электронный журнал
МОЛОДЕЖНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК
Издатель ФГБОУ ВПО "МГТУ им. Н.Э. Баумана". Эл No. ФС77-51038.

УДК 621.396

Анализ спектров радионавигационных сигналов с использованием крупноапертурной антенны

***Валуев Е.В.**, студент*
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
кафедра «Радиоэлектронные системы и устройства»

Научный руководитель: Власов И.Б., д.т.н, профессор
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
кафедра «Радиоэлектронные системы и устройства»
bauman@bmstu.ru

Введение. В настоящее время глобальные навигационные спутниковые системы (ГНСС) получают все более широкое распространение в различных сферах применения. Для повышения технических характеристик системы необходим контроль качества радионавигационных сигналов, излучаемых навигационными космическими аппаратами (НКА). Отсутствие такого контроля может привести к ситуации, аналогичной имевшей место с НКА SVN19 GPS, когда из-за искажения формы дальномерного кода сигнала его использование при решении задачи навигационно-временных измерений (НВО) приводило к существенному ухудшению точности, причем этот факт оставался незамеченным в течение нескольких лет [1]. Подобные искажения в той или иной степени присутствуют в сигнале любого спутника и сказываются на качестве решения потребителем задачи НВО. Аномалии навигационного поля могут быть обнаружены в реальном масштабе времени специализированными приемниками контроля качества (SQM) [2], однако для их подробного анализа необходимо использовать прецизионные измерительные комплексы иного рода.

Характер радионавигационных сигналов ГНСС таков, что для типовой аппаратуры потребителя (АП) мощность принимаемого сигнала на широкополосном входе приемного устройства оказывается существенно меньше мощности собственных шумов приемной аппаратуры. Одним из способов повышения отношения сигнал-шум является сжатие широкополосного сигнала путем корреляционной обработки. Для сигнала стандартной точности (СТ) ГНСС ГЛОНАСС такой подход позволяет получить на интервале накопления 1 мс энергетический выигрыш порядка 27 дБ. Недостатком указанного метода является низкая информационная емкость сигнала в узкополосной части приемного тракта, а также необходимость длительного временного накопления для достижения высокой точности оценки параметров сигнала. Альтернативой является использование крупноапертурной антенны с высоким коэффициентом усиления, осуществляющей повышение отношения сигнал-шум на входе измерительного приемника за счет пространственного накопления сигнала. Энергетический выигрыш при таком подходе определяется коэффициентом усиления антенны и, в случае зеркальной антенны, пропорционален квадрату диаметра. В диапазоне L1 при диаметре зеркала двадцать метров коэффициент усиления составляет:

$$G = 10 \cdot \log\left(\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot R^2}{\lambda^2} \cdot \eta \cdot \gamma\right) = 10 \cdot \log\left(\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 10^2}{0.18^2} \cdot 0.9 \cdot 0.6\right) = 48.2\,дБ,$$

где R – радиус антенного зеркала, η – КПД антенны, γ – коэффициент использования площади раскрыва.

При таком коэффициенте усиления мощность сигнала в широкополосной части приемного тракта превышает мощность теплового шума приемника, позволяя решать задачи, связанные с прецизионным измерением параметров сигнала. Отношение мощности сигнала к спектральной плотности мощности внутренних шумов на входе приемника при этом составит:

$$\qquad + G - N_0 \approx -165 + 48.2 - (-202.5) = 85\,дБГц,$$

где $P_{0дБ}$ – мощность сигнала, принимаемого у поверхности земли на гипотетическую изотропную антенну, N_0 – спектральная плотность мощности теплового шума.

В данной работе рассматривается применение инструмента подобного рода для анализа спектров радионавигационных сигналов. Рассматриваемой задачей является определение соответствия спектра принимаемого сигнала его теоретическому эталону.

Критерий оценки степени соответствия спектра. Одним из методов определения степени соответствия спектра принимаемого сигнала теоретическому может являться визуальное сопоставление наблюдаемых спектрограмм. Очевидно, такой способ имеет определенные недостатки: наличие субъективности в формируемом оператором решении, высокая вероятность ошибки при наличии шума в принимаемом сигнале. Более логичным с технической точки зрения является использование некоторого количественного критерия, который характеризовал бы степень отличия спектра принимаемого сигнала от его эталона и формировал бы решение о наличии искажений. В виду случайности характера принимаемого сигнала, данный критерий должен строиться на основе аппарата математической статистики. Одним из распространённых методов проверки статистических гипотез является критерий хи-квадрат. В соответствии с этим критерием осуществляется формирование некоторой решающей статистики, которая в случае выполнения одной из гипотез распределена по закону хи-квадрат распределения. Рассмотрим возможность формирования такой статистики применительно к анализу спектра сигнала.

