

УДК 621.8 531.8

Анализ влияния эксцентриситета на характеристики кулачкового механизма

*Уфельманн В.Д., студент
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
кафедра «Теория машин и механизмов»*

*Мякишева Е.Д., студент
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
кафедра «Теория машин и механизмов»*

*Научный руководитель: Леонов И.В., д.т.н, профессор
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана
timga@bmstu.ru*

Высокое быстродействие ЭВМ позволяет освободить от рутинных операций графических методов расчёта. Одновременно оно позволяет повысить качество расчётов и сделать то, что было ранее невозможно при графических методах. Появилась возможность проведения интерактивных многовариантных расчётов постоянных параметров механизмов, анализа этих расчётов и выбора рациональных размеров механизма на основе расчёта критериев качества функционирования [1, 2]. Таким образом, при проектировании кулачкового механизма в системе MathCAD в дополнении к расчёту основных размеров появилась возможность проведения анализа влияния конструкции кулачкового механизма на его характеристики.

Оптимизационный синтез механизмов является одним из эффективных методов проектирования и осуществляется с помощью ЭВМ путём многократного анализа расчётов критериев качества [3, 4]. При этих расчётах конструктивные постоянные параметры механизма варьируются, т.е. меняются с целью достижения рациональных, а иногда и наилучших значений критериев качества механизма. Такими конструктивными параметрами кулачкового механизма является начальный радиус кулачка и его эксцентриситет. За критерии качества могут быть выбраны многочисленные параметры работы машины, характеризующие её экономичность расхода энергии, долговечность работы, производительность, динамические качества и др. Таким образом, задача оптимизационного синтеза состоит в поиске таких значений постоянных параметров

механизма, при которых достигаются оптимальные значения критериев качества, называемых целевой функцией [5]. Эта задача, как правило, является многокритериальной и не имеет однозначного решения. Главными задачами оптимизационного синтеза механизмов является создание математической модели, математическая формулировка критериев качества, называемых целевой функцией и поиск оптимального решения, удовлетворяющего как заданным условиям синтеза, например, воспроизведению заданного движения звена механизма, так и наложенным ограничениям на его функционирование.

Под углом давления в высшей кинематической паре понимают угол между нормалью к поверхности профиля кулачка и вектором скорости ведомого звена (толкателя на участке его подъёма). Угол давления оказывает большое влияние на возникающие в точке контакта силы и скорости скольжения профилей, а, поэтому и на износ и КПД кулачкового механизма [6, 7]. Допустимые значения угла давления определяются силами трения. Поэтому на максимальные значения угла давления накладываются ограничения, связанные с необходимостью исключения заклинивания кулачкового механизма. В реверсивных механизмах, где происходит изменение направлений скоростей и усилий в зоне контакта, целесообразно ограничивать значения углов давления при обоих направлениях вращения. Угол давления при проектировании не является оптимизируемым параметром, но часто определяет значения многочисленных критериев качества функционирования кулачкового механизма. Поэтому после предварительного определения основных размеров кулачкового механизма следует производить анализ выбранных значений размеров эксцентриситета по значениям критериев качества функционирования кулачкового механизма, в качестве которых можно указать:

- Приведенные радиусы реального профиля кулачка и толкателя
- Скорости скольжения реального профилей
- Коэффициент возрастания усилий в высшей кинематической паре
- Коэффициент потерь и КПД кулачкового механизма.

На первом этапе проектирования кулачкового механизма (рис. 1) используется приём расчёта идеализированного профиля кулачка 1, соответствующего заострённому толкателю 2. На рис. 1 представлена схема кулачкового механизма с заострённым подпружиненным поступательным двигающимся толкателем.

