электронный журнал
МОЛОДЕЖНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК
Издатель ФГБОУ ВПО "МГТУ им. Н.Э. Баумана". Эл No. ФС77-51038.

УДК 623.466.55

Методика определения требуемых параметров системы стабилизации оперативно-тактической ракеты на начальной стадии проектирования

***Платунова А.В.**, студент*
кафедра «Динамика и управление полётом ракет и космических аппаратов»,
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана

Научный руководитель: Клишин А.Н., к. т. н., доцент
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана
kafsm3@sm.bmstu.ru

Разработка современных систем управления ракетами сухопутных войск (СВ) является сложным и трудоемким процессом , представляющим собой серию этапов и приближений, в процессе которых могут уточняться характеристики и параметры непосредственно летательного аппарата (ЛА), и производится выбор требуемых параметров управления, и их уточнение на последующих стадиях.

Современные вычислительные средства позволяют применять новаторские инновационные подходы при разработке систем управления. Ставшие классическими подходы, разработанные на протяжении XX века, сегодня теряют свою актуальность в связи с большими вычислительными мощностями современного исследовательского оборудования, позволяющего решать достаточно сложные задачи в достаточно сжатые сроки.

Несомненно, особую значимость в сегодняшних реалиях приобретает высокоточное оружие, позволяющее наносить точечные удары по особо важным объектам противника. Особенности конструкции таких ракет и их траекторий требует качественной системы управления. Причём особую важность имеет работа системы стабилизации (СС), так как одноступенчатые твердотопливные ракеты подобного класса, на начальных стадиях полёта имеют отрицательную статическую устойчивость.

Как правило, построение применяемых сейчас СС ракет СВ основывается на заморозке параметров ракеты, линеаризации ее уравнений состояния и определении соответствующих динамических коэффициентов.

В данной же статье предлагается качественно новая методика разработки СС для ракет данного класса, суть которой заключается в следующем: зная облик ЛА, вид и

принцип действия управляющих устройств, можно получить требуемые параметры управления, отталкиваясь от реального вектора состояния ракеты на траектории движения, а не от упрощенных коэффициентов, которые дают некоторую, порой существенную, погрешность. Основываясь на определенных опорных значениях параметров движения ЛА, формируются ограничения на параметры движения ЛА.

Согласно предлагаемому подходу, задача СС представляет собой обеспечение стабильного полета статически неустойчивого ЛА, однако при этом не требуется выполнение буквального соответствия реальных и опорных величин. Объясняется это тем, что разрабатываемая СС является базой для более сложной системы наведения с обратными связями, в которой будет производиться компенсация ошибок наведения, и некоторое рассогласование не играет никакой роли.

Рассмотрим поэтапно на более детальном примере предлагаемую методику определения параметров СС.

Пусть имеется ЛА – одноступенчатая ракета на твердом топливе, с неотделяемой головной частью и аэродинамическими органами управления. Ее исходные данные, закон управления тягой, аэродинамические и массовые характеристики известны и соответствуют ракете комплекса «Искандер-Э».

Требуется сформировать такую СС, которая обеспечивала бы полет ЛА по траектории, сходной с ракетой «Искандер-Э».

Для проведения необходимых вычислительных мероприятий необходимо сформировать программно-вычислительный комплекс, в основе которого заложена модель пространственного движения ЛА.

Исходя из условия поставленной задачи, в процессе формирования математической модели движения ЛА принимаем, что поле тяготения является центральным, Земля представляет собой сферу и на данном этапе ее суточное вращение не учитывается, атмосфера берется согласно ГОСТ 4401-81 «Атмосфера стандартная. Параметры».

Уравнения пространственного движения центра масс ЛА проецируем на оси нормальной земной системы координат (СК) $O_gX_gY_gZ_g$, которые в матричной форме будут иметь следующий вид:

$$m\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} V_x^g \\ V_y^g \\ V_z^g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_x^g \\ F_y^g \\ F_z^g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_x^g \\ G_y^g \\ G_z^g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P_x^g \\ P_y^g \\ P_z^g \end{bmatrix};$$

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} x_g \\ y_g \\ z_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_x^g \\ V_y^g \\ V_z^g \end{bmatrix}$$

V_x^g, V_y^g, V_z^g – проекции скорости ЛА на оси нормальной земной СК;

F_x^g, F_y^g, F_z^g – проекции аэродинамических сил на оси нормальной земной СК;

G_x, G_y, G_z – проекции силы тяжести на оси нормальной земной СК;

P_x^g, P_y^g, P_z^g – проекции силы тяги на оси нормальной земной СК;

x_g, y_g, z_g – проекции радиус-вектора, соединяющего начало координат с ЛА, на оси нормальной земной СК.

При этом аэродинамические силы в связанной системе координат выражены следующим образом:

$X = C_X q S_m$ – продольная сила;

$Y = C_y q S_m$ – нормальная сила ;

$Z = C_z q S_m$ – поперечная сила;

где

q – набегающий поток;

S_m – характерная площадь;

C_X, C_y, C_z – полные аэродинамические коэффициенты ЛА.

Уравнения вращательного движения ЛА относительно его центра масс записываем на оси связанной системы координат OXYZ:

$$I_x \cdot \frac{d\omega_x}{dt} = \sum M_x + (I_y - I_z) \cdot \omega_y \cdot \omega_z$$

$$I_y \cdot \frac{d\omega_y}{dt} = \sum M_y + (I_z - I_x) \cdot \omega_x \cdot \omega_z$$

$$I_z \cdot \frac{d\omega_z}{dt} = \sum M_z + (I_x - I_y) \cdot \omega_x \cdot \omega_y$$

Где I_x, I_y, I_z – осевые моменты инерции ЛА.

M_x, M_y, M_z – проекции моментов крена, рысканья и тангажа соответственно на оси связанной СК, которые выражаются:

$M_x = m_x q S_m l;$

$M_y = m_y q S_m l;$

$M_z = m_z q S_m l;$

При этом m_x, m_y, m_z – полные аэродинамические коэффициенты момента крена, рысканья и тангажа соответственно .