Анализируемый сигнал $y(t)$ представляет собой аддитивную смесь полезного сигнала $s(t)$ с гауссовским белым шумом $n(t)$:

$$y(t) = s(t) + n(t), \tag{1}$$

$$s(t) = A_m \cdot h_{\partial\kappa}(t) \cdot \cos((\omega_0 + \omega_\partial)t + \varphi_0), \tag{2}$$

где $h_{\partial\kappa}(t)$ – модулирующий дальномерный код сигнала с периодом $T_{\partial\kappa}$, A_m – амплитуда сигнала, ω_∂ – доплеровский сдвиг несущей частоты, φ_0 – начальная фаза.

Величины A_m, φ_0, ω_∂ являются случайными параметрами сигнала $s(t)$, однако алгоритмы оптимальной фильтрации при рассматриваемой энергетике сигнала позволяют получить их оценки $\hat{A}_m$, $\hat{\varphi}_0$, $\hat{\omega}_\partial$ с высокой точностью. Поэтому данные величины могут считаться известными. С учетом этого под эталонным спектром будет пониматься преобразование Фурье от сигнала $\hat{s}(t)$:

$$\hat{s}(t) = h_{\partial\kappa}(t) \cdot \hat{A}_m \cdot \cos((\omega_0 + \hat{\omega}_\partial)t + \hat{\varphi}_0).$$

Амплитуды спектральных составляющих сигнала $\hat{s}(t)$ при анализе на интервале наблюдения $[0, T_{\partial\kappa}]$ определяются в соответствии с выражениями:

$$A_k = \frac{1}{T_{\partial\kappa}} \int_0^{T_{\partial\kappa}} s(t) \cdot e^{-j\omega_k t} dt = X_k - jY_k,$$

$$X_k = \frac{1}{T_{\partial\kappa}} \int_0^{T_{\partial\kappa}} s(t) \cdot \cos(\omega_k t) dt,$$

$$Y_k = \frac{1}{T_{\partial\kappa}} \int_0^{T_{\partial\kappa}} s(t) \cdot \sin(\omega_k t) dt,$$

$$\omega_k = \frac{2\pi k}{T_{\partial\kappa}}, k = -\infty, \ldots, +\infty.$$

Амплитудные составляющие спектра сигнала $y(t)$ $X_{y(t),k}$ и $Y_{y(t),k}$ получаются в результате линейного преобразования исходного сигнала, следовательно, являются гауссовскими случайными величинами с математическим ожиданием и дисперсией:

$$M[X_{y(t),k}] = M\left[\frac{1}{T_{\partial\kappa}}\int_0^{T_{\partial\kappa}} y(t)\cdot\cos(\omega_k t)dt\right] = X_k\,,$$

$$D[X_{y(t),k}] = M\left[\left(\frac{1}{T_{\partial\kappa}}\int_0^{T_{\partial\kappa}} y(t)\cdot\cos(\omega_k t)dt\right)^2\right] - X_k^2 = \frac{N_0}{2T_{\partial\kappa}}\,,$$

$$\sigma_X = \sqrt{\frac{N_0}{2T_{\partial\kappa}}}\,,$$

где N_0 – односторонняя спектральная плотность мощности белого шума $n(t)$.

