электронный журнал
МОЛОДЕЖНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК
Издатель ФГБОУ ВПО "МГТУ им. Н.Э. Баумана". Эл No. ФС77-51038.

УДК 535.4

Моделирование основных параметров чирпированных брэгговских решеток для использования их в качестве стретчеров и компрессоров лазерных импульсов

***Зубко А. Е.**, студент*
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
кафедра «Техническая физика»

Научный руководитель: Воробьев Н.С., к.ф.-м.н.
Россия, 119991, г. Москва, ИОФ РАН
fn@bmstu.ru

Введение

Брэгговская решетка (БР) представляет собой одномерную структуру с периодическим изменением показателя преломления. Наиболее распространены так называемые распределенные брэгговские отражатели, которые являются БР с постоянным периодом. Наибольшая отражательная способность (дифракционная эффективность, ДЭ) БР достигается в некотором диапазоне длин волн около центральной длины волны, для которой выполняется условие Брэгга. Свет с другой длиной волны проходит через БР, не отражаясь.

Чирпированной брэгговской решеткой (ЧБР) называется БР, имеющая зависимость периода вдоль направления распространения света (чирп). ДЭ таких решеток остается высокой для широкого диапазона длин волн. Разные длины волн отражаются от ЧБР на разной глубине, имеющей соответствующий период. Наиболее распространены ЧБР с линейным чирпом.

Одним из основных применений ЧБР является их использование в качестве стретчеров и компрессоров в методе усиления чирпированных импульсов [1, 2] (*Chirped pulse amplification*, *CPA*). *CPA* реализуется следующим образом: генерируемый лазером импульс приобретает дисперсию групповых скоростей (ДГС), проходя через стретчер (обычно пара призм или дифракционных решеток), растягивается во времени и становится на порядки менее мощным; далее импульс проходит через усилители и попадает в компрессор, который компенсирует приобретенную им ДГС; на выходе имеем усиленный импульс, близкий по форме и длительности к исходному. *CPA* в настоящее время является основным методом получения ультракоротких лазерных импульсов наибольшей мощности.

В данной статье будет построена модель, предназначенная для получения частотных характеристик стретчеров и компрессоров на основе ЧБР. Затем для определенного исходного импульса будут получены временные профили отраженных импульсов. Также будут рассмотрены недостатки простейших ЧБР и методы их устранения. Будут приведены результаты для некоторых частных случаев применения данных методов. В заключение будут показаны импульсы, отраженные от стретчера и компрессора.

Математическая модель

В данной модели БР представляется в виде одномерной слоистой среды, в которой каждый слой имеет некоторый показатель преломления и длину. За границами БР находится однородная среда, например воздух. В нашей задаче будем рассматривать три волновых пакета (импульса): падающий, прошедший и отраженный. В качестве исходного импульса возьмем спектрально-ограниченный (без фазовой модуляции) гауссов импульс. Ограничимся рассмотрением оптически линейной слоистой среды, в которой показатель преломления не зависит от интенсивности излучения. Тогда все импульсы могут быть разложены с помощью преобразования Фурье. Спектры исходного и искомого импульсов связаны через передаточную функцию БР. Она находится методом матрицы переноса излучения (*transfer-matrix method*). Затем спектр исходного импульса умножается на передаточную функцию БР, в результате чего будет получен спектр искомого импульса с учетом амплитудных и фазовых изменений. После обратного преобразования Фурье будет получен искомый импульс. Мы будем рассматривать только отраженные импульсы, т.к. наибольший интерес представляют БР с высокой ДЭ.

Метод матрицы переноса излучения

Отражение света от одной границы между средами описывается формулами Френеля. Однако, если мы имеем дело с множеством слоев, на границах происходят многократные переотражения. Они интерферируют друг с другом, усиливаются или гасятся в зависимости от фазовых задержек. В общем случае для получения точного решения нужно суммировать бесконечное число переотражений, что сильно усложняет расчеты.

Метод матрицы переноса излучения предлагает более простой и точный метод решения задачи. Он основан на том, что, согласно уравнениям Максвелла, есть простые условия непрерывности электрического поля на границе сред. Используя их, можно связать гармонические волны в начале и в конце слоистой структуры с помощью простого матричного умножения[3].

В данном методе вводится электрическое поле волн бегущих в противоположных направлениях для каждого однородного участка среды.

$$E(z) = E_r \exp(i\,k\,z) + E_l \exp(-i\,k\,z)$$

где E_r, E_l – амплитуды волн, бегущих вправо и влево соответственно, k – волновое число, z – координата вдоль направления распространения. В таком случае условия непрерывности на границе двух сред – непрерывность поля $E(z)$ и его производной $F(z)$ по координате z.

$$F(z) = i\,k\,E_r \exp(i\,k\,z) - i\,k\,E_l \exp(-i\,k\,z)$$

Отметим, что составляющие поля $E(z)$, E_r и E_l, однозначно выражаются через $E(z)$ и $F(z)$. Поэтому удобно ввести вектор $\big(E(z), F(z)\big)$ и искать решение для него. После некоторых преобразований можно связать (E, F) в разных местах одного слоя через матрицу действительных чисел M.

$$\begin{pmatrix} E(z+L) \\ F(z+L) \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} E(z) \\ F(z) \end{pmatrix}, \qquad M = \begin{pmatrix} \cos(k\,L) & \frac{\sin(k\,L)}{k} \\ -k\sin(k\,L) & \cos(k\,L) \end{pmatrix}$$

