электронный журнал
МОЛОДЕЖНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК
Издатель ФГБОУ ВПО "МГТУ им. Н.Э. Баумана". Эл No. ФС77-51038.

УДК 531.283

Автоматизация проверок араметровдинамически настраиваемого гироскопа

***Тан Синюань**, аспирант*
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
кафедра «Приборы и системы навигации, стабилизации и ориентации»

Научный руководитель: Подчезерцев В.П. к.т.н. доцент
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана
bauman@bmstu.ru

Введение

Современные системы ориентации используют прецизионные гироскопические чувствительные элементы, которые проходят необходимую предварительную калибровку. Динамически настраиваемый гироскоп (ДНГ) является одним из широко используемых типов гироскопа в системах ориентации, стабилизации и навигации.

В мире на предприятиях-изготовителях и у потребителей при входном контроле используются различные стенды для определения параметров гироскопов например поворотные стенды типа TES 3, 4 (Швейцария), трехосный поворотной стенд с супервысокой точностью ITATT американской компании CGC. Эти стенды имеют очень высокую точность, но они имеют достаточно большие габариты и очень дороги.

В данной работе предлагается вариант автоматизированного испытательного стенда, достаточно экономичный и малогабаритный, для калибровки параметров ДНГ в режиме датчика угловой скорости (ДУС), разработаны модель погрешности гироскопа и алгоритм его калибровки.

Уравнения и структурная схема ДНГ в режиме ДУС

Динамически настраиваемые гироскопы (см. рис.1) являются трехстепенными гироскопами с вращающимся внутренним упругим карданным подвесом. На рис.1. представлена кинематическая схема ДНГ в режиме ДУС, в которой имеются датчики углов поворота ротора, датчики моментов и усилители контура обратной связи. При повороте ротора относительно корпуса с датчика угла на усилитель поступает электрический сигнал пропорциональный углу поворота, который далее подается в датчик

момента. Датчик создает момент, под действием которого ротор прецессирует в сторону уменьшения угла поворота ротора. Таким образом, ротор гироскопа относительно корпуса в установившемся движении находится, при наличии интеграла в контуре обратной связи, в нулевом положении, а величины токов в моментных датчиках пропорциональны входным угловым скоростям.

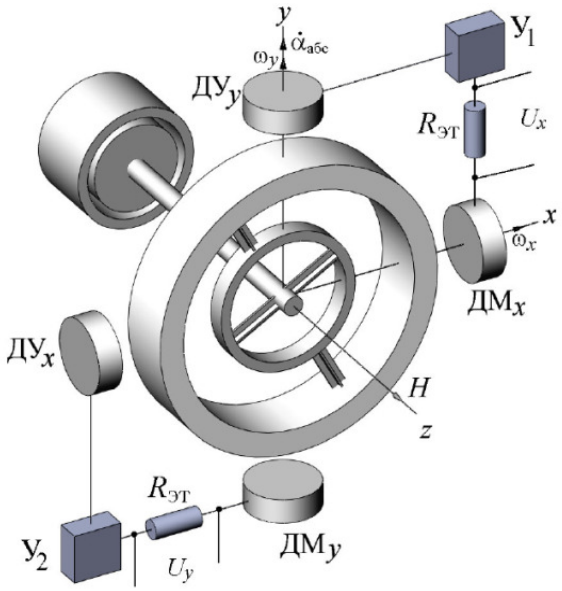


Рис. 1. Кинематическая схема ДНГ в режиме ДУС

Уравнения движения ДНГ, в соответствии с [1], имеют вид

$$\begin{cases} A\left(\ddot{\alpha}+\dot{\omega}_x\right)+H\left(\dot{\beta}+\omega_y\right)+K_yW_y\beta=M_x \\ A\left(\ddot{\beta}+\dot{\omega}_y\right)-H\left(\dot{\alpha}+\omega_x\right)-K_xW_x\alpha=M_y \end{cases}, \qquad (1)$$

где A – экваториальный момент инерции ротора ДНГ,

H – кинетический момент ДНГ,

$K_xW_x\alpha$, $K_yW_y\beta$ – моменты, формируемые в датчиках моментов контуром обратной связи,

α, β – углы поворота ротора относительно корпуса вокруг осей x и y,

ω_x, ω_y – угловые скорости корпуса ДНГ относительно инерциальной системы координат вокруг осей x иy,

M_x, M_y – возмущающие моменты вокруг осей x и y, определяющие собственный дрейф ДНГ.