Выполнив аналогичные преобразования для составляющей $Y_{y(t),k}$ получим, что

$$M[Y_{y(t),k}] = Y_k\,,\ \sigma_Y = \sigma = \sqrt{\frac{N_0}{2T_{\partial\kappa}}}\,.$$

Рассмотрим величину $J(N)$, представляющую собой сумму N квадратов нормированных и центрированных отсчетов комплексного спектра принимаемого сигнала:

$$J(N) = \sum_{k=1}^{N}\frac{\left(X_{y(t),k} - X_k\right)^2 + \left(Y_{y(t),k} - Y_k\right)^2}{\sigma^2}\,. \qquad (3)$$

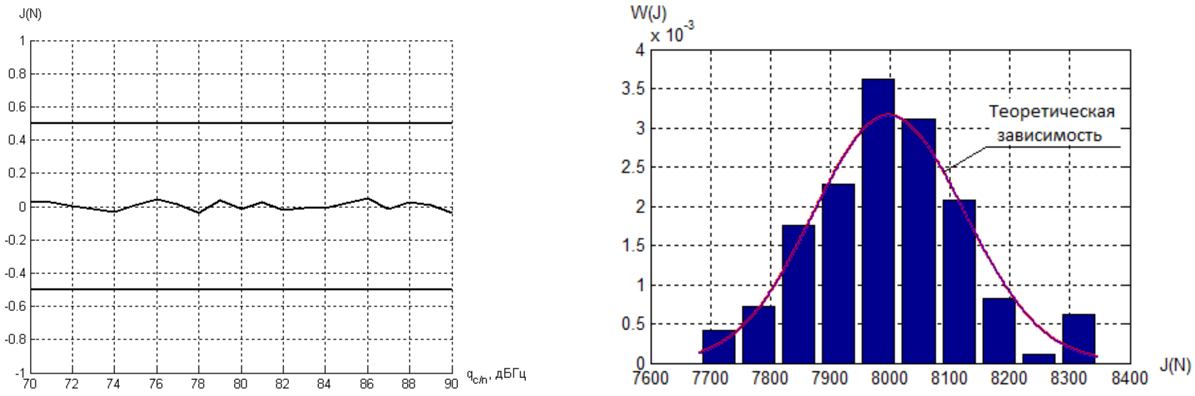
Так как величины $\frac{\left(X_{y(t),k} - X_k\right)^2}{\sigma^2}$ и $\frac{\left(Y_{y(t),k} - Y_k\right)^2}{\sigma^2}$ являются нормальными случайными величинами с единичными дисперсиями и нулевыми математическими ожиданиями, величина $J(N)$ распределена по закону центрального хи-квадрат распределения с числом степеней свободы $2N$.

Пусть гипотеза H_0 означает, что рассматриваемый сигнал $y(t)$ соответствует соотношениям (1) и (2), гипотеза H_1 – принимаемый сигнал имеет другое статистическое описание. В случае если выполняется соотношение (4), с уровнем значимости α принимается решение в пользу гипотезы H_0:

$$\left(\chi^2(2N,1-\alpha)\right)^{-1} \le J(N) \le \left(\chi^2(2N,\alpha)\right)^{-1}, \tag{4}$$

где $\left(\chi^2(2N,1-\alpha)\right)^{-1}$ и $\left(\chi^2(2N,\alpha)\right)^{-1}$ – квантили хи-квадрат распределения с числом степеней свободы $2N$ по уровням $1-\alpha$ и α соответственно.

На рис. 1, *а* приведена зависимость нормированной величины усредненной решающей статистки $J(N)$ от отношения мощности сигнала к мощности шума в полосе 1 Гц $q_{c/n}$, полученная в результате моделирования при отсутствии искажений в спектре принимаемого сигнала. Значение уровня значимости $\alpha = 2.5\%$, размер выборки спектральных отсчетов $N = 4000$, число усреднений 100. На рис. 1, *б* изображена плотность вероятности распределения величины $J(N)$.



а б

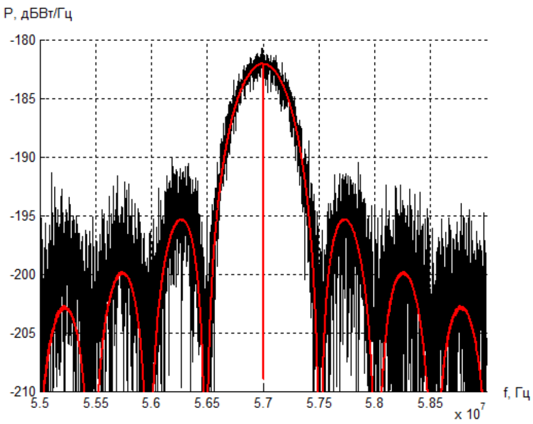
Рис. 1. Зависимость усредненной решающей статистики $J(N)$ от величины отношения сигнал-шум $q_{c/n}$ (а) и сопоставление гистограммы распределения $J(N)$ с теоретической плотностью вероятности (б)

Приведенное на рис. 1, *а* значение 0.5 соответствует границе $\left(\chi^2(2N,1-\alpha)\right)^{-1}$, значение минус 0.5 соответствует границе $\left(\chi^2(2N,\alpha)\right)^{-1}$. Как видно из графиков, при совпадении спектров при любом отношении сигнал – шум распределение решающей статистки сосредоточено в доверительном интервале.