Выбрав L равной длине слоя получаем связь (E, F) между слоями. Таким образом, зная k и L для каждого слоя, получаем матрицу, связывающую поле на границах слоистой структуры.

$$M_{total} = M_N \ldots M_2 M_1$$

Вводим падающую, отраженную и прошедшую волны за границами слоистой структуры.

$$E_L(z) = E_0 \exp(i\,k_L z) + r\,E_0 \exp(-i\,k_L z), \qquad E_R(z) = t\,E_0 \exp(i\,k_R z)$$

где E_0 – амплитуда падающей волны, r, t – комплексные коэффициенты отражения и пропускания, индексы L, R обозначают соответствующие величины слева и справа от слоистой среды. Зная M, можно найти коэффициенты отражения и пропускания.

$$r = \frac{(M_{21} + k_L k_R M_{12}) + i\,(k_L M_{22} - k_R M_{11})}{(-M_{21} + k_L k_R M_{12}) + i\,(k_R M_{11} + k_L M_{22})}$$

$$t = 2\,i\,k_L \exp(-i\,k_L\,L)\;\frac{M_{11}M_{22} - M_{12}M_{21}}{(-M_{21} + k_L k_R M_{12}) + i\,(k_R M_{11} + k_L M_{22})}$$

В некоторых частных случаях М считается аналитически. В остальных случаях прибегают к численному счету.

Система единиц

Отражение слоистой структуры на некоторой длине волны λ происходит при $kL = \pi/2$. Вводим l так, чтобы при совпадении с длиной волны λ фазовая задержка $kL = \pi/2$. В этом смысле можем говорить о длине волны каждого слоя l. От λ и l переходим к частотам $\nu_{\text{изл}}$ и $\nu_{\text{реш}}$ соответственно. Переход к частотам позволит выбрать произвольную единицу длины.

$$kL = \frac{2\pi}{\lambda}\,L = \frac{2\pi}{\lambda}\;\frac{l}{4} = \;\frac{\pi}{2}\;\frac{l}{\lambda} = \frac{\pi}{2}\;\frac{\nu_{\text{изл}}}{\nu_{\text{реш}}}$$

Вводим безразмерную частоту w, измеряемую в единицах некоторой центральной частоты ν_0 (центральная частота исходного импульса или решетки). В линейном приближении длина волны также выражается через центральную λ_0 и w.

$$\nu = \nu_0 + \Delta\nu = \nu_0\,w, \qquad w = 1 + \frac{\Delta\nu}{\nu_0}, \qquad \lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda \approx \lambda_0\,\left(1 - \frac{\Delta\nu}{\nu_0}\right), \qquad \frac{\Delta\nu}{\nu_0} \approx -\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}$$

Запишем волновые числа, используя некоторый (средний) показатель преломления среды n_0, отклонение от него Δn и волновое число в вакууме k_0.

$$k = k_0 n = k_0(n_0 + \Delta n) = k_0 n_0\left(1 + \frac{\Delta n}{n_0}\right)$$

Выберем такую единицу длины, для которой $k_0 n_0 = 1$ численно. Это удобно для расчета матрицы переноса излучения.

Будем также считать, что показатель преломления n за границами слоистой структуры равен n_0. Это допущение полностью согласуется с волоконными БР. В случае если среда за границей – воздух, это допущение можно обосновать нанесением просветляющих покрытий на границы слоистой структуры, таким образом не рассматривая обычные френелевские отражения от границ.

$$k_L = k_R = k_0 n_0$$

Вводим безразмерное время τ, измеряемое в единицах периодов колебаний T_0.

$$\tau = t\, \nu_0 = \frac{t}{T_0}$$

Качественное описание ЧБР

На основании формул Френеля можно смоделировать ЧБР с бесконечно малой дифракционной эффективностью (ДЭ), т.е. пропускающей почти все излучение. При этом коэффициент отражения на границе двух слоев $R \to 0$, пропускания $T \to 1$. Это обеспечивается бесконечно малой разницей показателей преломления $|n_2 - n_1|$ на границе двух слоев.

$$R = \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}, \quad T = \frac{2\, n_2}{n_2 + n_1}, \quad 1 + R = T$$

Таким образом, можно получить решение, суммируя только по одному отражению от каждого слоя с равными по модулю коэффициентами, т.к. потерь при прохождении импульсом ЧБР почти нет. Чтобы качественно понять наблюдаемые эффекты смоделируем отраженный импульс от ЧБР с линейным чирпом, т.е. линейным изменением пространственной частоты ЧБР вдоль пространственной координаты.

На рис. 1 показан временной профиль импульса, отраженного от ЧБР. Центральный импульс является основным, чирпированным, т.е. промодулированным по частоте. Каждая точка временного профиля импульса формируется в результате интерференции импульсов, отраженных от малого участка ЧБР. Таким образом, происходит отражение определенной спектральной составляющей импульса от соответствующего участка ЧБР. Боковые импульсы (сателлиты) формируются в результате того, что интерференция на границе ЧБР происходит не полностью.