На рис.2 представлена структурная схема, соответствующая уравнениям (1).

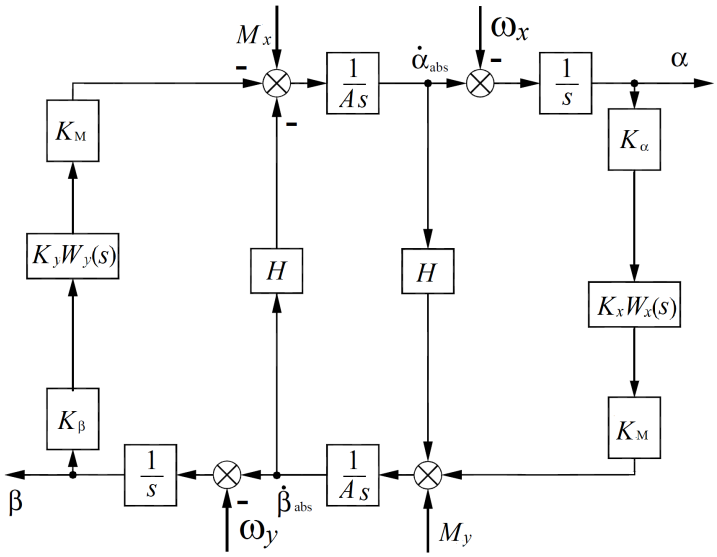


Рис. 2. Структурная схема ДНГ в режиме ДУС

где: $\dot{\alpha}_{абс} = \dot{\alpha} + \omega_x$ – абсолютная угловая скорость ротора гироскопа по оси x,

$\dot{\beta}_{абс} = \dot{\beta} + \omega_y$ – абсолютная угловая скорость ротора гироскопа по оси y.

Передаточная функция усилителя обратной связи обычно представляется в следующем виде

$$KW(s) = \frac{K_\alpha K_y K_м (1 + T_1 s)}{T_1 s (1 + T_2 s)^2}, \quad (2)$$

где интегрирующее звено используется для исключения установившегося угла отклонения ротора при наличии входной угловой скорости ω_x и исключения тем самым погрешностей ДНГ связанных с постоянной времени и динамической расстройкой.

K_α, K_β – крутизны датчика угла,

K_y – крутизна усилителя,

$K_м$ – масштабный коэффициент датчика момента.

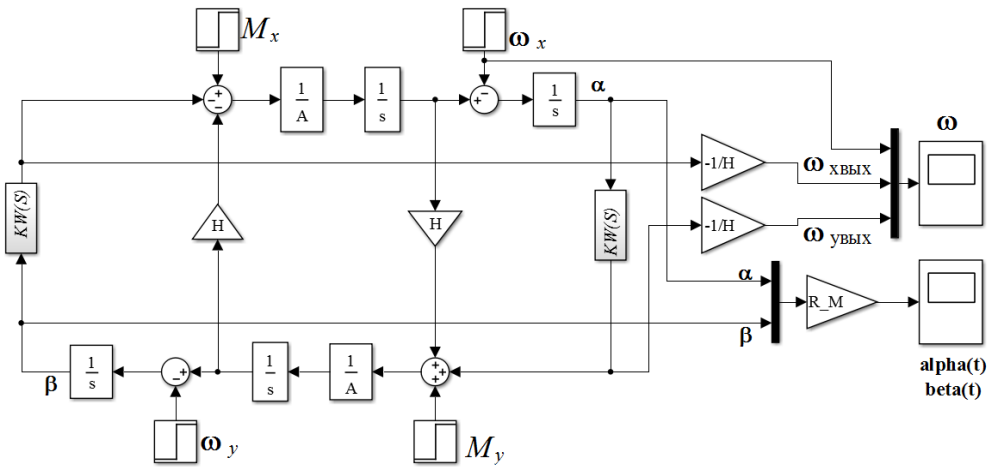


Рис. 3. Модель ДНГ – ДУС в среде Simulink

В соответствии со структурной схемой на рис.2была разработана модель прибора в среде Simulink (Matlab), показанной на рис.3. Моделирование проводилось применительно к гироскопу ГВК-6 с параметрами: $H = 1.4\times10^{-3}$ [Н·м·с]; Ω=1570 °/с; $A = 5\times10^{-7}$ [Н·м·с^2]; $K_\alpha = K_\beta = 6$ [В/рад]; $K_м = 10$ [рад/(с·А)].