В качестве кинематических соотношений, связывающих угловые скорости и углы, используем параметры Родрига-Гамильтона, значения которых в начальный момент времени определяются:

$\rho_{рг}$ =cos(ϑ/2)*cos(ψ/2)*cos(γ/2)-sin(ϑ/2)*sin(ψ/2)*sin(γ/2);

$\lambda_{рг}$ =cos(ψ/2)*sin(γ/2)*cos(ϑ/2)+sin(ψ/2)*sin(ϑ/2)*cos(γ/2);

$\mu_{рг}$ =cos(ψ/2)*sin(γ/2)*sin(ϑ/2)+sin(ψ/2)*cos(ϑ/2)*cos(γ/2);

$\nu_{рг}$ =cos(ψ/2)*cos(γ/2)*sin(ϑ/2)-sin(ψ/2)*cos(ϑ/2)*sin(γ/2);

Здесь ϑ, ψ, γ – углы тангажа, рысканья и крена соответственно;

$\rho_{рг}, \lambda_{рг}, \mu_{рг}, \nu_{рг}$ − параметры Родрига-Гамильтона.

Текущие значения углов определяются следующим образом:

$\vartheta = arcsin\left(\frac{2*\rho_рг*\nu_рг + 2*\lambda_рг*\mu_рг}{2*\rho_рг*\nu_рг + 2*\lambda_рг*\mu_рг}\right);$

$\gamma = arctan\left(\frac{2*\rho_рг*\lambda_рг - 2*\nu_рг*\mu_рг}{\rho_рг^2 + \mu_рг^2 - \nu_рг^2 - \lambda_рг^2}\right);$

$\psi = arctan\left(\frac{2*\rho_рг*\mu_рг - 2*\lambda_рг*\nu_рг}{\rho_рг^2 + \lambda_рг^2 - \mu_рг^2 - \nu_рг^2}\right);$

При этом

$\frac{d\rho_{рг}}{dt} = -(\omega_x\lambda_{рг} + \omega_y\mu_{рг} + \omega_z\nu_{рг})/2;$

$\frac{d\lambda_{рг}}{dt} = (\omega_x\rho_{рг} - \omega_y\nu_{рг} + \omega_z\mu_{рг})/2;$

$\frac{d\mu_{рг}}{dt} = (\omega_x\nu_{рг} + \omega_y\rho_{рг} - \omega_z\lambda_{рг})/2;$

$\frac{d\nu_{рг}}{dt} = (-\omega_x\mu_{рг} + \omega_y\lambda_{рг} + \omega_z\rho_{рг})/2.$

Для определения углов атаки и скольжения используются следующие формулы:

$\alpha = -arctg\left(\frac{V_y^{св}}{V_x^{св}}\right);$

$\beta = arcsin\left(\frac{V_z^{св}}{V}\right);$

$\alpha_p = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2};$

Здесь $V_x^{св}, V_y^{св}, V_z^{св}$ − проекции вектора скорости на оси связанной СК

V − модуль вектора скорости поступательного движения центра масс ЛА

α_p − пространственный угол атаки.

Для нахождения углов наклона траектории и угла пути используются выражения:

$\Theta = arcsin\left(\frac{V_y^g}{V}\right);$

$\Psi = -arctg\left(\frac{V_z^g}{V_x^g}\right).$

В модели модуля сравнения получаем значения требуемых управляющих сил:

$F_{упр}^{x} = F_{пр}^{x} - F_{об}^{x}$; $M_{упр}^{x} = M_{пр}^{x} - M_{об}^{x}$;

$F_{упр}^{y} = F_{пр}^{y} - F_{об}^{y}$; $M_{упр}^{y} = M_{пр}^{y} - M_{об}^{y}$;

$F_{упр}^{z} = F_{пр}^{z} - F_{об}^{z}$; $M_{упр}^{z} = M_{пр}^{z} - M_{об}^{z}$.

$F_{об}^{x}, F_{об}^{y}, F_{об}^{z}$ – проекции равнодействующей всех сил ЛА на оси связанной СК с учетом требуемых углов отклонения рулей;

$F_{пр}^{x}, F_{пр}^{y}, F_{пр}^{z}$ – проекции равнодействующей всех сил ЛА на оси связанной СК с учетом требований по стабилизации движения ЛА;

$F_{упр}^{x}, F_{упр}^{y}, F_{упр}^{z}$ – проекции требуемой управляющей силы ЛА на оси связанной СК;

$M_{об}^{x}, M_{об}^{y}, M_{об}^{z}$ – проекции главного момента ЛА на оси связанной СК с учетом требуемых углов отклонения рулей;

$M_{пр}^{x}, M_{пр}^{y}, M_{пр}^{z}$ – всех сил ЛА на оси связанной СК с учетом требований по стабилизации движения ЛА;

$M_{упр}^{x}$, $M_{упр}^{y}$, $M_{упр}^{z}$ – проекции требуемого управляющего момента ЛА на оси связанной СК.

Требуемую управляющую силу можно также представить как

$F_{упр}^{y} = C_{\text{треб}}^{y} \cdot q \cdot S_m$;

$C_{\text{треб}}^{y}$ – требуемый аэродинамический коэффициент управляющей нормальной силы;

q – скоростной напор;

S_m –характерная площадь.

Откуда определяем $C_{\text{треб}}^{y}$.

На основе вышеизложенной модели в программной среде C++ был разработан вычислительный комплекс. В качестве метода интегрирования выбран метод Эйлера. Последнее объясняется тем, что для данного типа задач велика вероятность возникновения высококолебательных процессов и более сложные методы с прогнозом приводят к постоянному накоплению ошибки.