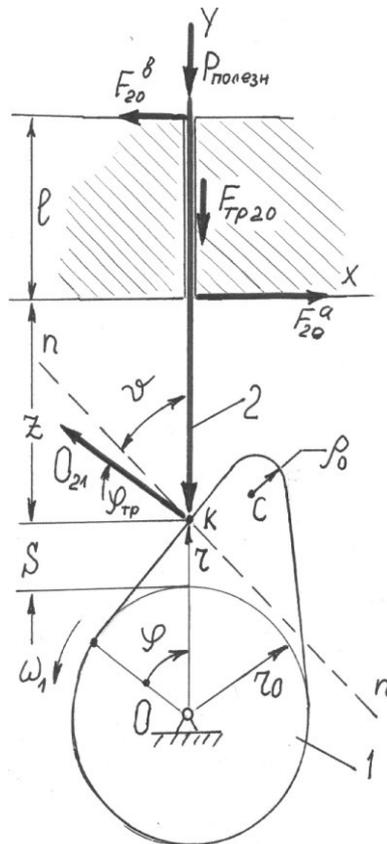


Рис. 1. Идеализованная расчетная схема кулачкового механизма с заостренным толкателем: 1 – кулачок; 2 – толкатель

В примере программы расчёта ЭВМ использованы выражения, получаемые из рассмотрения планов скоростей кулачкового механизма (рис. 2).

$$\overline{V_{B2}} = \overline{V_{B1\text{ теорич}}} + \overline{V_{ck\text{ теорич}}}$$

$$\overline{V_{B2}} = \overline{V_{B1\text{ практич}}} + \overline{V_{ck\text{ практич}}}$$

где V_{B2} - скорость толкателя, представляемая на плане скоростей (рис. 2) отрезком $\Pi_v b_2$;

$\overline{V_{B1\text{ теорич}}} = \omega_1 r (f)$ – скорость точки контакта идеализированного профиля кулачка, представляемого на плане скоростей отрезком $\Pi_v b_2$;

$\overline{V_{B1\text{ практич}}} = \omega_1 r_{\text{практич}} (f)$ – скорость точки контакта практического реального профиля кулачка, представляемого на плане скоростей отрезком $\Pi_v b_3$;

$b_3 b_2$ – скорость скольжения толкателя по реальному профилю кулачка.

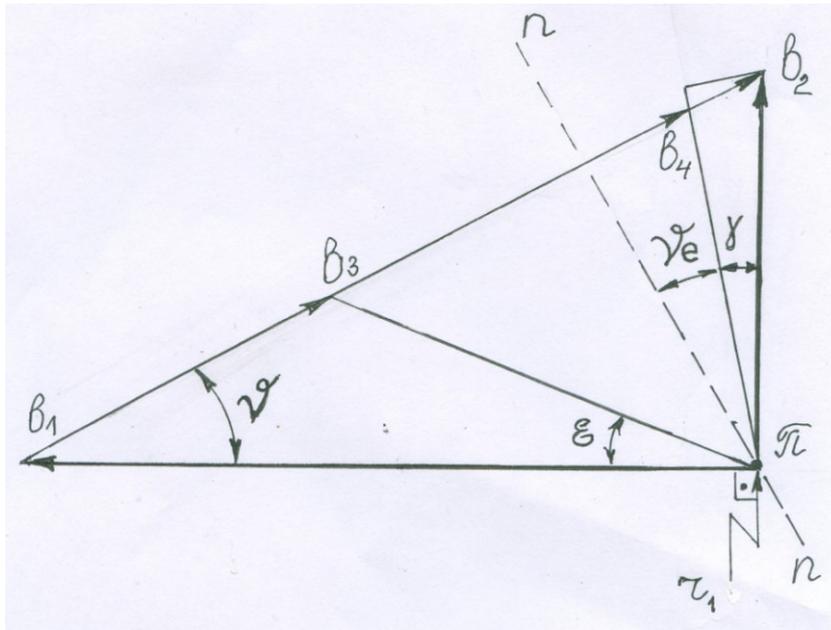


Рис. 2. План скоростей кулачкового механизма

Связь между аналогом скоростей $Vq(f) = \int_0^f aq(f) df$ и скоростью V общеизвестна, где $V = \frac{ds}{dt}$; $Vq = \frac{ds}{d\varphi}$; $V = V_q \cdot \omega_1$

На рис. 3 представлен план сил, соответствующий уравнению статического равновесия толкателя 2: где $P_{\text{полезн}}$ – сила полезного сопротивления движения толкателя, принимая силу инерции за одну из её составляющих; Q_{01} – реакция в высшей кинематической паре с учётом трения.