При моделировании, из условия обеспечения оптимальных переходных характеристик, были получены следующие параметры контура обратной связи: T_1=1.5x10^{-3}с;T_2=10^{-3}с; $K_с = 3$ [А/В]. На рис.4 и 5 показаны полученные по результатам моделирования переходные процессы при ω_x=1 рад/с; ω_y=0, M_x=M_y=0.

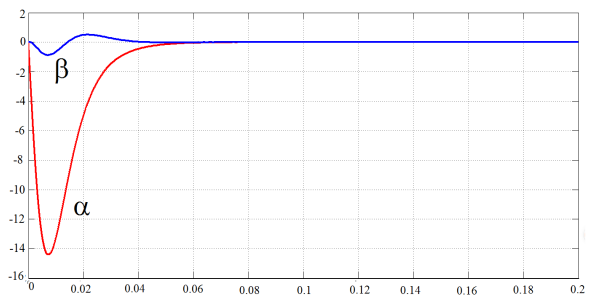


Рис. 4. Переходные процессы по каналам *x* и *y* по углам отклонения ротора ДНГ

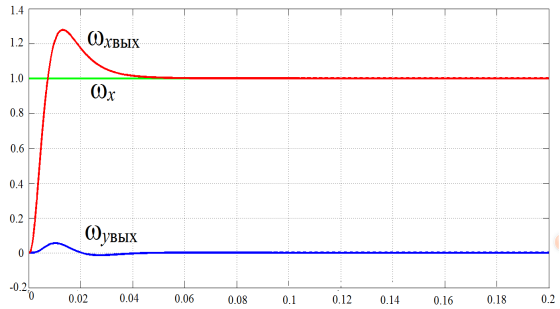


Рис. 5. Переходные процессы по каналам *x* и *y* по измеряемым угловым скоростям

Модель погрешности ДНГ

Модель погрешности ДНГ в соответствии с [5] имеет вид:

$$\begin{cases} \omega_{\text{р}x} = \omega_{0x} - \omega_{\tau}\alpha + \omega_{\Delta f}\beta + \omega_{g}n_{x} - \omega_{\text{к}}n_{y} + \omega_{\text{н}}n_{x}n_{z} \\ \omega_{\text{р}y} = \omega_{0y} - \omega_{\tau}\beta - \omega_{\Delta f}\alpha + \omega_{\text{к}}n_{x} + \omega_{g}n_{y} + \omega_{\text{н}}n_{y}n_{z} \end{cases}, \quad (3)$$

где ω_{0x}, ω_{0y}– составляющие собственной скорости прецессии (ССП), не зависящие от ускорения;

ω_{g}– составляющая ССП, пропорциональная первой степени ускорения, вызванная смещением центров масс ротора и колец;

$\omega_{\text{к}}$– составляющая ССП, пропорциональная первой степени ускорения, определяемая квадратурными моментами;

$\omega_{\text{н}}$– составляющая ССП, пропорциональная второй степени ускорения, определяемая неравножесткостью упругого карданного подвеса;

ω_{τ} – составляющая ССП, определяемая газодинамическими моментами или постоянной времени гироскопа;

$\omega_{\Delta f}$– составляющая ССП от динамической расстройки;

n_x; n_y; n_z– перегрузки по осям x, y и z.