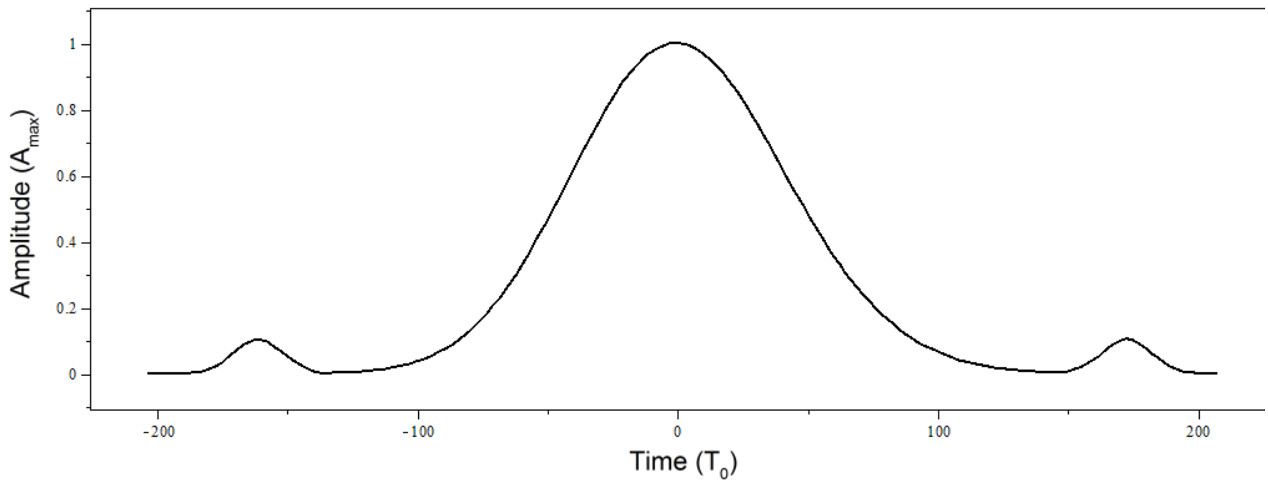

Рис. 1. Временной профиль чирпированного импульса (для случая ДЭ → 0)

Рис. 2 иллюстрирует возможности по устранению сателлитов. Соотношения амплитуд данного графика и его форма не меняются при изменении параметров импульса или решетки. Из графика видно, что относительно малой амплитуды сателлитов можно добиться, если пространственная частота границы ЧБР существенно отличается от пространственных частот, на которых происходит формирование чирпированного импульса. В рамках рассматриваемой ЧБР это означает, что придется увеличивать длину ЧБР так, что только небольшая ее часть будет использована по назначению. Такое решение не является оптимальным.

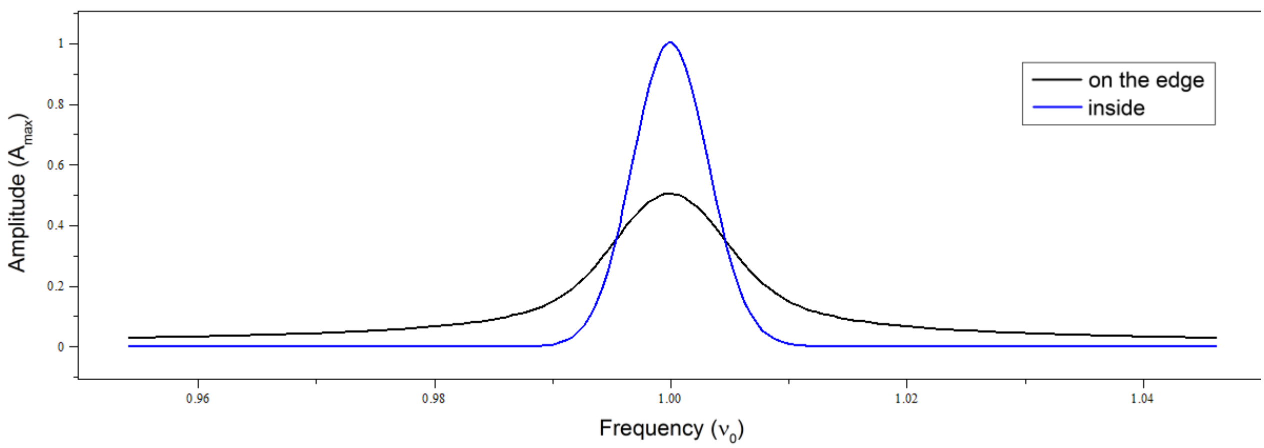

Рис. 2. Амплитуда интерферированных импульсов на границе (черным) и внутри (синим) ЧБР как функция пространственной частоты порождающего их участка (для случая ДЭ → 0)

Можно предложить два альтернативных метода устранения сателлитов.

1. Нелинейный чирп на границах ЧБР.

Данный метод позволит использовать небольшую область ЧБР для смещения пространственной частоты границы далеко от центральной. Однако если число слоев такой области окажется меньше соответствующей длительности импульса или нелинейный чирп будет недостаточно гладким, интерференция на границе будет не полной. Мы будем использовать квадратичную зависимость в качестве нелинейного чирпа на границе, составляющей 10% от всей ЧБР. Соответствующий нелинейный чирп показан на рис. 3.

2. Аподизация на границах ЧБР[4].

В данном случае под аподизацией мы будем понимать изменение по определенному закону разницы показателей преломления одного периода на границах ЧБР. Это позволит сгладить переход ЧБР-однородная среда и устранить краевые эффекты. Используемый коэффициент аподизации, определенный как $k = \Delta n'/\Delta n$, показан на рис. 4.

