection in binary-gas mixtures: Thermophysical properties and the onset of convection. *Physical Review E*, 1997, vol. 55, no. 6, pp. 6950-6968.
26. Taylor M.F., Bauer K.E., McEligot D.M. Internal forced convection to low-Prandtl-number gas mixtures. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 1988, vol. 31, iss. 1, pp. 13-25. DOI: [10.1016/0017-9310\(88\)90218-9](https://doi.org/10.1016/0017-9310(88)90218-9)
27. Pickett P.E., Taylor M.F., McEligot D.M. Heated turbulent flow of helium-argon mixtures in tubes. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 1979, vol. 22, iss. 5, pp. 705-719. DOI: [10.1016/0017-9310\(79\)90118-2](https://doi.org/10.1016/0017-9310(79)90118-2)
28. Kochurov D.S. [Investigation of transport and thermophysical properties of binary mixtures of inert gases with the use of Tetra automated system of calculation]. *Molodezhnyy nauchno-tekhnicheskiy vestnik. MGTU im. N.E. Baumana*, 2014, no. 2. Available at: <http://sntbul.bmstu.ru/doc/708327.html> , accessed 08.05.2014. (in Russian).
29. Moulay El Hassan Tijani. *Loudspeaker-driven thermo-acoustic refrigeration. PhD thesis.* Technische Universiteit Eindhoven, 2001. 170 p.

30. Tournier J.-M.P., El-Genk M.S. Properties of noble gases and binary mixtures for closed Brayton Cycle applications. *Energy Conversion and Management*, 2008, vol. 49, iss. 3, pp. 469-492. DOI: [10.1016/j.enconman.2007.06.050](https://doi.org/10.1016/j.enconman.2007.06.050)
31. El-Genk M.S., Tournier J.-M.P. Noble-Gas Binary Mixtures for Closed-Brayton-Cycle Space Reactor Power Systems. *Journal of Propulsion and Power*, 2007, vol. 23, no. 4, pp. 863-873. DOI: [10.2514/1.27664](https://doi.org/10.2514/1.27664)
32. Diaz G., Campo A. Artificial neural networks to correlate in-tube turbulent forced convection of binary gas mixtures. *International Journal of Thermal Sciences*, 2009, vol. 48, iss. 7, pp. 1392-1397. DOI: [10.1016/j.ijthermalsci.2008.12.001](https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2008.12.001)
33. Ibrahim A.H., Emam M., Hosny Omar, Karim Addas, Ehab Abdel-Rahman. Performance Evaluation of Thermoacoustic Engine Using Different Gases. *Proc. of the 19th International Congress on Sound and Vibration*, Vilnius, Lithuania, 8-12 July, 2012, pp. 2609-2615.
34. Merkli P., Thomann H. Thermoacoustic effects in a resonance tube. *Journal of Fluid Mechanics*, 1975, vol. 70, no. 1, pp. 161-177.
35. Belcher J.R. *A study of element interactions in thermoacoustic engines*. Final report for contract N00014-03-I-0077. PARGUM report 96-01, 1996. 210 p.
36. Rubesin M.W., Pappas C.C. *An analysis of the turbulent boundary-layer characteristics on a flat plate with distributed light-gas injection*. Technical note 4149. National Advisory Committee for Aeronautics, 1958. 44 p.
37. Hanbing Ke, Yaling He, Yingwen Liu, Fuqing Cui. Mixture working gases in thermoacoustic engines for different applications. *International Journal of Thermophysics*, 2012, vol. 33, iss. 7, pp. 1143-1163.
38. Kirov V.S., Kozhelupenko Yu.D., Tetel'baum S.D. [On the determination of the heat transfer coefficient of gas mixtures with helium and hydrogen]. *Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal*, 1974, vol. 26, no. 2, pp. 226-228. (in Russian).