Описав математическую модель, можно перейти к определению параметров самой СС. Первым этапом предлагается рассчитать опорную идеальную траекторию, на всей протяженности которой ракета была бы статически устойчивой и удовлетворяла требуемым ограничениям и условиям. Известно, что устойчивость ЛА зависит от расположения его центра масс и центра давленая, и у статически устойчивых объектов их центр масс располагается перед центром давления, таким образом создавая

стабилизирующий момент нормальной аэродинамической силы. Исходя из этого, мы можем зафиксировать центр масс исходной ракеты, например, с координатой x=0.1 м от ее носка и на всем интервале полета оставлять его неизменным.

В результате, получаем траекторию движения статически устойчивой ракеты, которую вполне можно взять за опорную, предполагая при этом, что СС будет обеспечивать требуемый полет ракеты за счет поддержания нулевых значений углов рысканья и крена и программного значения угла тангажа.

Необходимо отдельно отметить правильность выбора величины шага интегрирования. Как уже упоминалось, нахождение решения дифференциальных уравнений ведется путем интегрирования методом Эйлера, который в свою очередь представляет собой одношаговый метод первого порядка точности, основанный на аппроксимации интегральной кривой кусочно-линейной функцией. Таким образом, точность, а значит и правильность расчетов, весьма существенно зависят от шага интегрирования. Так, например шаг интегрирования t=0.05 в данной работе оказался неприемлемым – результаты получались некорректными. Для иллюстрации представлен график зависимости высоты от дальности и угла атаки от времени.

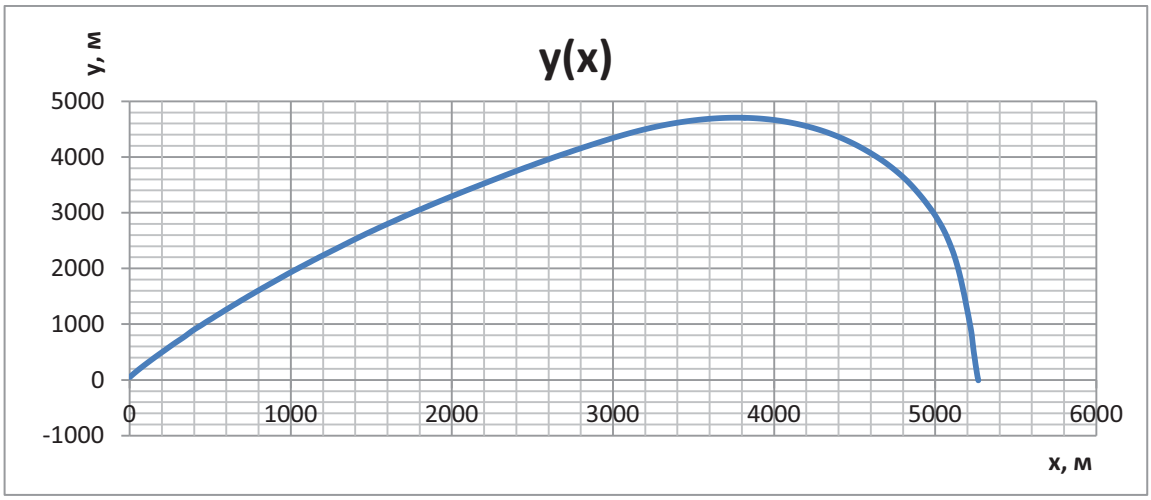

Рис. 1. Траектория движения ЛА при шаге t=0.05

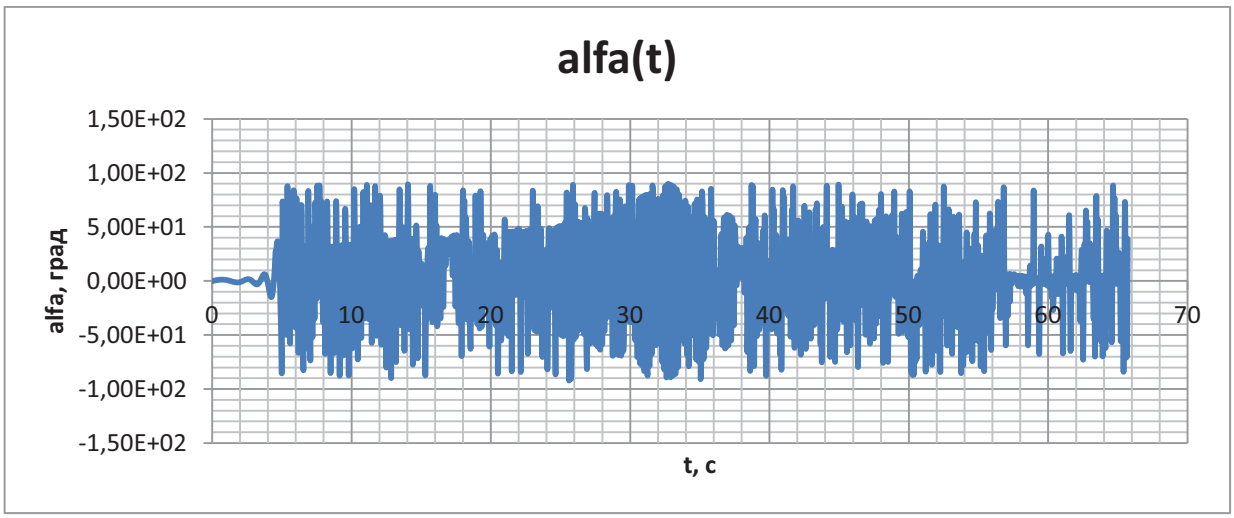

Рис. 2. Изменение угла атаки в зависимости от времени при шаге t=0.05

Уменьшив же шаг интегрирования до t =0.001 получаем совершенно отличные результаты, которые будем использовать в качестве опорных.