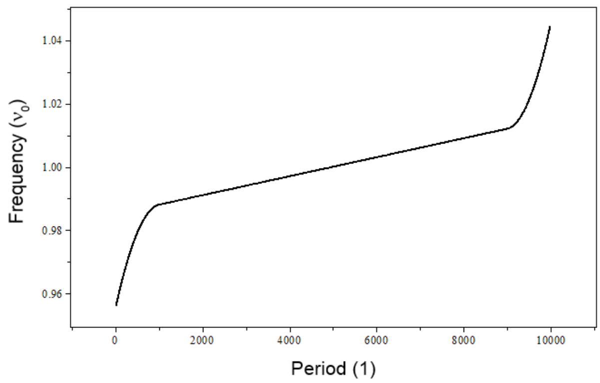

Рис. 3. Нелинейный чирп на границах ЧБР

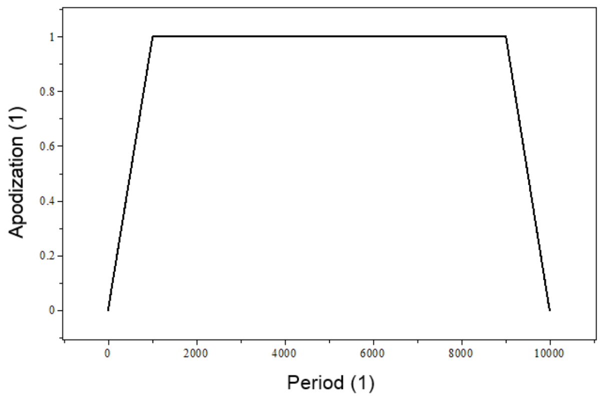

Рис. 4. Аподизация на границах ЧБР

ЧБР будем называть модифицированной или простейшей, в зависимости от того, применены ли данные методы. Шириной чирпа будем называть диапазон частот, в котором задан линейный чирп (рис. 3). Далее будет показано, что данные методы устраняют не только сателлиты, но и другие нежелательные эффекты.

Результаты моделирования

Согласно преобразованию Фурье, передаточная функция, осуществляющая линейную частотную модуляцию (чирп) гауссового импульса имеет постоянную амплитудную и квадратичную фазовую составляющие. Для большей информативности целесообразно показывать не передаточную функцию (ПФ), а некоторую частотную характеристику. Амплитудную составляющую ПФ заменим ее квадратом – дифракционной эффективностью (ДЭ, *Diffraction efficiency*), показывающей энергетическое соотношение прошедшего и отраженного излучения, которые в сумме равны единице. Фазовую составляющую φ в большинстве случаев заменим ее производной – групповой задержкой[4] (ГЗ, *Group delay*).

$$Group\ delay = \frac{\partial\varphi}{\partial\omega} = \frac{\partial\varphi}{\partial w}\frac{\partial w}{\partial\omega} = \frac{\partial\varphi}{\partial w}\frac{T_0}{2\pi}$$

В нашем случае ГЗ должна быть линейной, т.к. мы используем линейный чирп. Она будет показывать временные задержки, возникающие в чирпированном импульсе. Отклонения частотной характеристики от идеальной будут свидетельствовать о некачественном чирпе. Например, наличие сателлитов – некачественный чирп.

Ранее мы уже исключили из рассмотрения центральную частоту, а соответственно и длину периода ЧБР. Поэтому теперь простейшая ЧБР в нашей модели имеет три параметра: количество периодов, ширина чирпа и разница показателей преломления одного периода. Также моделирование показало, что существует полное подобие частотных характеристик при одинаковом коэффициенте стретчирования (растяжения) импульса (КС).

$$\text{КС} = \frac{T_{\text{чирп}}}{T_{\text{исх}}}$$

Или, если быть точнее, при фиксированном произведении количества периодов на ширину чирпа, т.к. длительность чирпированного импульса прямо пропорциональна количеству периодов, а длительность исходного импульса обратно пропорциональна ширине чирпа. Следует отметить что, несмотря на полное подобие частотных характеристик, разница показателей преломления одного периода будет различной и некоторые варианты будут физически нереализуемы по технологическим причинам. Подобные частотные характеристики в совокупности с подобными длительностями импульсов можно не рассматривать, т.к. в рамках данной модели они будут различаться только масштабом. Таким образом, необходимо рассмотреть ЧБР с различными КС и ДЭ.

Все временные профили рассчитаны для амплитуды поля в единицах максимальной амплитуды исходного импульса A_{max}. Время и групповая задержка измеряются в единицах периодов колебаний T_0. Частота измеряется в единицах центральной частоты ν_0. Частотная зависимость дифракционной эффективности рассчитана как отношение мощностей исходной и отраженной волн. Нет необходимости оговаривать ширину чирпа, т.к. ее легко увидеть на частотной характеристике. Аналогично, длительность исходного импульса совпадает с длительностью сателлитов. Число периодов решетки совпадает с максимальной групповой задержкой и длительностью чирпированного импульса численно, т.к. время на прохождение одного периода составляет $T_0/2$.