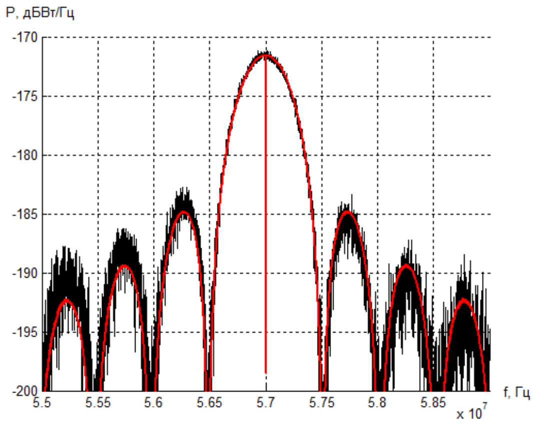
Анализ влияния искажений спектра сигнала на формируемый критерий. В данном разделе будет рассмотрено поведение введенного критерия в случае наличия линейных искажений в спектре принимаемого сигнала. Простейшим примером таких искажений может являться асимметрия спектра. Этот случай и будет разобран.

Анализ будет проводиться путем моделирования сигнала (1) и вычислении зависимости $J(N)$ по соотношению (3). Параметры при моделировании выбирались в соответствии с ведущимися разработками по конструированию прецизионного комплекса мониторинга радионавигационных сигналов: несущая частота сигнала $f_0 = 1602\ МГц$, частота дискретизации $f_д = 515\ МГц$, длительность выборки сигнала $T = 1\ мс$, размер выборки спектральных отсчетов $N = 4000$, полоса анализа $F = 4\ МГц$, уровень значимости $\alpha = 2.5\%$. Сигнал оцифровывается в 7-ой зоне Найквиста и отображается на частоту $f_c = 57\ МГц$. Вычисление спектральных отсчетов выполнялось с помощью алгоритма быстрого преобразования Фурье (БПФ).

На рис. 2 приведены спектры сигналов для случая наличия асимметрии в спектре сигнала и отношениях сигнал-шум $q_{c/n} = 80\ дБГц$ и $q_{c/n} = 90\ дБГц$.



а



б

Рис. 2. Спектры сигналов при $q_{c/n} = 80\ дБГц$ (а) и $q_{c/n} = 90\ дБГц$ (б)

Вид частотной характеристики фильтра, использовавшегося для получения искажений, приведен на рис. 3.

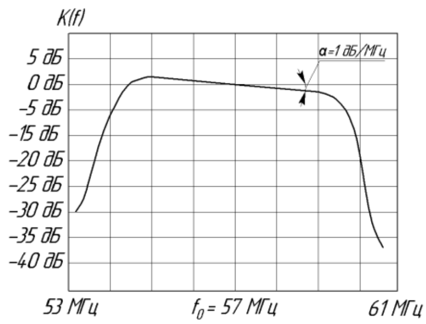


Рис. 3. Вид частотной характеристики фильтра, использовавшегося для получения искажений

В пределах полосы анализа коэффициент передачи фильтра $K(f)$ изменяется с крутизной $\alpha = 1\, дБ / МГц$. Коэффициент передачи фильтра на частоте несущей $K_0 = 0\, дБ$.

На рис. 4 приведена нормированная зависимость усредненной решающей статистки $J(N)$, рассчитанная по приведенным спектрам, от отношения мощности сигнала к мощности шума в полосе 1 Гц. Усреднение осуществлялось по 100 выборкам. Из графика следует, что при малом отношении сигнал шум, вследствие сильной зашумленности спектра вероятность ошибочного принятия решения в пользу гипотезы H_0 высока.