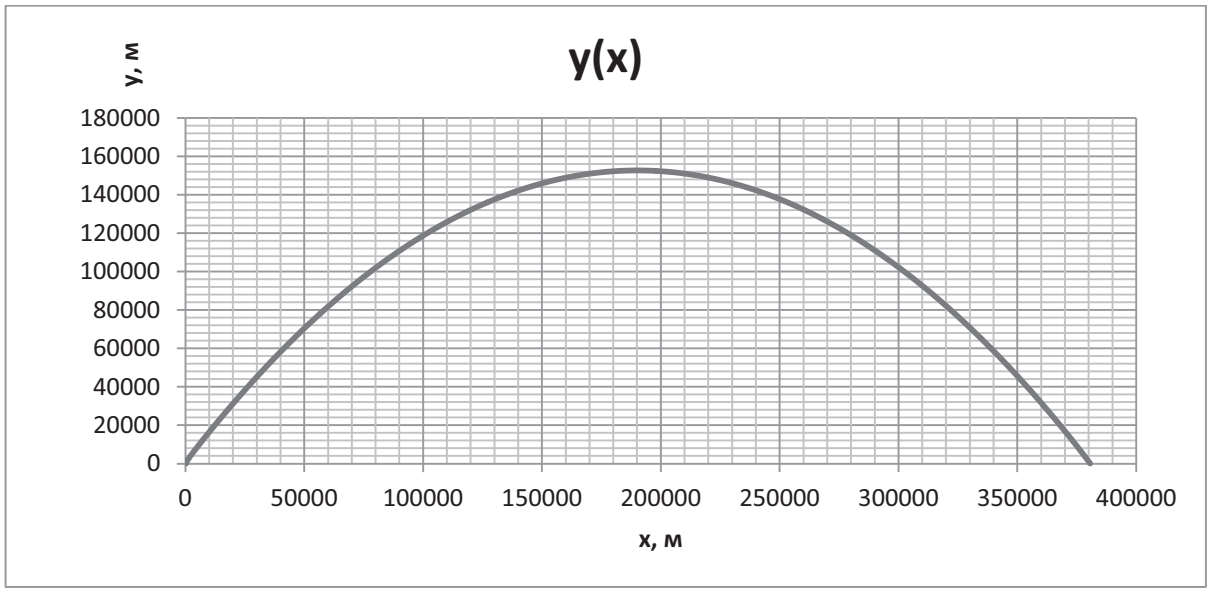

Рис.3. Траектория движения ЛА при шаге t=0.001

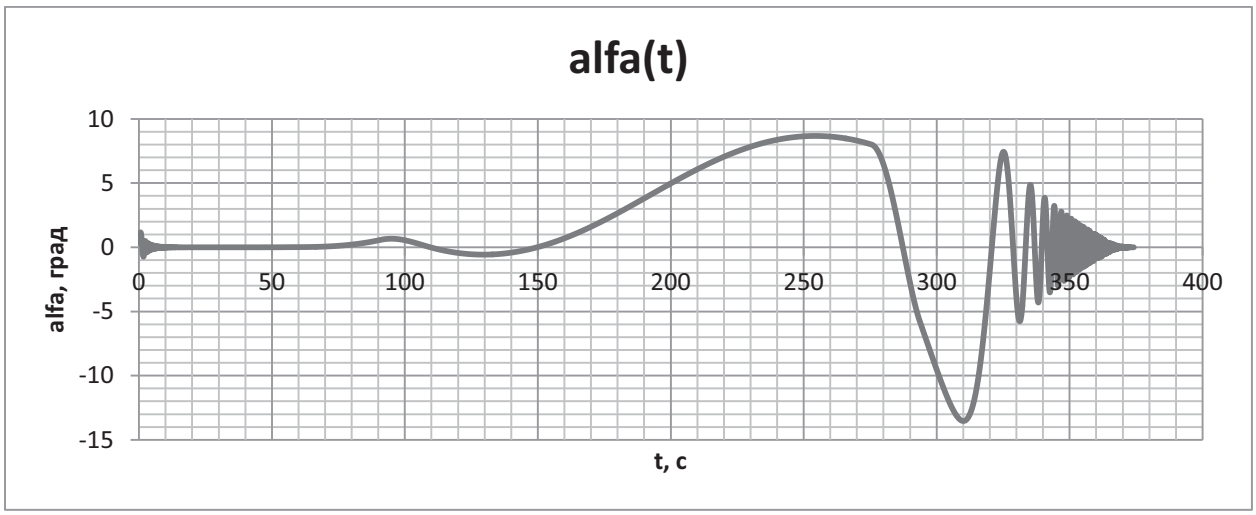

Рис. 4. Изменение угла атаки в зависимости от времени при шаге t=0.001

Следующим этапом согласно предлагаемой методике является нахождение закона изменения угла тангажа, исходя из полученного графика. Учитывая, что угол атаки на протяжении полета достаточно мал и не оказывает существенного влияния, мы можем принять закон управления в виде простейшей зависимости:

$\vartheta_{пр} = \theta_{пр}$;

$\vartheta_{пр}$– требуемый угол тангажа;

$\theta_{пр}$ – требуемый угол наклона траектории.

Таким образом, задача сводится к нахождению закона изменения угла наклона скорости к горизонту, который фактически равен углу наклона касательной к траектории в каждой ее точке, и, соответственно, может быть определен из уравнения касательной к графику функции.

В итоге у нас имеется рассчитанная траектория параболической формы, общее уравнение которой имеет вид $y = x^2 + kx + b$. Уравнение касательной к параболе и ее угла наклона представлены как $y_k = 2x + b$ и $tg\theta = y'$ соответсвенно. Подставляя из найденного выше графика опорной траектории три любых координаты, например, $x_1 = 0$; $y_1 = 0$; $x_2 = 380698$, $y_2 = 0{,}285191$; $x_3 = 190000$, $y_3 = 152597$; и решая систему уравнений, определяем уравнение касательной в каждой точке траектории:

$y_k = -0.000008423x + 1.603343773$

Таким образом, закон изменения угла наклона траектории в данном случае будет зависеть от дальности и иметь вид:

$\theta_{пр} = arctg(-0.000008423x + 1.603343773)$

где x – текущаяя координата в каждый момент времени.