На практике погрешность $\omega_{\text{н}}$ от неравножесткости достаточно мала в сравнении с остальными погрешностями. Кроме того, наличие в усилителе обратной связи (ОС) интегрирующего звена исключает статическое отклонение ротора и соответствующие погрешности, связанные с постоянной времени и динамической расстройкой. Математическая модель ССП ДНГ (4), работающего в режиме ДУС, при этом, может быть записана в следующем виде:

$$\begin{cases} \omega_{\text{р}x} = \omega_{0x} + \omega_{g}n_{x} - \omega_{\text{к}}n_{y} + K_{x}J_{x} + K_{xy}J_{y} \\ \omega_{\text{р}y} = \omega_{0y} + \omega_{\text{к}}n_{x} + \omega_{g}n_{y} + K_{yx}J_{x} + K_{y}J_{y} \end{cases}. \quad (4)$$

Определение составляющих дрейфов и масштабных коэффициентов ДМ на поворотном стенде

Введем следующие системы координат:

– $\xi\eta\zeta$ –географическую систему координат,

– $\xi\eta\zeta_1$ – связанную с рамой стенда,

– $\xi\eta\zeta_{ij}$– связанную с задаваемыми положениями ijплатформы стенда,

– xyz_{ij}– связанную с реальными положениями ij платформы стенда,

– xyz– связанную с корпусом гироскопа.

Система координат $\xi\eta\zeta_1$, связанная с рамой стенда, в исходном положении совпадает с географической системой координат и может поворачиваться вокруг оси ξ_1 (лежащей в плоскости горизонта и направленной на восток) на углы θ_i. Система координат платформы $\xi\eta\zeta_{ij}$, совпадающая в исходном положении с системой координат рамы $\xi\eta\zeta_1$, может поворачиваться относительно нее вокруг оси ζ_1 на углы ψ_j.

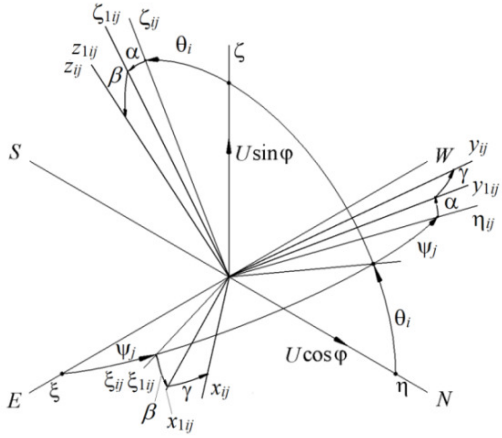


Рис.6. Системы координат

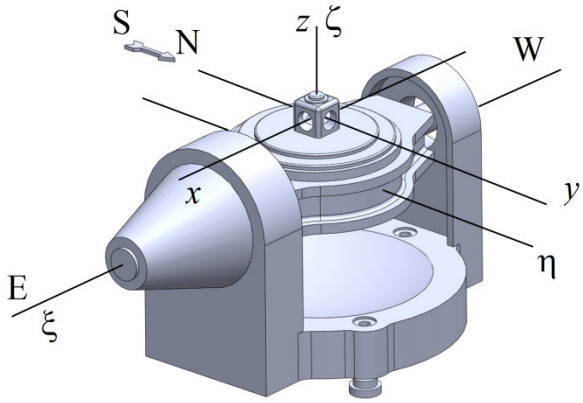


Рис.7. Испытательный стенд в исходном положении

Связь указанных систем координат определяется следующими соотношениями:

$$\begin{pmatrix} \xi_{ij} \\ \eta_{ij} \\ \zeta_{ij} \end{pmatrix} = A_{ij} \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix} \tag{5}$$

и

$$\begin{pmatrix} x_{ij} \\ y_{ij} \\ z_{ij} \end{pmatrix} = \tilde{E}_{ij} \begin{pmatrix} \xi_{ij} \\ \eta_{ij} \\ \zeta_{ij} \end{pmatrix}, \tag{6}$$

где

$$A_{ij} = A_{ij}(\theta_i, \psi_j) = \begin{pmatrix} \cos\psi_j & \cos\theta_i \sin\psi_j & \sin\theta_i \sin\psi_j \\ -\sin\psi_j & \cos\theta_i \cos\psi_j & \sin\theta_i \cos\psi_j \\ 0 & -\sin\theta_i & \cos\theta_i \end{pmatrix} \tag{7}$$