При наличии зазора в поступательной кинематической паре по её краям возникают нормальные реакции F_{20}^a и F_{20}^b (рис. 3), вызывающие силу трения в направляющих F_{mp20} , пропорциональную коэффициенту трения f .

При исследовании качеств высшей кинематической пары трением в поступательной кинематической паре можно пренебречь и уравнение статического равновесия толкателя 2 принимает вид

$$\overline{P_{\text{полезн}}} + \overline{Q_{12}} + \overline{Q_{01}} = 0 \quad (1)$$

Причём, в высшей кинематической паре кулачок – толкатель усилие Q_{02} направлено под углом трения φ_{mp} отклонения от нормали n-n к поверхности контакта, т.е. с учетом сил трения. Если рассматривать силу сопротивления движению при

подъеме толкателя $P_{\text{полезн}}$ с учётом сил инерции, то уравнение 1 можно считать условием динамического равновесия толкателя.

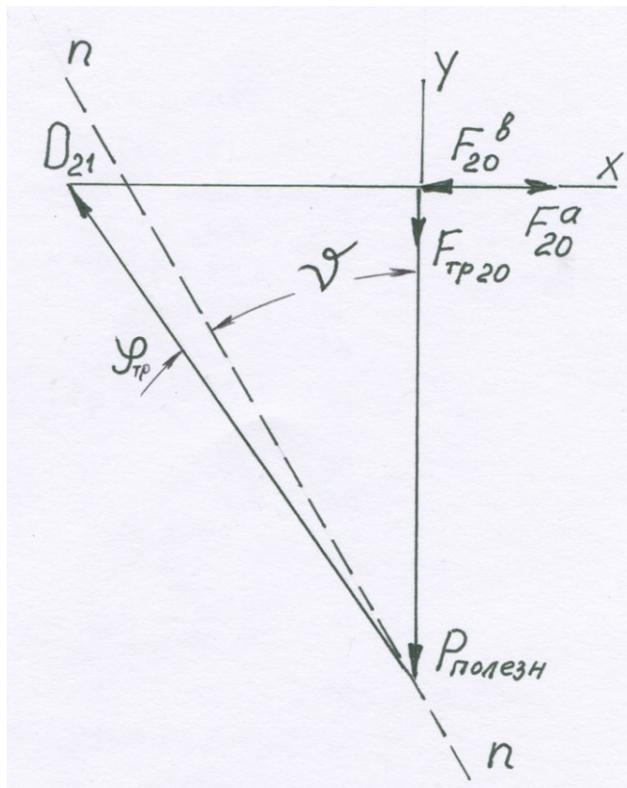


Рис. 3. План сил, действующих на толкатель кулачкового механизма

На рисунках 2 и 3 пунктиром отмечено положение нормали $n-n$ в высшей кинематической паре, которая направлена под углом давления ϑ к вектору скорости толкателя (вертикальное). Рассмотрение планов скоростей и сил позволяет сделать вывод о значительном влиянии угла давления на скорости скольжения и усилия [5, 6]:

Скорость скольжения на теоретическом профиле:
$$V_{qck\ teor}(f) = \frac{V_q(f)}{\sin(\vartheta(f))}$$

и на реальном профиле
$$V_{qck\ pr}(f) = V_{qck\ teor}(f) \cdot \frac{r_{practic}(f)}{r_{teoric}(f)} \cdot \cos \varepsilon(f),$$

где $\varepsilon = \arccos\left(r_{sph} \cdot \frac{\vartheta(f)}{r_{practic}(f)}\right)$ - угол отклонения радиуса точки контакта

практического реального профиля от радиуса точки идеализированного профиля при одинаковом перемещении толкателя.