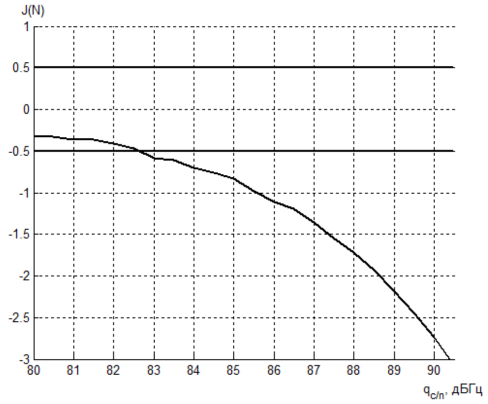


Рис. 4. Зависимость усредненной решающей статистки $J(N)$ от отношения сигнал-шум $q_{c/n}$ при наличии асимметрии в спектре сигнала

Применимость критерия при различных отношениях сигнал-шум характеризует вероятность ошибки P_2 – вероятность принятия гипотезы H_0 при верности гипотезы H_1. В задачах математической статистики данную ошибку называют ошибкой второго рода [3].

Теоретическую зависимость вероятности ошибки второго рода можно определить следующим образом. В случае наличия систематического (не обусловленного шумом) отличия в спектрах идеального и реального сигналов, величина $J(N)$ представляет собой сумму $2N$ числа случайных величин, распределенных по нормальному закону с единичными дисперсиями и ненулевыми математическими ожиданиями m_i. Распределение статистики $J(N)$ при этом будет подчиняться нецентральному хи-квадрат распределению $\chi^2(\tilde{\lambda}$, где $\tilde{\lambda}$ $_{k=1}$ σ – параметр нецентральности распределения. Применительно к рассматриваемому случаю величина $\tilde{\lambda}$ определяется соотношением:

$$\tilde{\lambda} = \sum_{k=1}^{N} \frac{\left(X_k \cdot K_k - X_k\right)^2 + \left(Y_k \cdot K_k - Y_k\right)^2}{\sigma^2} = \sum_{k=1}^{N} \frac{A_k^2 \cdot \left(K_k - 1\right)^2}{\sigma^2}, \qquad (5)$$

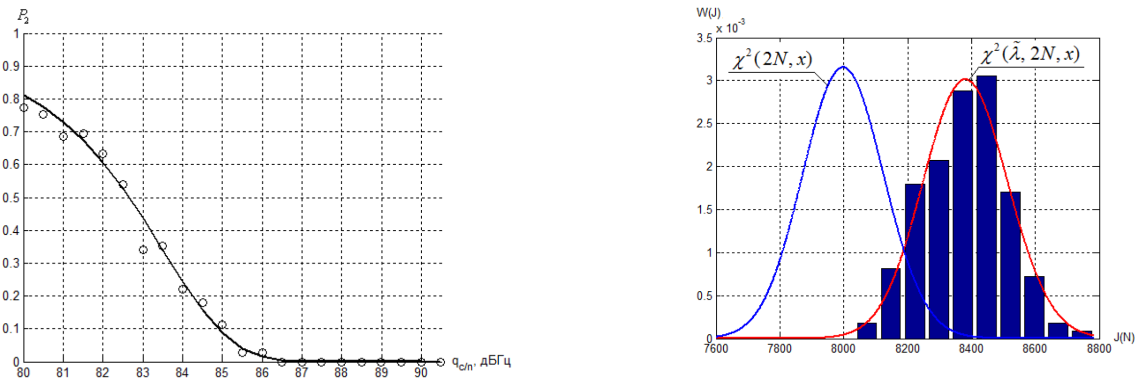
где K_k – коэффициенты АЧХ фильтра, приведенного на рис. 3.

Зависимость вероятности ошибки второго рода P_2 в этом случае будет определяться как:

$$P_2 = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \chi^2(\tilde{\lambda}, 2N, x)\,dx, \qquad (6)$$

где $x_{\min} = \left(\chi(2N, 1-\alpha)\right)^{-1}$, $x_{\min} = \left(\chi(2N, \alpha)\right)^{-1}$ – квантили распределения хи-квадрат с числом степеней свободы $2N$ по уровням $1-\alpha$ и α.

На рис. 5, *а* приведено сопоставление теоретической зависимости вероятности ошибки P_2 с зависимостью, полученной моделированием. На рис. 5, *б* показаны плотности распределения решающей статистики $J(N)$.