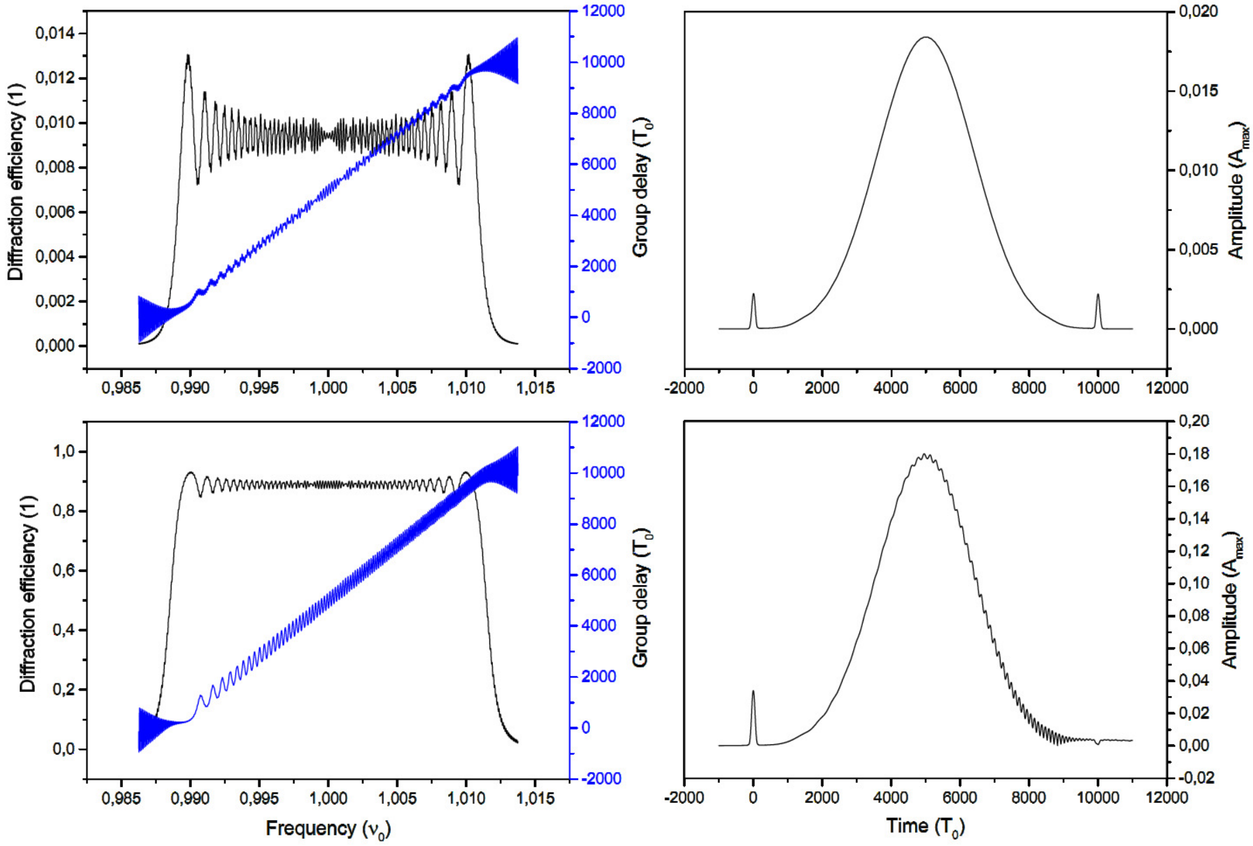

Рис. 5. Частотная характеристика и временной профиль чирпированного импульса для простейшей ЧБР с КС=33 и ДЭ=0,01 (сверху), ДЭ=0,9 (снизу)

Сравним частотные и временные зависимости (рис. 5) для простейших ЧБР с различными ДЭ. Отметим, что предпочтительнее использовать высокую ДЭ для сохранения энергии в импульсе. Случай низкой ДЭ согласуется с результатом «качественного описания» (см. выше). Для низкой и высокой ДЭ наблюдаются некоторые противоположные характеристики. Так, для низкой/высокой ДЭ качественно выполняется:

- ДЭ имеет большой/малый разброс около среднего,
- ГЗ симметрична/асимметрична,
- ГЗ сильно/слабо отклонена от линейной по амплитуде,
- отсутствует/присутствует модуляция периода колебаний ГЗ,

- чирпированный импульс симметричен/асимметричен,
- передний сателлит низкий/высокий, задний – не размыт/размыт.

При плавном переходе от низкой к высокой ДЭ можно наблюдать плавный переход соответствующих характеристик. С точки зрения прохождения импульса через ЧБР искажения чирпированного импульса могут быть вызваны расплыванием во времени второго сателлита.