–матрица поворота системы координат $\xi\eta\zeta_{ij}$ относительно географической системы $\xi\eta\zeta$;

$$\tilde{E}_{ij} = \begin{pmatrix} \cos\beta\cos\gamma & \cos\alpha\sin\gamma + \sin\alpha\sin\beta\cos\gamma & \sin\alpha\sin\gamma - \cos\alpha\sin\beta\cos\gamma \\ -\cos\beta\sin\gamma & \cos\alpha\cos\gamma - \sin\alpha\sin\beta\sin\gamma & \sin\alpha\cos\gamma + \cos\alpha\sin\beta\sin\gamma \\ \sin\beta & -\sin\alpha\cos\beta & \cos\alpha\cos\beta \end{pmatrix} \quad (8)$$

–матрица поворота системы координат xyz_{ij} относительно системы координат $\xi\eta\zeta_{ij}$;

α, β, γ – углы установки платформы относительно задаваемого положения.

Подставив уравнение (6) в (5) с учетом (7) и (8) можно получить связь систем координат xyz_{ij} и $\xi\eta\zeta$:

$$\begin{pmatrix} x_{ij} \\ y_{ij} \\ z_{ij} \end{pmatrix} = \tilde{E}_{ij} A_{ij} \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix} = \tilde{A}_{ij} \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix}, \quad (9)$$

Положения гироскопа при испытании

Для определения составляющих дрейфа и масштабных коэффициентов ДМ динамически настраиваемого гироскопа корпус гироскопа устанавливают с помощью испытательного стенда (см. рис.7) в различные фиксированные положения. При достаточно точной предварительной аттестации действительной ориентации платформы стенда в фиксированных положениях углами α, β и γ относительно базовой системы координат (связанной с корпусом стенда) на заводе-изготовителе, а также точного измерения токов J_{xij}; J_{yij}в ДМ можно определить с высокой точностью искомые параметры ДНГ.

На рис.8 показаны некоторые из положений стенда. Благодаря тому, что испытания ДНГ в этих положениях проводятся в режиме электрической пружины или, иначе говоря, в режиме датчика угловой скорости (ДУС), то ротор относительно корпуса находится в неизменном положении и угловая скорость ротора $\overline{\omega}_{\text{р}}$ в установившемся режиме равна угловой скорости корпуса $\overline{\omega}$, т. е.

$$\overline{\omega}_{\text{р}} = \overline{\omega}. \quad (10)$$

С учетом (4) уравнение (10) примет вид:

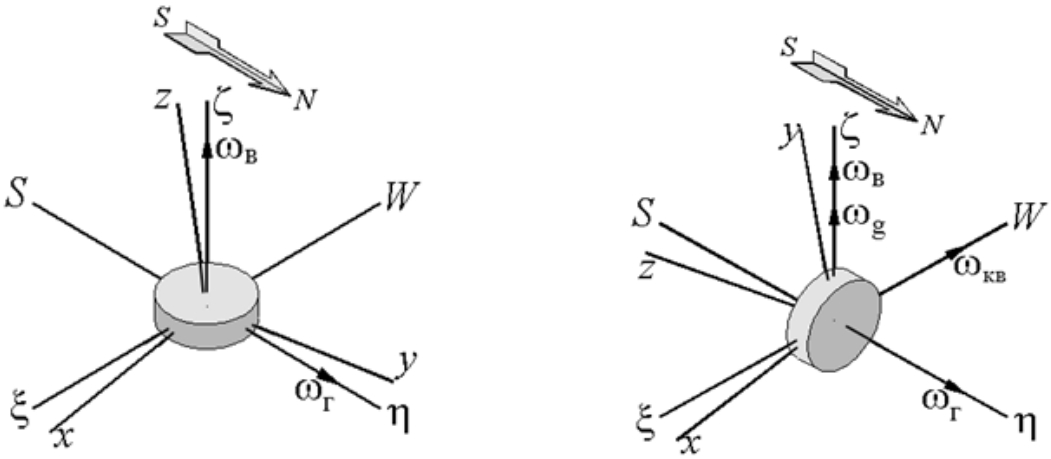
$$\begin{cases} \omega_{0x} + \omega_g n_x - \omega_{\hat{e}} n_y + K_x J_x + K_{xy} J_y = \omega_x \\ \omega_{0y} + \omega_{\hat{e}} n_x + \omega_g n_y + K_{yx} J_x + K_y J_y = \omega_y \end{cases}, \quad (11)$$