а б

Рис. 5. Зависимость вероятности ошибки P_2 от отношения сигнал-шум (а) и гистограмма распределения величины $J(N)$ (б)

Гистограмма характеризует плотность вероятности, полученную в результате моделирования. Красным цветом показана теоретическая зависимость плотности вероятности величины $J(N)$, синим цветом – распределение в случае отсутствия искажений в спектре. Теоретическая зависимость плотности вероятности и гистограмма построены для случая $q_{c/n} = 85\ дБГц$. На рис. 5, *а* сплошной линией показана теоретическая зависимость вероятности ошибки второго рода P_2, точками – результаты моделирования.

При $q_{c/n} > 87\ дБГц$ вероятность ошибки второго рода пренебрежимо мала, эту границу можно считать условием применимости рассматриваемого критерия при наличии указанных искажений.

Соотношения (5) и (6) показывают, что вероятность ошибки зависит не только от характера искажений спектра сигнала, но и от размера выборки N. Эффективность критерия при различных значениях N будем характеризовать величиной соотношения сигнал-шум $q_{c/n}^{0.05}$, достаточного для достижения вероятности ошибки $P_2 < 0.05$.

На рис. 6 приведена зависимость $q_{c/n}^{0.05}$ от числа точек анализа N.

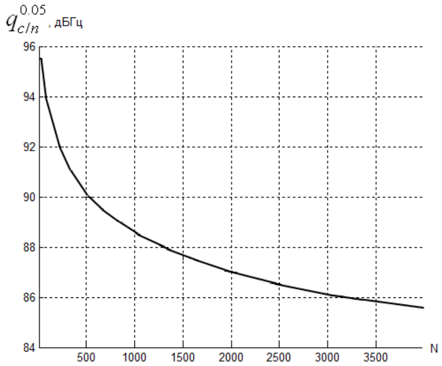


Рис. 6. Зависимость отношения сигнал-шум $q_{c/n}^{0.05}$ от числа точек анализа N

График показывает, что с увеличением числа точек увеличивается энергетический выигрыш. Вычислительная сложность алгоритма при этом не возрастает, так как максимальными вычислительными затратами в данном случае обладает операция БПФ, использующаяся для определения спектральных отсчетов. Поэтому целесообразно использовать максимальное число точек анализа, которое определяется числом спектральных отсчетов, попавших в полосу анализа. При анализе спектра сигнала в полосе $F = 4\ МГц$, и интервале анализа $T = 1\ мс$ максимальное число точек анализа составляет:

$$N_{\max} = \frac{F}{(1/T)} = F \cdot T = 4 \cdot 10^6 \cdot 10^{-3} = 4000.$$

Увеличение длительности интервала анализа увеличивает разрешающую способность алгоритма БПФ, и как следствие максимальное число частотных отсчетов, которые могут использоваться для определения величины $J(N)$. Однако из рис. 6 видно, что при большой величине N происходит некоторое “насыщение” и дальнейшее увеличение N приводит к незначительному энергетическому выигрышу. Поэтому целесообразно ограничиться интервалом анализа [0, 1 мс].

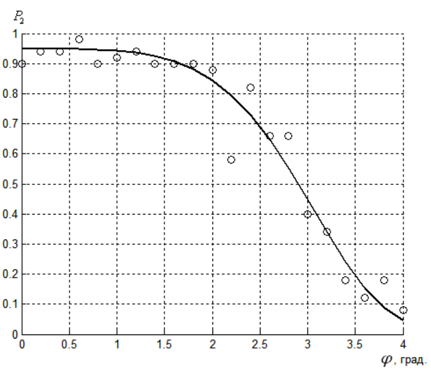
Влияние рассогласования параметров опорного сигнала. Для формирования решающей статистики $J(N)$ необходимо знание частоты и фазы несущей радиосигнала. Так как данные параметры являются случайными при приеме, очевидно, их значение неизвестно. Однако вместо них при формировании статистики могут использоваться их оценки. Определим влияние погрешности их значения на поведение рассматриваемого критерия.