Таким образом, влияние угла давления на силы и скорости в высшей кинематической паре неоднозначно и требует проведения дополнительного исследования качественных показателей кулачкового механизма. В свою очередь угол давления определяет как скорости скольжения в высшей кинематической паре, так и усилия.

При выборе основных размеров кулачкового механизма – минимального значения радиуса кулачка r_0 стремятся ограничить максимальные значения углов давления, величина которого для кулачковых механизмов с поступательно двигающимся толкателем определяется по формуле [1, 4]

$$\operatorname{tg} \vartheta(f) = \frac{Vq(f) \pm e}{S_{\text{нач}} + S(f)},$$

где $S_{\text{нач}}$, $S(f)$ - начальное и текущее перемещения толкателя;

e - эксцентриситет, т.е. расстояние между центром вращения кулачка и осью толкателя.

При заданной диаграмме сил сопротивления движению толкателя возможно определение реакций в кинематических парах кулачкового механизма. Профессор МГТУ им. Н.Э. Баумана Л.Н. Решетов предложил вместо этого оценивать такой критерий качества как коэффициент возрастания усилий в виде отношения реакции в высшей кинематической паре к силе действия на толкатель в виде [5, 7]

$$K_Q(f) = \frac{1}{\cos(\vartheta(f)) + (\varphi_{\text{тр}})}, \quad (2)$$

Это отношение зависит от угла давления, где $\varphi_{\text{тр}} = \operatorname{arctg}(f_{\text{мп}})$ – угол трения, $f_{\text{тр}}$ – коэффициент трения. Сравнение диаграмм коэффициента возрастания усилий по углу поворота кулачка и диаграммы изменения угла давления показывает их хорошую корреляцию.

Оценка скоростей скольжения в высшей кинематической паре позволяет вместе с диаграммой сил сопротивления движению толкателя оценить такие параметры кулачкового механизма как износ профиля и КПД. Расчёт аналога скоростей скольжения в высшей кинематической паре совместно с рассмотрением диаграммы коэффициента возрастания усилий позволяет в первом приближении определить предполагаемое место профиля кулачка, подверженное максимальному износу.

Аналогично можно приближённо построить, задаваясь коэффициентом трения в высшей кинематической паре $f_{тр}$, диаграмму потерь энергии на трение в виде безразмерного критерия – мгновенного коэффициента потерь.

$$\chi(f) := \frac{f_{mp} * V_{qckpr}(f) * K_Q(f)}{f_{mp} * V_{qckpr}(f) * K_Q(f) + V_q(f)}$$

На установившемся режиме движения мгновенный КПД однозначно определяется коэффициентом потерь, аналогичное явление наблюдается в режимах «пуск – остановка».

Поиск начального радиуса теоретического профиля кулачка производится по выражению r_0 , связывающему начальный радиус кулачка и закон движения при максимальном значении угла давления, методом последовательных независимых испытаний путём перебора на равномерной сетке. Затем строится график изменения необходимого r_0 и производится поиск его экстремума

$$r_0(f) := \left(\frac{Vq(f)}{\tan(\vartheta_{max})} - S(f) \right)$$

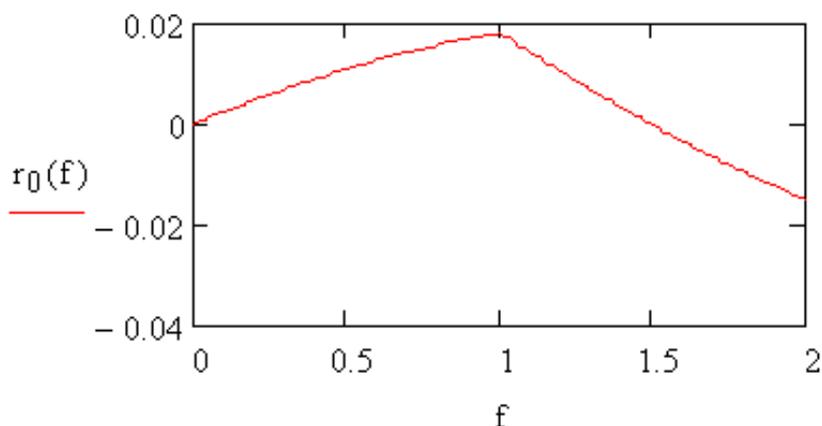


Рис. 4. Определение начального радиуса кулачка в зависимости от допустимого угла давления и углов поворота кулачка

