электронный журнал
МОЛОДЕЖНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК
Издатель ФГБОУ ВПО "МГТУ им. Н.Э. Баумана". Эл No. ФС77-51038.

УДК 533.6.011.34

Прямое трехмерное моделирование и анализ переноса примеси вихревыми структурами

Шевелкина Е.Д., *студент*
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
кафедра «Физика»

Научный руководитель: Иванов М.Ф. , д. ф.-м. н.
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана
bauman@bmstu.ru

Введение.

Существует понятие аномальной или вихревой диффузии, которое заключается в значительно более быстром, относительно классического диффузионного, процессом переноса примеси. По результатам проведенных на сегодняшний день натурных измерений и исследований создан ряд оценочных моделей, используемых при расчете переноса примесей в возмущенной атмосфере[1], однако, получение точных законов и детального анализа переноса не проведено, что является на данный момент актуальной задачей.

Ранее в работе [2] было проведено подробное исследование эволюции области малых возмущений на стадии затухания. В результате проведенных исследований была получена тенденция к образованию вихревых структур на стадии затухания и их пространственный дрейф относительно области начального возмущения (рис. 1). Отдельный интерес представляет наложение наблюдаемой эволюции вихревых структур на процесс переноса примеси.

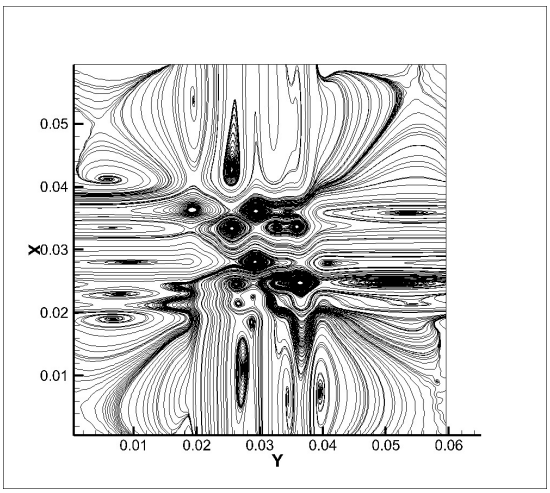

Рис. 1. Формирование вихревых структур и их дрейф относительно области начального возмущения

Математическая модель и численный метод решения системы уравнений газодинамики.

Моделирование динамики сплошной среды проводилось на основе уравнений газодинамики [3] с учетом вязкости и теплопроводности отдельных компонентов смеси (воздуха).

Система уравнений сплошной среды (химически нейтрального газа), записанная в дифференциальной форме следующая:

уравнение сохранения массы смеси

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (1)$$

уравнение сохранения массы смеси отдельных компанентов

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) c_i = \frac{1}{\rho} div\left(\rho D_i(T) \nabla c_i\right) \quad (2)$$

уравнение сохранения импульса

$$\rho\left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u}\right) = -grad(p) + div\mathbf{\Pi} \quad (3)$$

уравнения сохранения энергии

$$\rho\left(\frac{\partial E}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)E\right) = -div(p\mathbf{u}) + div(\mathbf{\Pi}\mathbf{u}) + div(k(T)grad(T)) \quad (4)$$

где введено обозначение для полной удельной (на единицу массы) энергии

$$E = c_V T + \frac{\mathbf{u}^2}{2}. \qquad (5)$$

$\mathbf{u}$ – вектор скорости, ρ - плотность газовой смеси, $c_i = \frac{n_i}{n}$ – мольная концентрация i-ой компоненты (n_i - молярная плотность i-ого вещества, $n = \sum n_i$ – молярная плотность смеси), D_i - коэффициенты многокомпонентной диффузии, $\mathbf{\Pi}$ - тензор напряжений, T – температура смеси, k_i – коэффициент теплопроводности, , p - давление, $c_\nu = \sum_i C_{\nu i} c_i$ - удельная теплоемкость газа.

Система уравнений (1)-(5) замыкается уравнением состояния газовой смеси

$$p = \rho R T \sum_i \frac{c_i}{m_i} \qquad (6)$$

и определяющими соотношениями для коэффициентов переноса.