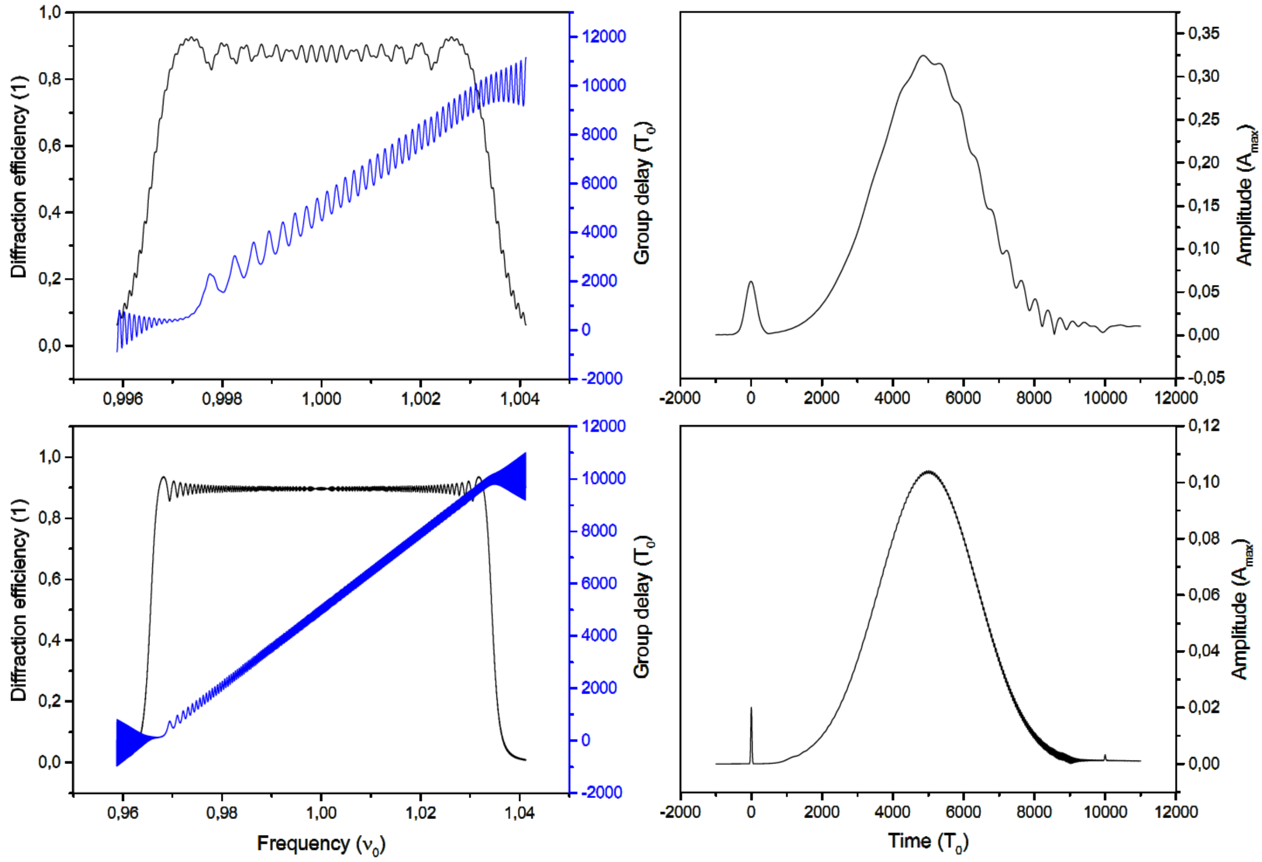

Рис. 6. Частотная характеристика и временной профиль чирпированного импульса для простейшей ЧБР с ДЭ=0,9 и КС=10 (сверху), КС=100 (снизу)

Сравним частотные и временные зависимости (рис. 6) для простейших ЧБР с различными КС. Практическое применение имеют все КС, однако для *CPA* существует оптимальный КС в каждом конкретном случае. Для больших и малых КС также наблюдаются некоторые противоположные характеристики. Так, для больших/малых КС качественно выполняется:

- ДЭ имеет большой/малый период колебаний и амплитуду около среднего,
- ГЗ слабо/сильно отклонена от линейной по амплитуде,
- период и модуляция периода колебаний ГЗ большая/малая,

- чирпированный импульс искажен сильно/слабо,
- в сателлитах сосредоточено мало/много энергии.

При плавном переходе от больших и малым КС также можно наблюдать плавный переход соответствующих характеристик.

В качестве примера для дальнейшего моделирования выберем КС = 33 и проведем вычисления.