или в векторно-матричном виде:

$$\begin{pmatrix} K_x & K_{xy} \\ K_{yx} & K_y \end{pmatrix} \overline{J}_{ij} + \overline{\omega}_0 + \begin{pmatrix} \omega_g & -\omega_к \\ \omega_к & \omega_g \end{pmatrix} \overline{n}_{ij} = \overline{\omega}_{ij}, \tag{12}$$

где: $\overline{J}_{ij} = \begin{pmatrix} J_{xij} \\ J_{yij} \end{pmatrix}$; $\overline{\omega}_0 = \begin{pmatrix} \omega_{0x} \\ \omega_{0y} \end{pmatrix}$; $\overline{n}_{ij} = \begin{pmatrix} n_{xij} \\ n_{yij} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{A}_{ij13} \\ \tilde{A}_{ij23} \end{pmatrix}$;

$$\overline{\omega}_{ij} = \begin{pmatrix} \omega_{xij} \\ \omega_{yij} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{A}_{ij12} & \tilde{A}_{ij13} \\ \tilde{A}_{ij22} & \tilde{A}_{ij23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_г \\ \omega_в \end{pmatrix} \tag{13}$$



а) б)

Рис.8. Некоторые положения ДНГ при испытании на поворотном стенде:
а) – положение ДНГ при углах $\theta = 0^o$, $\psi = 0^o$; б) – положение ДНГ при углах $\theta = 90^o$, $\psi = 0^o$

На рис.8. $\omega_г$ и $\omega_в$ являются горизонтальной и вертикальной проекциями угловой скорости Земли.

Элементы матрицы $\tilde{A}_{ij} = \tilde{E}_{ij} A_{ij}$: $\tilde{A}_{ij12}$; $\tilde{A}_{ij22}$; $\tilde{A}_{ij13}$; $\tilde{A}_{ij23}$ в соотношениях (12) и (13) обозначим $a_{ij}; b_{ij}; c_{ij}; d_{ij}$. Они имеют вид:

$$\begin{aligned} a_{ij} &= \cos\theta_i \cos\psi_j \left(\cos\alpha_{ij}\sin\gamma_{ij} + \sin\alpha_{ij}\sin\beta_{ij}\cos\gamma_{ij}\right) - \\ &\quad -\sin\theta_i \left(\sin\alpha_{ij}\sin\gamma_{ij} - \cos\alpha_{ij}\sin\beta_{ij}\cos\gamma_{ij}\right) + \cos\theta_i \sin\psi_j \cos\beta_{ij}\cos\gamma_{ij} \\ b_{ij} &= \cos\theta_i \cos\psi_j \left(\cos\alpha_{ij}\cos\gamma_{ij} - \sin\alpha_{ij}\sin\beta_{ij}\sin\gamma_{ij}\right) - \\ &\quad -\sin\theta_i \left(\sin\alpha_{ij}\cos\gamma_{ij} + \cos\alpha_{ij}\sin\beta_{ij}\sin\gamma_{ij}\right) - \cos\theta_i \sin\psi_j \cos\beta_{ij}\sin\gamma_{ij} \end{aligned} \tag{14}$$

$$c_{ij} = \cos\theta_i \left(\sin\alpha_{ij}\sin\gamma_{ij} - \cos\alpha_{ij}\sin\beta_{ij}\cos\gamma_{ij}\right) +$$
$$+\sin\theta_i\cos\psi_j \left(\cos\alpha_{ij}\sin\gamma_{ij} + \sin\alpha_{ij}\sin\beta_{ij}\cos\gamma_{ij}\right) + \sin\theta_i\sin\psi_j\cos\beta_{ij}\cos\gamma_{ij}$$
$$d_{ij} = \cos\theta_i \left(\sin\alpha_{ij}\cos\gamma_{ij} - \cos\alpha_{ij}\sin\beta_{ij}\sin\gamma_{ij}\right) +$$
$$+\sin\theta_i\cos\psi_j \left(\cos\alpha_{ij}\cos\gamma_{ij} - \sin\alpha_{ij}\sin\beta_{ij}\sin\gamma_{ij}\right) - \sin\theta_i\sin\psi_j\cos\beta_{ij}\sin\gamma_{ij}$$