Фактически, на реальные углы ориентации ЛА при неуправляемом движении накладываются ограничение и требование о соответствии реальных и опорных углов, что близко к программному управлению, но, по сути, представляет собой управление по опорным величинам.

Окончательно мы можем сформулировать выработанное управление следующим образом:

$$\begin{cases} \vartheta_{пр} = \theta_{пр} \\ \theta_{пр} = arctg(-0.000008423x + 1.603343773) \\ \Psi_{пр} = 0 \\ \psi = \beta \\ \gamma_a = \gamma = 0 \\ \omega_x = \omega_y = 0 \end{cases}$$

Далее производим моделирование и определение соответствующих заданному закону требуемых управляющих сил $F_{упр}$ и моментов $M_{упр}$, которые необходимо приложить к ЛА для его стабилизации и полета по опорной траектории.

Данное моделирование фактически реализовывается разделением всего времени полета на короткие дискретные интервалы, в пределах которых происходит расчет и коррекция траектории согласно выбранной системе управления по опорным величинам.

Это дает нам возможность без труда найти управляющие силы и моменты как разницу между реальными силами и моментами объекта управления и их требуемыми величинами. В результате получаем требуемые $F^x_{упр}$, $F^y_{упр}$, $M^z_{упр}$, выраженные в связанной СК.