Как правило, смещение (эксцентриситет - e) оси толкателя кулачкового механизма относительно центра вращения кулачка определяется из конструктивных соображений. Например, привод клапанов ДВС обычно выполняются без эксцентриситета, часто без эксцентриситета выполняются кулачковые механизмы реверсивных машин. Тем не менее, из конструктивных соображений может возникнуть необходимость выбора

эксцентриситета кулачкового механизма, при этом необходимо учитывать его влияние на показатели кулачкового механизма, такие как максимальный угол давления, минимальный и максимальный радиусы кулачка, скорости скольжения и КПД.

Программу расчёта параметров кулачкового механизма со смещением можно организовать, используя в качестве параметра цикла эксцентриситет - e . Вариация эксцентриситета толкателя вызывает изменение угла давления. При этом выражение текущего угла давления имеет ранее рассмотренное выражение (2), но его можно рассматривать как функцию эксцентриситета.

При проведении анализа влияния эксцентриситета кулачкового механизма следует использовать приём сравнения показателей кулачкового механизма со смещением и без него. Этот приём показан на рис. 5, где для оценки влияния эксцентриситета толкатель поворачивается на угол γ .

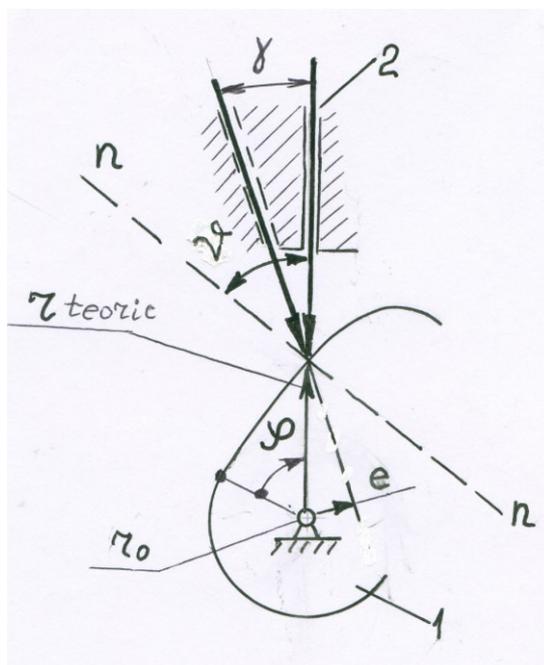


Рис. 5. К оценке влияния эксцентриситета на угол давления

Вариация эксцентриситета вызывает изменение угла поворота толкателя

$$\gamma(\varphi) = \arcsin \frac{e}{r_{\text{theoric}}(\varphi)}$$

вызывает изменение угла давления γ_e

$$\mathcal{G}_e(\varphi) = \mathcal{G}(\varphi) - \gamma(\varphi)$$

Изменение угла давления при вариации эксцентриситета можно проверить по фазовой диаграмме, связывающей аналог скоростей с перемещением толкателя (рис. 6). При построении фазовой диаграммы следует придерживаться следующего правила знаков: положительное значение смещения толкателя ϵ соответствует положительному направлению оси аналога скорости на фазовой плоскости, которое получается поворотом на 90° оси перемещения в сторону направления вращения кулачка.