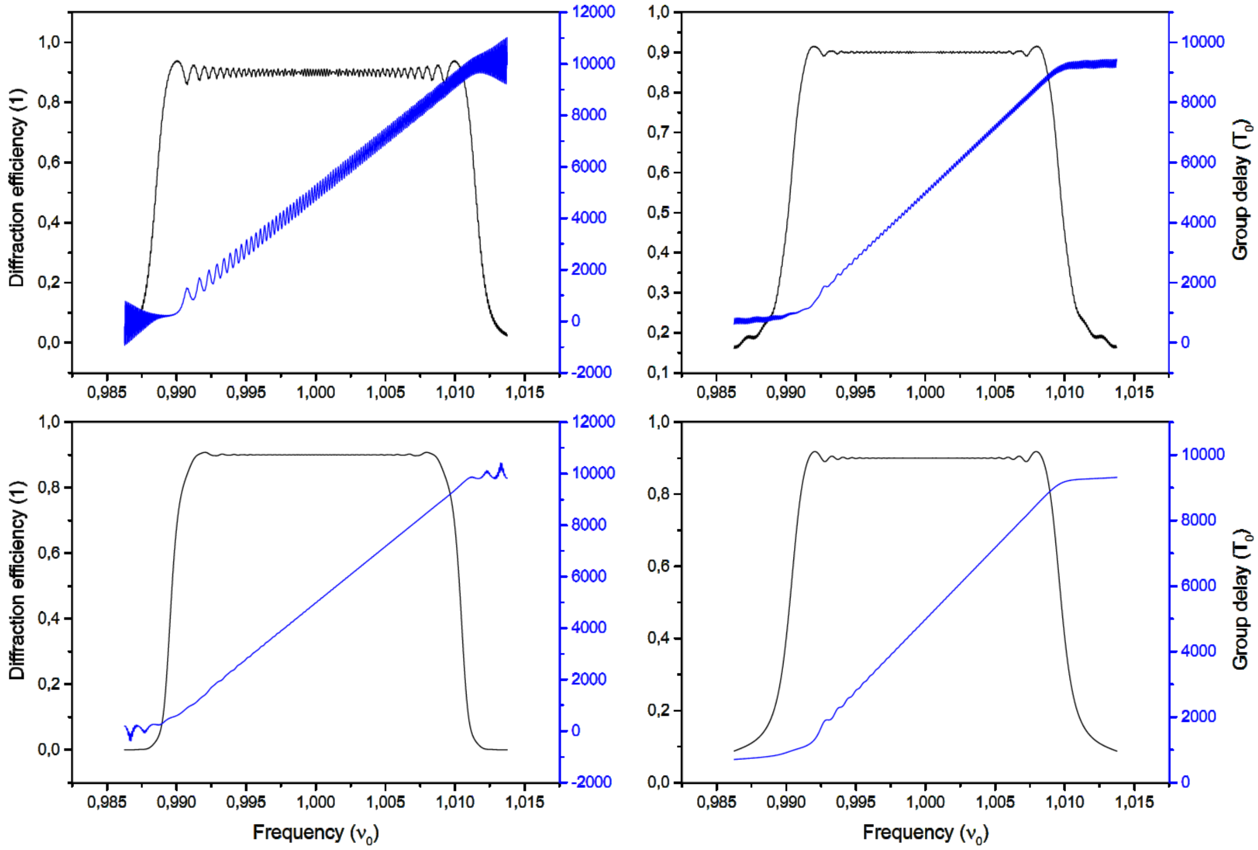

Рис. 7. Частотные характеристики (слева направо, сверху сниз) ЧБР1 (простейшей), ЧБР2 (с нелинейным чирпом), ЧБР3 (с аподизацией), ЧБР4 (с аподизацией и нелинейным чирпом)

Рассмотрим частотные характеристики простейшей и модифицированных ЧБР на рис. 7. Все использованные методы существенно сглаживают искажения ЧХ, причем аподизация в большей степени улучшает характеристики по сравнению с нелинейным чирпом. Так у ЧБР2 не полностью устраняются колебания ГЗ и ДЭ, присутствует небольшая асимметрия ГЗ. У ЧБР3 подобные искажения почти не заметны. Добавление к аподизации нелинейного чирпа в ЧБР4 незначительно ухудшает ее частотную характеристику, добавляя к ЧБР3 недостатки ЧБР2. Временной профиль чирпированных импульсов полученных на ЧБР2, ЧБР3, ЧБР4 мало отличается от гауссвового. В качестве примера будет показан временной профиль для ЧБР3 на рис. 9.

Следует отметить, что искажения частотной характеристики не устраняются полностью и чем сильнее они для соответствующей простейшей ЧБР, тем меньше они будут подавлены данными методами.

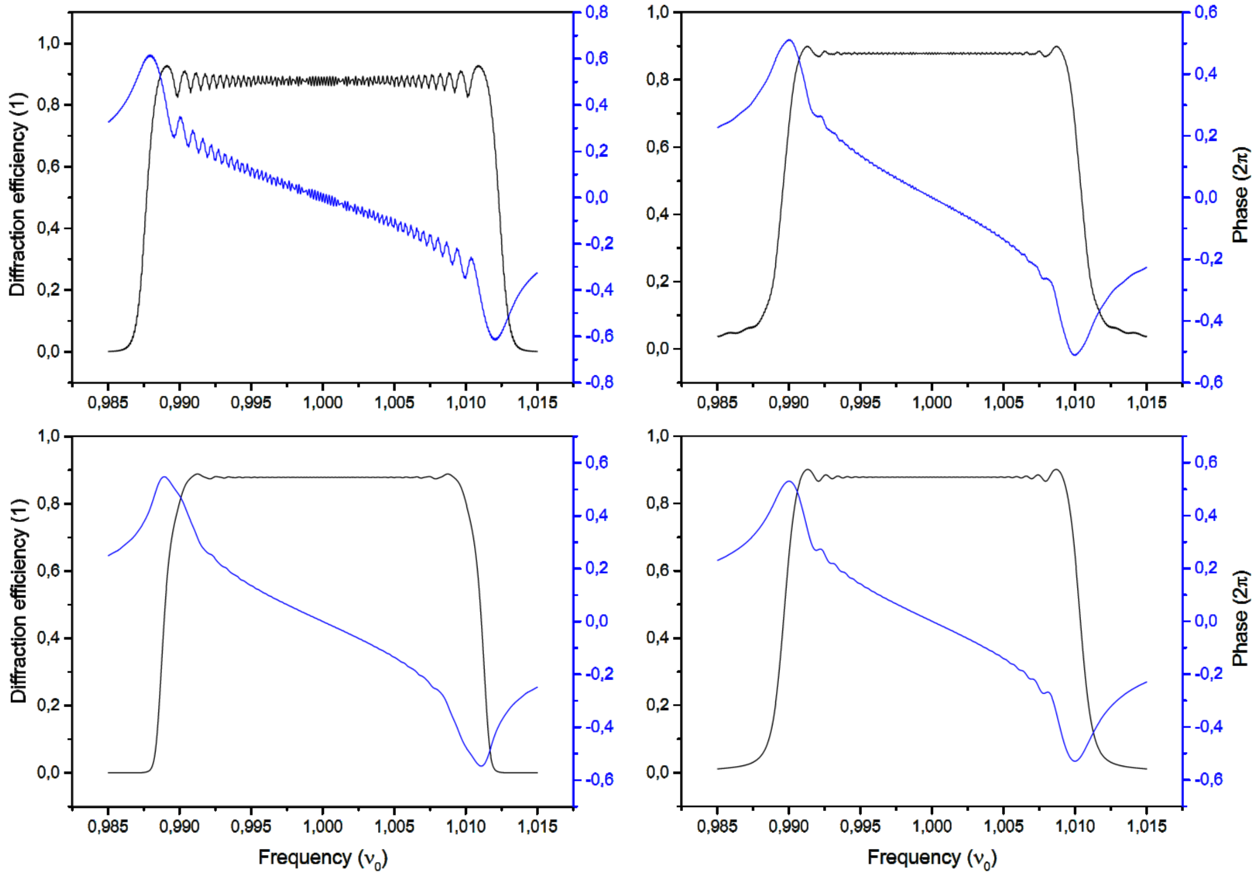

Рис. 8. Частотные характеристики систем стретчер-компрессор, основанных на (слева направо, сверху сниз) ЧБР1 (простейшей), ЧБР2 (с нелинейным чирпом), ЧБР3 (с аподизацией), ЧБР4 (с аподизацией и нелинейным чирпом)