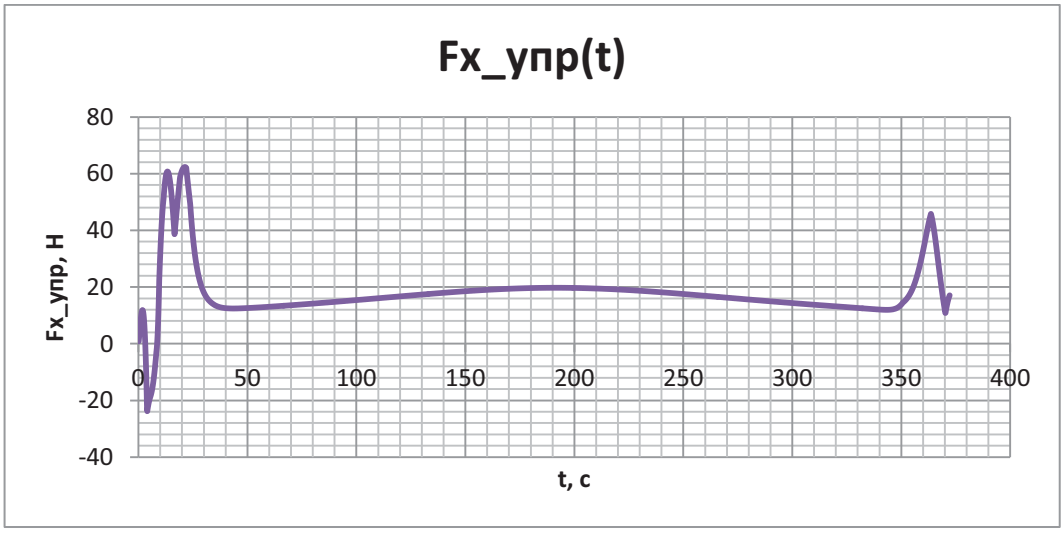

Рис. 5. Требуемая управляющая сила на ось OX связанной СК

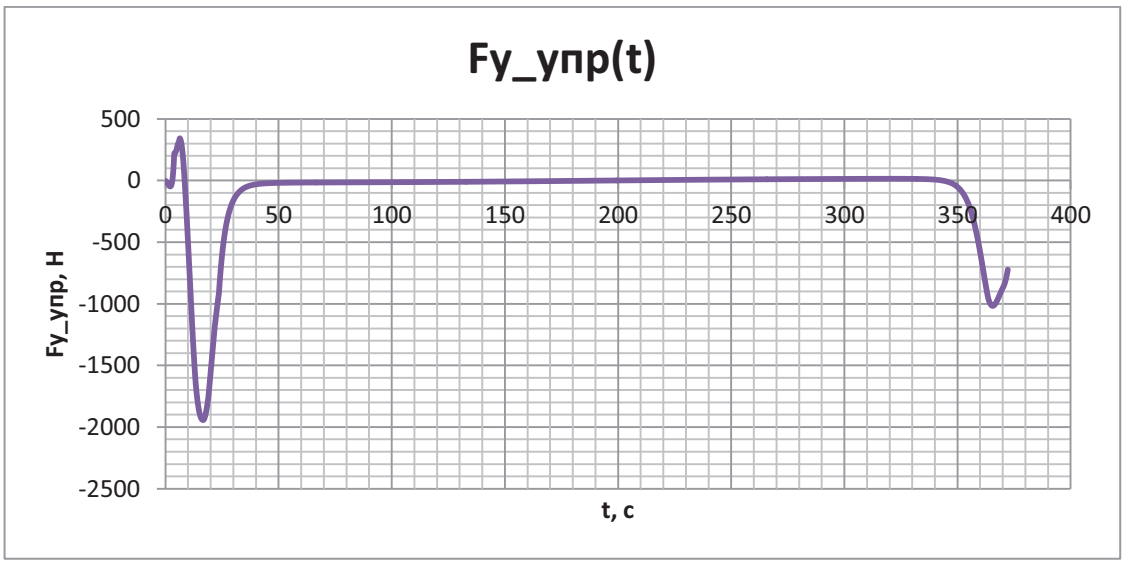

Рис. 6. Требуемая управляющая сила на ось OY связанной СК

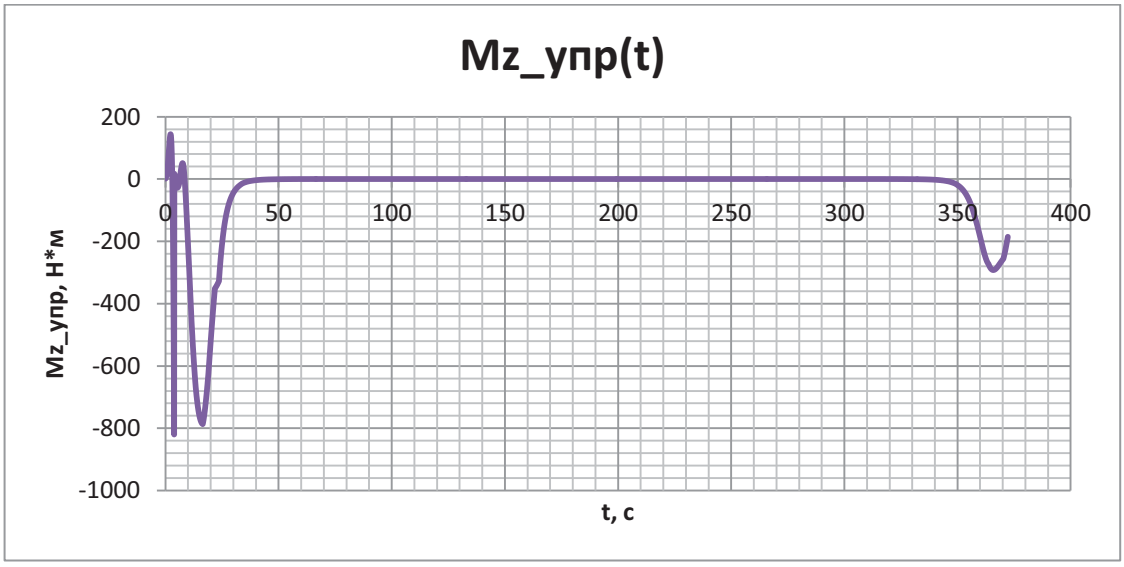

Рис. 7. Требуемый управляющий момент

Так как $F_{упр}^{x}$ достаточно мала, $F_{упр}^{z} = 0$, то при учете выбора оптимальных углов поворота органов управления ракеты учитываем только $F_{упр}^{y}$, с помощью которой можно найти требуемый аэродинамический коэффициент $C_{\text{треб}}^{y}$, необходимый для создания данной управляющей силы.

Основываясь на исходные таблицы аэродинамических характеристик и найденные требуемые аэродинамические коэффициенты управляющей силы, получаем требуемые углы поворота аэродинамических рулей $\delta_{треб}$, график изменения которых в течение всего полета представлен ниже на рис.8.

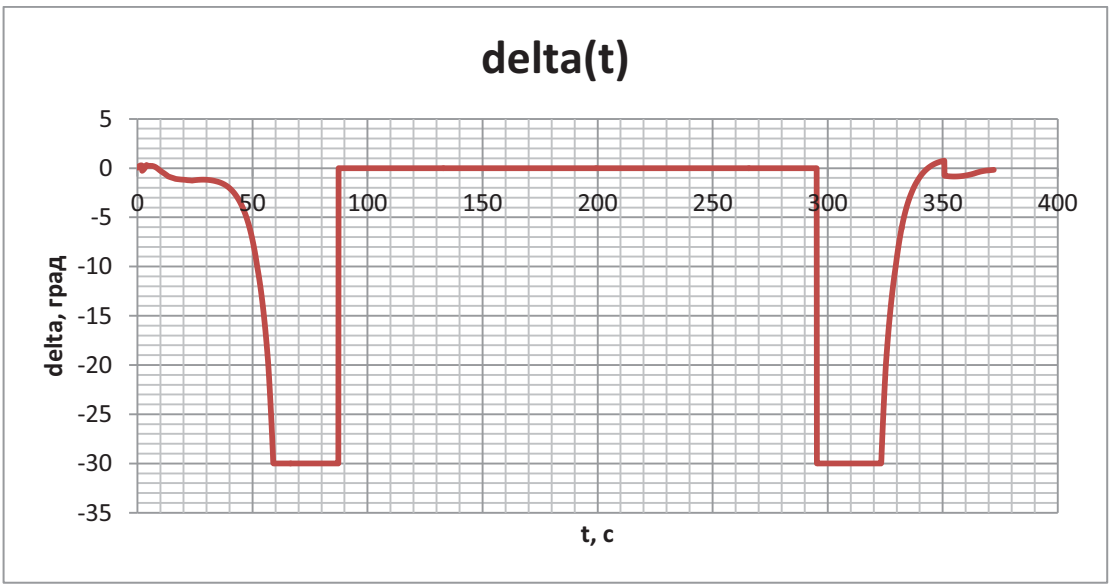

Рис. 8. Требуемые углы отклонения аэродинамических рулей.

При этом учтено, что максимально возможный угол отклонения органов управления на данном ЛА $\pm 30^0$, а также тот факт, что в безвоздушном пространстве применение аэродинамических рулей не имеет смысла, поэтому на соответствующих высотах $\delta_{треб}$ приравнивается нулю.

Введя полученные углы поворота непосредственно в моделирующую программу, получаем траекторию движения статически неустойчивой ракеты, стабилизация которой происходит аэродинамическими органами управления. График траектории и изменения угла атаки представлены ниже:

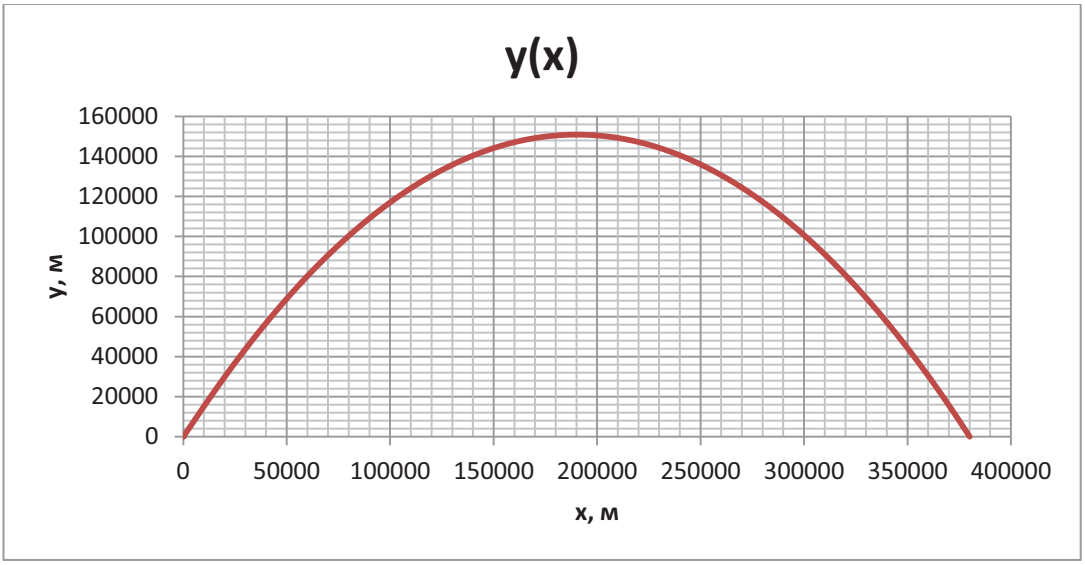

Рис. 9. Траектория ЛА с учетом управляющих сил

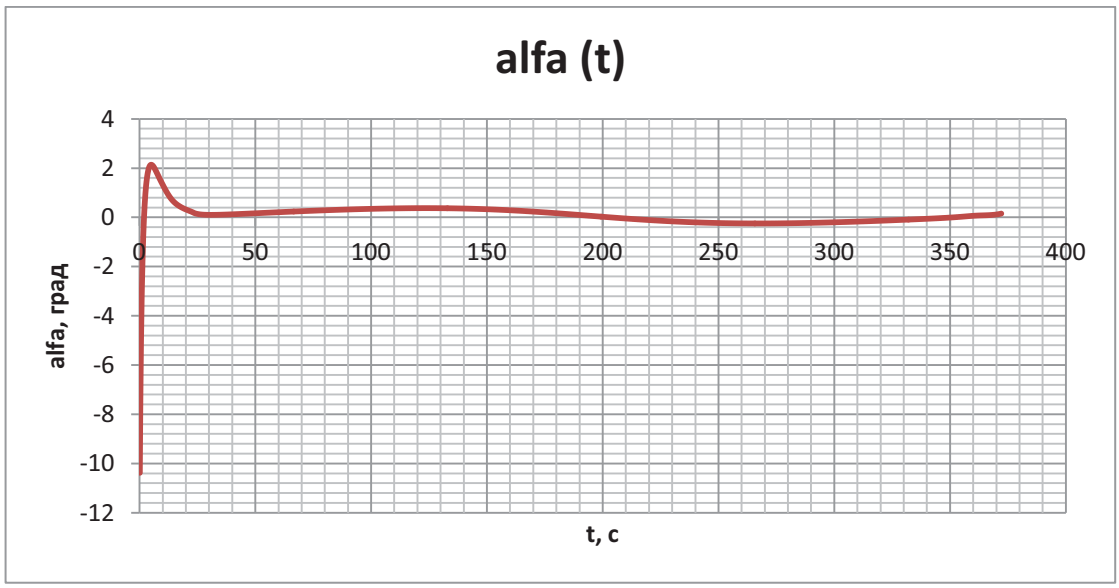

Рис. 10. Изменение угла атаки в зависимости от времени с учетом управляющих сил

Сравнивая полученный графики траектории с графиком опорной траектории как показано на рис. 11, можем сделать вывод, что точность разработанной методики высока. Траектории практически совпадают, и расхождение по дальности получается в 400 м.

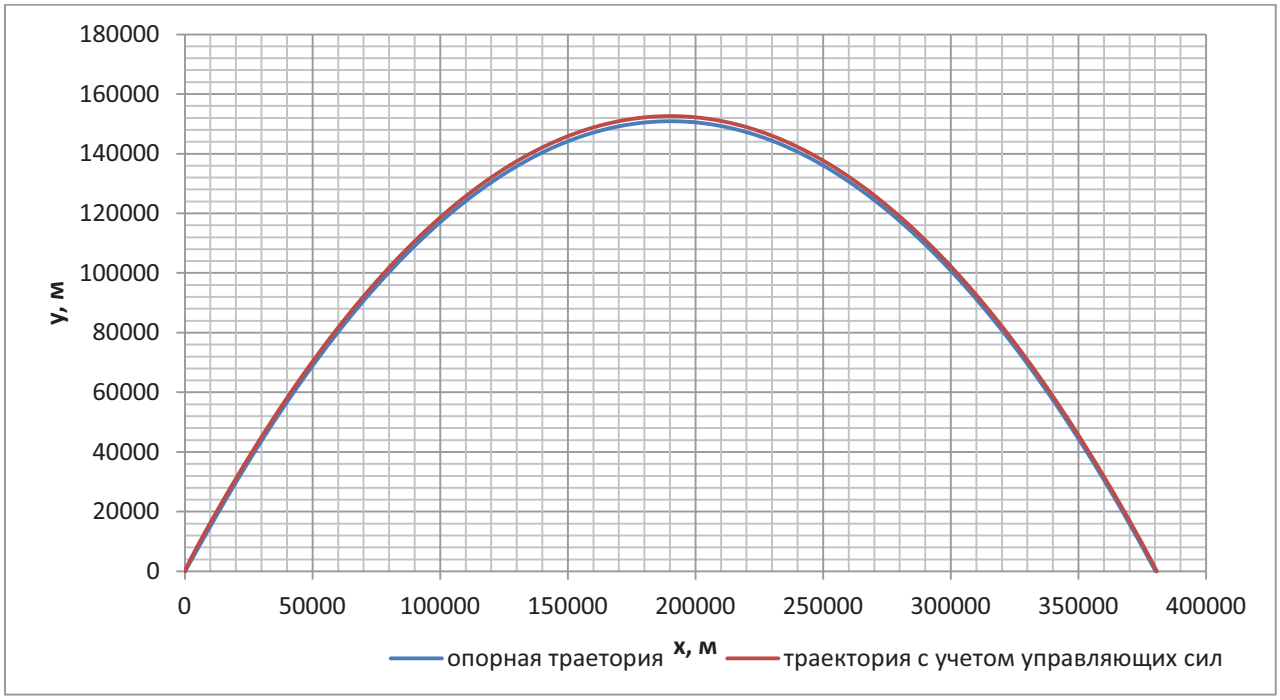

Рис. 11. Сравнение полученной траектории ЛА с опорной

Завершающим этапом определения параметров СС на начальной стадии проектирования является получение передаточных функций по изменению угла тангажа