Система уравнений (1)-(6), описывающая математическую модель, решалась численно на основе эйлерово-лагранжева метода [4], модифицированного с целью повышения точности расчета по пространственным переменным. Основная идея метода, часто называемого «Методом крупных частиц», состоит в расщеплении по отдельным физическим процессам исходной нестационарной системы уравнений - расчет каждого временного шага (вычислительного цикла) разбивается на три этапа.

Программа расчета газодинамики, разработанная М.Ф. Ивановым, при помощи которой были проведены численные эксперименты, основана на модифицированном эйлеро-лагранжевом методе, использованном в [2][5].

Постановка и анализ задачи о распространении возмущенной примесной концентрации.

В качестве стартового трехмерного численного эксперимента рассматривалась следующая постановка: в кубической области с линейными размерами 9 см в центре задавалась область примесной концентрации водорода (с линейными размерами 3 см), а также поле возмущений в виде случайного поля скоростей, модуль которых был равен 10 м/с, а направление разыгрывалось случайным образом. В качестве граничных условий были выбраны периодические граничные условия ввиду их наименьшего влияния на процесс диссипации энергии и формирующиеся в процессе затухания структуры. Размер ячеек расчетных ячеек $\Delta = 1 \cdot 10^{-3}$ м. Результаты данного численного эксперимента

сравнивались с полученными в постановке, где начальные условия отличалась от уже проведенного отсутствием поля случайных возмущений.

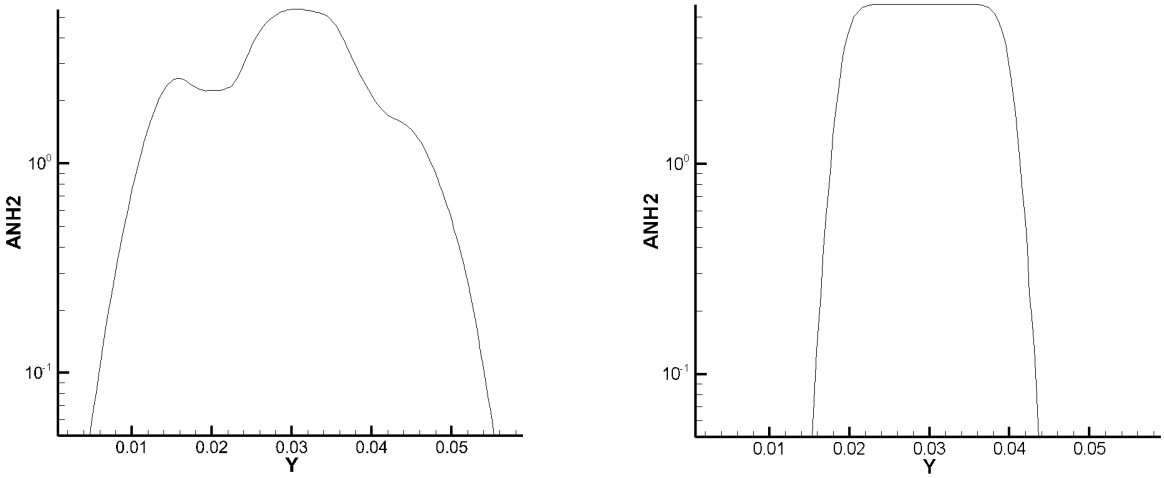

Рис. 2. Распространение примесной концентрации водорода на момент времени t=0.3 с относительно центральной области (вдоль оси ординат отложена мольная концентрация H_2)

Анализируя графики распределения концентрации в сечении XY вдоль произвольной линии (рис. 2) можно сделать вывод о том, что на фоне диффузии формирующихся вихревых образований в пространстве относительно изначально возмущенной области наблюдается ускоренное, относительно случая простой диффузии, распространение концентрации примеси.

Полученные результаты численного эксперимента согласуются с результатами натурных наблюдений более быстрого распространения примесей, вызванного вихревой диффузией. Из предположений о том, что перенос водорода осуществляется формирующимися в процессе эволюции вихрями, отдельный интерес представляет рассмотренная ниже задача о дрейфе вихря через примесь.

Постановка и анализ задачи о переносе примеси дрейфующим вихрем.