Изменение аналога скорости скольжения $V_{q\text{сктеор}}(\varphi)$ по идеализированному профилю кулачка может быть определено по формуле, полученной из рассмотрения плана скоростей

$$V_{q\text{сктеор}}(\varphi) = V_{q2}(\varphi) * \left(\frac{1}{\sin \mathcal{G}(\varphi)} - \text{tg} \gamma(\varphi) \right)$$

На рисунке 6 показаны фазовые диаграммы реверсивного кулачкового механизма с различным эксцентриситетом. Выбирая центр вращения кулачка в точке O_1 фазовой диаграммы кулачкового механизма без эксцентриситета $\epsilon = 0$, обеспечивается условие

$$[\mathcal{G}] > \mathcal{G}_{\max}$$

когда максимальный угол давления \mathcal{G}_{\max} не превышает его допустимого значения $[\mathcal{G}]$ при любом направлении вращения и на подъёме и на спуске толкателя. При этом начальный радиус кулачка r_0 имеет наибольшее значение

$$r_{01} = \frac{V_{q\max}^2}{\text{tg}(\mathcal{G})} + S(\varphi_{V_{q\max}})$$

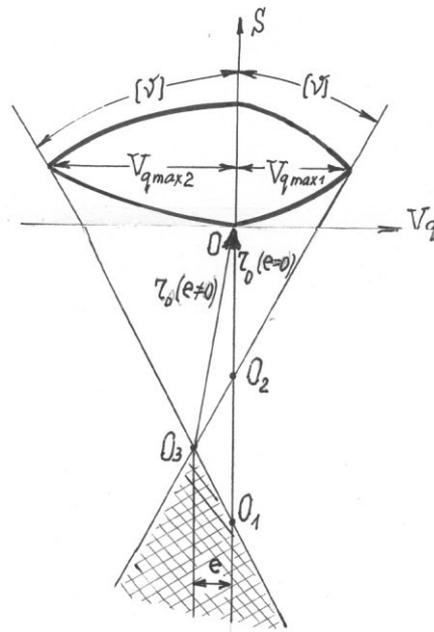


Рис. 6. Фазовая диаграмма кулачкового механизма

Выбирая центр вращения кулачка в точке O_2 фазовой диаграммы кулачкового механизма без эксцентриситета $e = 0$, условие $[\vartheta] > \vartheta_{\max}$ не обеспечивается и максимальный угол давления ϑ_{\max} превышает его допустимое значения $[\vartheta]$ на спуске толкателя при направлении вращения по часовой стрелке, что не вызывает заклинивания толкателя так как он опускается под действием пружины, а не кулачка. Но это условие не обеспечивается при направлении вращения против часовой стрелки и максимальный угол давления ϑ_{\max} превышает его допустимое значения $[\vartheta]$ на подъёме толкателя, что может вызвать заклинивание механизма.

$$e = \frac{V_{q \max 2} - V_{q \max 1}}{2}$$

Выбирая центр вращения в точке O_3 фазовой диаграммы, можно уменьшить начальный радиус кулачка r_0 до величины

$$r_{02} = \sqrt{\left(\frac{V_{q \max 2} - V_{q \max 1}}{2 \operatorname{tg} \vartheta}\right)^2 + e^2},$$

обеспечивая условие $\vartheta_{\max} = \vartheta$, когда максимальный угол давления ϑ_{\max} не превышает его допустимого значения ϑ при любом направлении вращения и на подъёме и на спуске толкателя.

Используя разработанную программу расчёта на ЭВМ кулачкового механизма по заданному допустимому значению максимального угла давления методом оптимального проектирования [7] был получен необходимый начальный радиус кулачка $r_0 = 0.02$. Проверка расчётом выбранного значения r_0 подтвердила, что угол давления не превышает заданного максимального значения ϑ_{\max} .

Расчёт параметров оценки качества кулачкового механизма показывает, что радиусы кривизны практического и теоретического профилей кулачкового механизма, при заданном разрывном законе движения толкателя имеют точки разрыва, что затрудняет их механическую обработку методом копирования.

Расчёт коэффициента возрастания усилий в высшей кинематической паре показывает, что его значения меняются незначительно (от 1 до 1,2), что заставляет более внимательно исследовать другие критерии качества кулачкового механизма.

Расчёт скоростей (аналогов) скольжения по углу поворота кулачка показывает, что они монотонно увеличиваются с увеличением текущего радиуса профиля кулачка. Максимальное значение скорости скольжения достигается при верхнем стоянии кулачка, когда усилия на толкателе не являются максимальными.