Решающая статистика $J(N)$ в случае отклонения фазы опорного сигнала будет распределена по закону нецентрального хи-квадрат распределения с числом степеней свободы $2N$ и параметром нецентральности:

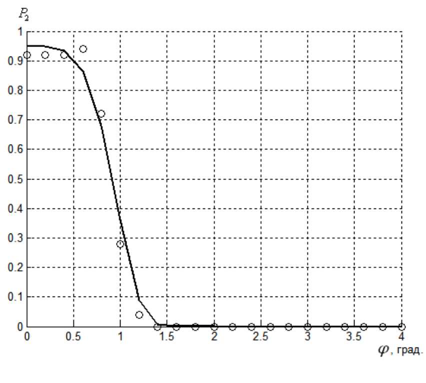
$$\sum_{k=1} \frac{-\cos(\varphi))\left(A_k^2-2\cdot\sin(\varphi)\cdot X_k\cdot Y_k\right)}{\sigma^2},$$

где φ – ошибка в оценке фазы несущей частоты.

Зависимости вероятности ошибки второго рода при $q_{c/n}=80\ дБГц$ и $q_{c/n}=90\ дБГц$ приведены на рис. 7.



а



б

Рис. 7. Зависимость вероятности ошибки P_2 от ошибки в оценке фазы несущей при $q_{c/n}=80\ дБГц$ (а) и $q_{c/n}=90\ дБГц$ (б)

Черной линией показана теоретическая зависимость, точками – результат моделирования.

Аналогичная зависимость вероятности ошибки P_2 от расстройки частоты несущей, полученная по результатам моделирования при $q_{c/n} = 90\ дБГц$, приведена на рис. 8.

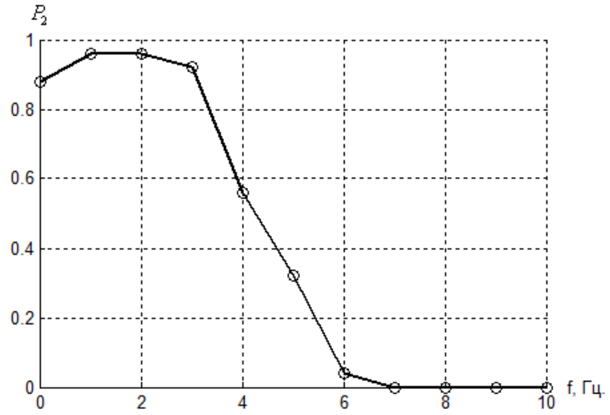


Рис. 8. Зависимость вероятности ошибки P_2 от ошибки в оценке частоты несущей при

$$q_{c/n} = 90\ дБГц$$

Как можно увидеть из приведенных иллюстраций, ошибки в оценке частоты и фазы несущей не оказывают существенного влияния на формируемый критерий при значениях рассогласования менее 2 Гц по частоте и 0.5 град. по фазе. Отметим, что крупноапертурная антенна позволяет оценивать данные величины с более высокой точностью. Следовательно, влияние неточности оценки параметров сигнала на формируемый критерий будет отсутствовать.

Заключение. Результаты выполнения работы:

1. Предложен метод проверки соответствия спектров принимаемых радионавигационных сигналов их теоретическим эталонам.
2. Проведен анализ поведения критерия при наличии искажений типа асимметрии спектра сигнала.
3. Определены условия применимости данного метода в рамках рассмотренных искажений: определены граничные значения отношения сигнал-шум, достаточные для получения достоверного решения.
4. Определена степень применимости данного метода в зависимости от точностей оценок начальной фазы и частоты несущей анализируемого сигнала.
5. Определены оптимальные параметры размера выборки N с позиций компромисса между точностью критерия и вычислительной сложностью алгоритма.

Список литературы

1. Edgar C., Czopek F., Barker B. A Co-operative Anomaly Resolution on PRN-19 // ION GPS 1999: Proceedings of the 12th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (Nashville, Tennessee, USA, 14-17 September 1999). pp. 2281-2284.
2. Тюбалин В.В., Цветков А.О., Шувалов А.В. Исследование алгоритмов обнаружения аномалий навигационных сигналов. Научно-технические серии. Выпуск 3. Радионавигационные технологии. Коллективная монография // под ред. А.И. Перова, И.Б. Власова. М.: Радиотехника, 2013. С. 116-120.
3. Математическая статистика: Учеб. для вузов / В.Б. Горяинов, И.В. Павлов, Г.М. Цветкова и др.; под. ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. 424 с.