W_δ^ϑ, где входным сигналом будет требуемый угол тангажа $\vartheta_{пр}(t)$, а выходным $-\delta_{треб}(t)$. В виду несимметричности изменения $-\delta_{треб}(t)$ на начальном и конечном участках, для получения более точных результатов определим две разные передаточные функции для каждого из участков.

Как известно из определения передаточной функции, она равняется отношению преобразования Лапласа выходного сигнала к преобразованию Лапласа входного сигнала.

Зная значения $\delta_{треб}$ и $\vartheta_{пр}$ в любой момент времени, можно восстановить их функции, то есть определить полиномы $\delta_{треб}(t)$ и $\vartheta_{пр}(t)$. Получив таким образом несколько вариантов полиномов, выбираем наиболее оптимальные, основываясь при этом на оценку точности аппроксимации полученных функций и их простоту. В результате на начальном участка имеем:

$$\vartheta_{пр}(t) = 3{,}5762 \cdot 10^{-9} \cdot t^5 - 2{,}9999 \cdot 10^{-3} \cdot t^2 + 58{,}057$$

$$\delta_{треб}(t) = 85{,}11 \cdot 10^{-9} \cdot t^6 - 1{,}5681 \cdot 10^{-5} \cdot t^5 + 1{,}1 \cdot 10^{-4} \cdot t^4 - 37{,}015 \cdot 10^{-3} \cdot t^3 + 309{,}96 \cdot t^2 - 4{,}4657 \cdot t + 10{,}061$$

Далее выполняем преобразования Лапласа и записываем полученную передаточную функцию, пренебрегая при этом значениями ниже третьего порядка :

$$W_\delta^\vartheta(s) = \frac{\delta_{треб}(s)}{\vartheta_{пр}(s)} = \frac{10{,}061 \cdot s^4 - 4{,}465 \cdot s^3 + 1{,}2199 \cdot s^2 - 0{,}2209 \cdot s + 2{,}64 \cdot 10^{-3} \cdot}{58{,}057 \cdot s^4 - 5{,}9999 \cdot 10^{-3} s}$$

Для конечно участка полученные функции имеют вид:

$$\vartheta_{пр}(t) = 43{,}338 \cdot 10^{-12} \cdot t^6 - 68{,}859 \cdot 10^{-9} \cdot t^5 + 41{,}581 \cdot 10^{-6} \cdot t^4 - 11{,}025 \cdot 10^{-3} \cdot t^3 + 782{,}57 \cdot 10^{-3} \cdot t^2 + 173{,}26 \cdot t - 25{,}865 \cdot 10^3$$

$$\delta_{треб}(t) = 595{,}86 \cdot 10^{-12} \cdot t^6 - 1{,}1125 \cdot 10^{-3} \cdot t^4 + 1{,}0466 \cdot t^3 - 415{,}33 \cdot t^2 + 78{,}136 \cdot 10^3 \cdot t - 5{,}742 \cdot 10^6$$

Соответственно передаточная функция:

$$W_\delta^\vartheta(s) = \frac{\delta_{треб}(s)}{\vartheta_{пр}(s)} = \frac{-5{,}742 \cdot 10^6 \cdot s^4 + 78{,}136 \cdot 10^3 \cdot s^3 - 8{,}3066 \cdot 10^2 \cdot s^2 + 6{,}2796 \cdot s + 2{,}67 \cdot 10^{-2}}{-25{,}865 \cdot 10^3 \cdot s^4 + 173{,}2 \cdot s^3 + 1{,}565 \cdot s^2 - 6{,}615 \cdot 10^{-2} \cdot s}$$

В результате получены передаточные функции определяющие СС ракеты СВ, что дает нам возможность на следующих стадиях оценить ее динамические свойства как объекта управления и затем включить в контур системы наведения.

Таким образом, в данной работе предлагается новая методика определения параметров СС оперативно-тактической ракеты, которая позволяет улучшить качество проектирования объекта.

Создан алгоритм определения параметров СС и методика получения передаточных функций СС.

Список литературы

1. Солухин В.Л., Гурский Б.Г., Лющанов М.А., Спирин В.Л. Основы теории систем управления высокоточных ракетных комплексов Сухопутных войск / под ред. В.Л. Солунина. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. 328 с., ил.
2. Лысенко Л.Н. Наведение и навигация баллистических ракет: учебное пособие. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. 672 с., ил.
3. Лебедев А.А., Герасюта Н.Ф. Баллистика ракет. М.: Машиностроение, 1970. 244 с., ил.
4. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике (для научных работников и инженеров). пер. со второго американского переработанного издания Араманович И.Г., Березмана А.М., Вайнштейна И.А., Румшинского Л.З., Цлафа Л.Я. М.:Наука, 1974. 833 с., ил.
5. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления. СПб: Профессия, 2003. 749с., ил.
6. Илюхин С.Н. Метод импульса силы для оценки энергетики управления полётом // Молодёжный научно-технический вестник. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2013. №8. Режим доступа: http://sntbul.bmstu.ru/doc/606165.html (дата обращения 09.03.2014).