Расчёт коэффициента потерь на трение в высшей кинематической паре показывает, что минимизация потерь наблюдается при критическом угле поворота кулачка $f \cong 1$, при котором угол давления достигает максимального значения θ_{\max} .

Расчёт мгновенного КПД кулачкового механизма показывает, что минимум его соответствует нижнему и верхнему стоянию толкателя, что объясняется отсутствием полезной работы в эти интервалы движения.

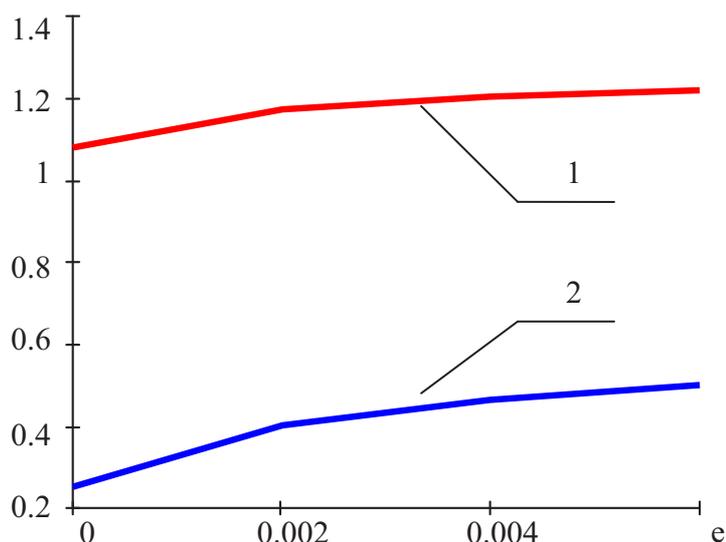


Рис. 7. Зависимости параметров качества кулачкового механизма от эксцентриситета:

1 – коэффициент возрастания усилий; 2 – угол давления

Выводы:

1) Разработанная методика оценки качества кулачкового механизма и программа расчёта на ЭВМ заставляют по новому оценить существующую методу расчёта кулачкового механизма, основанную на графических методах расчёта, которые не отражают современного состояния науки и техники и требуют совершенствования.

2) Совершенствования методики расчёта кулачкового механизма следует проводить в направлении обязательного анализа критериев качества и связи их основными параметрами и углом давления, который зависит от эксцентриситета. Значительное влияние эксцентриситет оказывает на коэффициент возрастания усилий.

3) Изменение эксцентриситета механизма с поступательно движущимся толкателем показывает, что его влияние на критерии качества кулачкового механизма неоднозначно. Особые трудности возникают при выборе эксцентриситета в реверсивных механизмах, в которых при одинаковом эксцентриситете можно выбрать различные начальные радиусы кулачка r_0 .

Список литературы

1. Теория механизмов и машин. Курсовое проектирование: Учебное пособие / под ред. Н.В. Умнова, Г.А. Тимофеева. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. 154 с.

2. Барышникова О.О., Леонов И.В., Кузенков В.В. Использование системы МАТНСАД в курсовом проектировании и выполнении домашних заданий по теории механизмов и машин. Учебное пособие / под ред. Г.А.Тимофеева. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. 66 с.
3. Егорова О.В., Леонов Д.И., Павлов Б.И. Применение системы Mathcad в курсовом проектировании по ТММ. Учебное пособие / под ред. И.В. Леонова. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. 49 с.
4. Леонов И.В., Леонов Д.И. Теория механизмов и машин. М.: Высшее образование, 2009. 239 с.
5. Белоконев И.М. Механика машин. Расчёты с применением ЭЦВМ. Киев: Вища школа, 2008. 232 с.
6. Vidal P. Aide memoire d'automatique. Paris.: Dunod, 1993. 196 p.
7. Барбашов Н.Н., Леонов И.В. Основы проектирования машин по динамическим и экономическим показателям: Учебное пособие. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. 80 с.