Рассмотрим теперь частотные характеристики системы стретчер-компрессор. Следует отметить, что ГЗ стретчеров и компрессоров симметрична относительно центральной частоты, т.е. является зеркальным отражением и имеет противоположный наклон. Поэтому сумма их ГЗ компенсирует друг друга с точностью до уже рассмотренных отклонений, так как это показано рис. 8. Отклонения фазы от линейной и ДЭ от константы малы для всех вариантов ЧБР, за исключением ЧБР1. Заметим, что линейная зависимость фазы в любом случае не влияет на выходные импульсы, т.к. вывывает только временной сдвиг. Также как и на рис. 7, лучшими характеристиками обладает ЧБР3. Компрессированные импульсы на различных ЧБР получаются близкими по форме и длительности к исходному, отличия их временных профилей присутствуют в основном только у ЧБР1 – наблюдаются малые сателлиты на значительном расстоянии от основного импульса. Временные профили для ЧБР3 будут показаны на рис. 9.

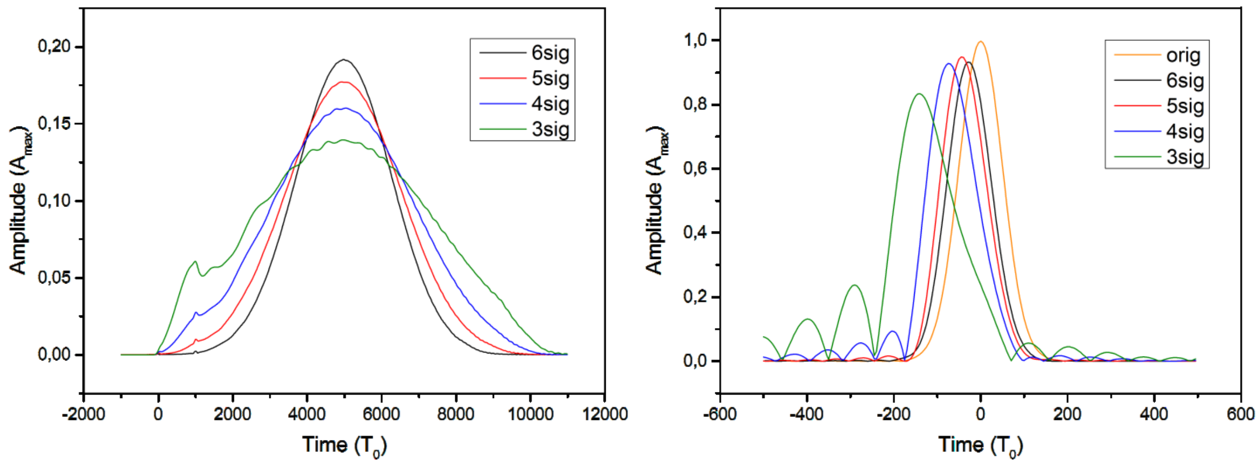

Рис. 9. Зависимость временного профиля чирпированных (слева) и компрессированных (справа) импульсов на ЧБР3 в зависимости от ее ширины чирпа. Sig – стандартный коэффициент масштаба для гауссовой функции (спектра исходного импульса)

На рис. 9 показаны временные профили импульсов, чирпированных и затем компрессированных на ЧБР3. Также показан исходный импульс с пометкой *orig*. В данном случае усилитель отсутствует, однако наличие усилителя, вносящего незначительные искажения, существенно не поменяет картины. Ширина чирпа (спектральная полоса пропускания) ЧБР3 варьировалась от максимальной оценки ширины спектра исходного импульса 6sig и ниже. Таким образом показано, что для *CPA* допустимо только незначительное обрезание спектра импульса, противном случае импульс будет сильно искажен.

Заключение

Была разработана программа, предназначенная для моделирования передаточных функций ЧБР и отраженных от них волновых пакетов. Были проведены численные эксперименты для случая гауссовых импульсов. Показано, что у простейшей ЧБР существуют искажения частотных характеристик и временных профилей импульсов. Для исправления данных искажений были рассмотрены 2 метода – нелинейный чирп и аподизация на границах ЧБР. Проведено сравнение результатов применения данных методов на примерах стретчера или компрессора и в системе стретчер-компрессор. Использование данных методов, в особенности аподизации, позволило значительно улучшить рассматриваемые характеристики. В результате форма и длительность исходного и компрессированного импульсов совпадают с точностью до незначительных искажений без существенных потерь энергии.

Список литературы

1. Яковлев И.В. Стретчеры и компрессоры для сверхмощных лазерных систем // Квантовая электроника. 2014. № 5. С. 393-414.
2. Крюков П.Г. Лазеры ультракоротких импульсов // Квантовая электроника. 2001. № 2. С. 95-119.
3. Борн М., Вольф Э. Основы оптики: пер. с англ. / под ред. Г.П. Мотулевич. М.: Наука, 1973. 723 с. [M. Born, E. Wolf. Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light. 4th ed. Pergamon Press, 1968.]
4. Sergiy Kaim, Sergiy Mokhov, Boris Y. Zeldovich, Leonid B. Glebov. Stretching and compressing of short laser pulses by chirped volume Bragg gratings: analytic and numerical modeling // Optical Engineering. 2014. № 5. DOI: 10.7463/1994-0408.0512-351140.400544.