Для более подробного рассмотрения механизма переноса вещества формирующимися и дрейфующими вихрями был проведен другой, уточняющий, численный эксперимент, в котором при тех же граничных условиях в левой части области размерами 4x9x2 см задавалась «полоса» примесной концентрации, в центре которой задавался вихрь радиуса 1 см с максимальной периферийной скоростью 10 м/с (размеры расчетных ячеек те же). Для обеспечения дрейфа вихря в пространстве была задана скорость сноса равная 3 м/с. Результаты данного численного эксперимента сравнивались с другим, постановка начальных условий которого отличалась

отсутствием вихря (рис. 3). Более детально эволюция поля примесной концентрации во времени представлена на рис. 4.

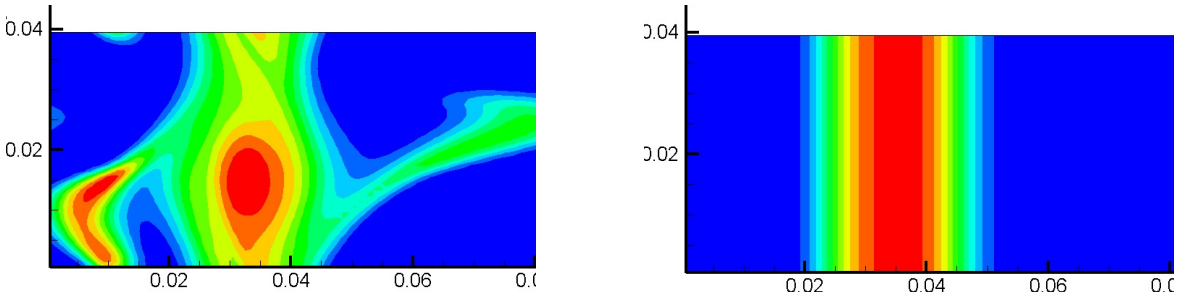

Рис. 3. Распределение концентрации на момент времени t=0.05 с для эксперимента с вихрем (слева) и без (справа)

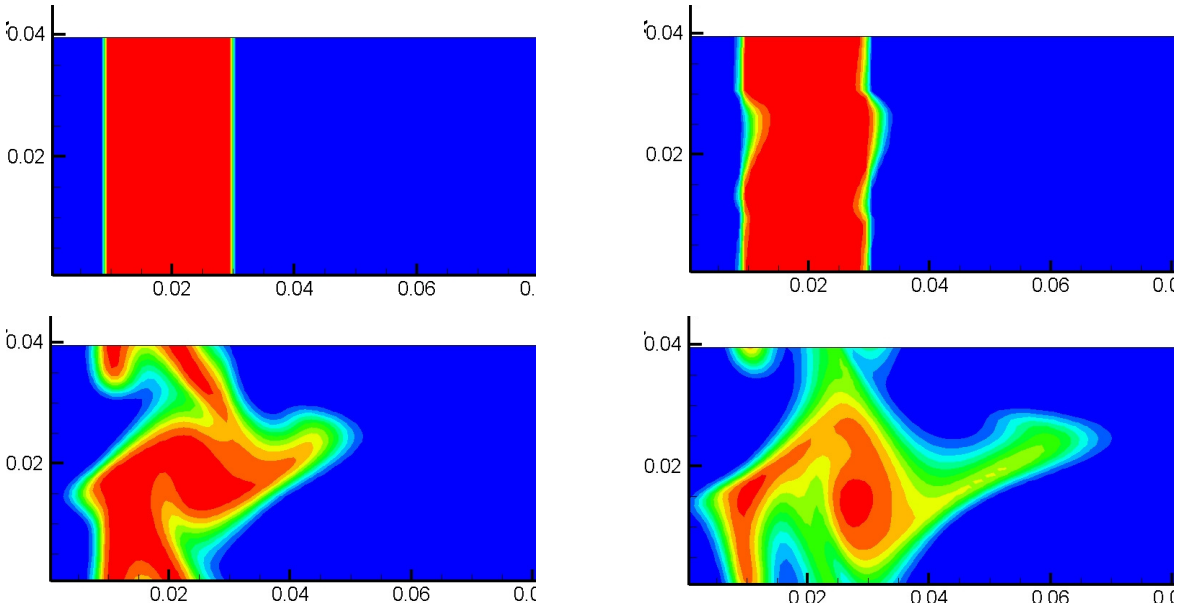

Рис. 4. Распределение концентрации H_2 на моменты времени: t=0; 0.001; 0.01; 0.025 с