Итак, окончательно получаем систему уравнений для определения параметров математической модели погрешностей ДНГ

$$\begin{cases} K_x J_{xij} + K_{xy} J_{yij} + \omega_{0x} + \omega_g c_{ij} - \omega_к d_{ij} = \omega_г a_{ij} + \omega_в c_{ij} \\ K_{yx} J_{xij} + K_y J_{yij} + \omega_{0y} + \omega_к c_{ij} + \omega_g d_{ij} = \omega_г b_{ij} + \omega_в d_{ij} \end{cases}. \qquad (15)$$

где: i=1…4 (θ_i=0, 90°, 180°, 270°) и j=1…4 (ψ_j=0, 90°, 180°, 270°) – соответствуют конкретным положениям корпуса ДНГ,

J_{xij} и J_{yij} представляют собой средние значения токов, измеренных в течение заданного промежутка времени (не менее 1 мин) с частотой не менее 200 Гц.

Таким образом, установка ДНГ в различные положения по отношению к направлениям скорости вращения Земли и плоскости горизонта, а также измерение токов в обмотках моментных датчиков ДНГ в каждом из этих положений определяют 32 уравнения относительно неизвестных 8 параметров (K_x; K_y; K_{xy}; K_{yx}; ω_{0x}; ω_{0y}; ω_g; $\omega_к$).

Чтобы определить вышесказанные 8 неизвестных в данной работе используются 16 уравнений достаточно.

Для 16 указанных положений стенда, определяемых углами $\psi_{(j=1,2,3,4)}$ и $\theta_{(i=1,2)}$,получаем компоненты соотношений (14) в виде:

При $\theta_{(i=1)}$=0 и $\psi_{(j=1,2,3,4)}$=[0°,90°,180°,270°]:

$$\psi_1 = 0^o$$
$$a_{11} = \cos\alpha_{11}\sin\gamma_{11} + \sin\alpha_{11}\sin\beta_{11}\cos\gamma_{11}$$
$$b_{11} = \cos\alpha_{11}\cos\gamma_{11} - \sin\alpha_{11}\sin\beta_{11}\sin\gamma_{11}$$
$$c_{11} = \sin\alpha_{11}\sin\gamma_{11} - \cos\alpha_{11}\sin\beta_{11}\cos\gamma_{11}$$
$$d_{11} = \sin\alpha_{11}\cos\gamma_{11} - \cos\alpha_{11}\sin\beta_{11}\sin\gamma_{11}$$

При $\theta_{(i=2)}$=90° и $\psi_{(j=1,2,3,4)}$=[0°,90°,180°,270°]:

$$\psi_1 = 0^o$$
$$a_{21} = -\left(\sin\alpha_{21}\sin\gamma_{21} - \cos\alpha_{21}\sin\beta_{21}\cos\gamma_{21}\right)$$
$$b_{21} = -\left(\sin\alpha_{21}\cos\gamma_{21} + \cos\alpha_{21}\sin\beta_{21}\sin\gamma_{21}\right)$$
$$c_{21} = \cos\alpha_{21}\sin\gamma_{21} + \sin\alpha_{21}\sin\beta_{21}\cos\gamma_{21}$$
$$d_{21} = \cos\alpha_{21}\cos\gamma_{21} - \sin\alpha_{21}\sin\beta_{21}\sin\gamma_{21}$$

$$\psi_2 = 90^{\circ}$$

$$a_{12} = \cos\beta_{12}\cos\gamma_{12}$$
$$b_{12} = -\cos\beta_{12}\sin\gamma_{12}$$
$$c_{12} = \sin\alpha_{12}\sin\gamma_{12} - \cos\alpha_{12}\sin\beta_{12}\cos\gamma_{12}$$
$$d_{12} = \sin\alpha_{12}\cos\gamma_{12} - \cos\alpha_{12}\sin\beta_{12}\sin\gamma_{12}$$