В случае графического наложения периодического поля течений на поле концентраций в произвольный момент времени наблюдаются похожие между собой картины (рис. 5):

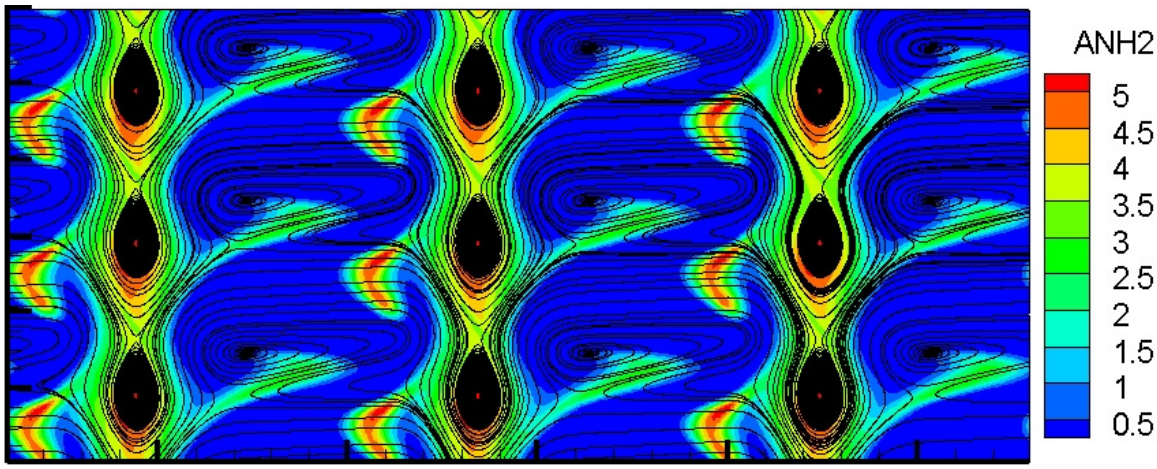

Рис. 5. Периодическое поле течений, наложенное на периодическое поле концентраций примеси в сечении XY

Из результатов видно, что, как и предполагалось, дрейфующий вихрь влияет на перенос вещества. Более того, по рисункам иллюстрирующим распределение концентрации H_2 в различные моменты времени виден механизм переноса примеси: вихрь, проходя через полосу примеси, захватывает ее и несет внутри себя, особенно хорошо «захват» примеси наблюдается на примере периферийных вихрей, образующихся вокруг начального. Из временного анализа распространения примеси также видно, что периферийные вихри, имеющие отличную от основной скорость дрейфа, при своем движении увеличивают область распространения примеси.

Заключение.

Полученные результаты численного эксперимента согласуются с результатами натурных наблюдений аномального переноса. Важным результатом для описания механизма вихревой диффузии является захват примесной концентрации вихрем и ее перенос в пространстве с некоторой скоростью дрейфа. Также выделено влияние «дочерних» вихрей, которые при своем движении увеличивают область распространения примеси. Соответственно, можно сделать предположение о том, что примесь может так дрейфовать в образующихся вихрях, на достаточно большие расстояния, т.к. согласно предыдущим расчетам, вихри являются устойчивыми образованиями [2][5].

Список литературы

1. Берлянд М.Е. Современные проблемы атмосферной диффузии и загрязнения атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1975. 436 с.
2. Шевелкина Е.Д. Анализ результатов численного моделирования структур турбулентных потоков // Молодежный научно-технический вестник. МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Электрон. журн. 2013. № 4. Режим доступа: http://sntbul.bmstu.ru/doc/564253.html (дата обращения 18.05.2014).

3. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Курс теоретической физики. В 12 т. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1988. 731 с.
4. Белоцерковский О.М., Давыдов Ю.М. Метод крупных частиц в газовой динамике. М.: Наука. 1982. 392 с.
5. Иванов М.Ф., Киверин А.Д., Шевелкина Е.Д. Эволюция вихревых возмущений на различных стадиях турбулентных течений// Инженерный журнал: наука и инновации. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2013. № 8. Режим доступа: http://engjournal.ru/catalog/fundamentals/physics/870.html (дата обращения 13.04.2014).