$$\psi_2 = 90^{\circ}$$

$$a_{22} = -\left(\sin\alpha_{22}\sin\gamma_{22} - \cos\alpha_{22}\sin\beta_{22}\cos\gamma_{22}\right)$$
$$b_{22} = -\left(\sin\alpha_{22}\cos\gamma_{22} + \cos\alpha_{22}\sin\beta_{22}\sin\gamma_{22}\right)$$
$$c_{22} = \cos\beta_{22}\cos\gamma_{22}$$
$$d_{22} = -\cos\beta_{22}\sin\gamma_{22}$$

$$\psi_3 = 180^{\circ}$$

$$a_{13} = -\left(\cos\alpha_{13}\sin\gamma_{13} + \sin\alpha_{13}\sin\beta_{13}\cos\gamma_{13}\right)$$
$$b_{13} = -\left(\cos\alpha_{13}\cos\gamma_{13} - \sin\alpha_{13}\sin\beta_{13}\sin\gamma_{13}\right)$$
$$c_{13} = \sin\alpha_{13}\sin\gamma_{13} - \cos\alpha_{13}\sin\beta_{13}\cos\gamma_{13}$$
$$d_{13} = \sin\alpha_{13}\cos\gamma_{13} - \cos\alpha_{13}\sin\beta_{13}\sin\gamma_{13}$$

$$\psi_3 = 180^{\circ}$$

$$a_{23} = -\left(\sin\alpha_{23}\sin\gamma_{23} - \cos\alpha_{23}\sin\beta_{23}\cos\gamma_{23}\right)$$
$$b_{23} = -\left(\sin\alpha_{23}\cos\gamma_{23} + \cos\alpha_{23}\sin\beta_{23}\sin\gamma_{23}\right)$$
$$c_{23} = -\left(\cos\alpha_{23}\sin\gamma_{23} + \sin\alpha_{23}\sin\beta_{23}\cos\gamma_{23}\right)$$
$$d_{23} = -\left(\cos\alpha_{23}\cos\gamma_{23} - \sin\alpha_{23}\sin\beta_{23}\sin\gamma_{23}\right)$$

$$\psi_4 = 270^{\circ}$$

$$a_{14} = -\cos\beta_{14}\cos\gamma_{14}$$
$$b_{14} = \cos\beta_{14}\sin\gamma_{14}$$
$$c_{14} = \sin\alpha_{14}\sin\gamma_{14} - \cos\alpha_{14}\sin\beta_{14}\cos\gamma_{14}$$
$$d_{14} = \sin\alpha_{14}\cos\gamma_{14} - \cos\alpha_{14}\sin\beta_{14}\sin\gamma_{14}$$

$$\psi_4 = 270^{\circ}$$

$$a_{24} = -\left(\sin\alpha_{24}\sin\gamma_{24} - \cos\alpha_{24}\sin\beta_{24}\cos\gamma_{24}\right)$$
$$b_{24} = -\left(\sin\alpha_{24}\cos\gamma_{24} + \cos\alpha_{24}\sin\beta_{24}\sin\gamma_{24}\right)$$
$$c_{24} = -\cos\beta_{24}\cos\gamma_{24}$$
$$d_{24} = \cos\beta_{24}\sin\gamma_{24}$$

Подставив значения этих элементов в уравнение (15), получим следующие уравнения:

При $\theta_{i=1} = 0^{\circ}$:

$$\begin{cases} K_x J_{x1j} + K_{xy} J_{y1j} + \omega_{0x} + \omega_g c_{1j} - \omega_{\text{к}} d_{1j} = a_{1j}\omega_{\text{г}} + c_{1j}\omega_{\text{в}} \\ K_{yx} J_{x1j} + K_y J_{y1j} + \omega_{0y} + \omega_{\text{к}} c_{1j} + \omega_g d_{1j} = b_{1j}\omega_{\text{г}} + d_{1j}\omega_{\text{в}} \end{cases}; \qquad (16)$$

При $\theta_{i=2} = 90^{\circ}$:

$$\begin{cases} K_x J_{x2j} + K_{xy} J_{y2j} + \omega_{0x} + \omega_g c_{2j} - \omega_{\text{к}} d_{2j} = a_{2j}\omega_{\text{г}} + c_{2j}\omega_{\text{в}} \\ K_{yx} J_{x2j} + K_y J_{y2j} + \omega_{0y} + \omega_{\text{к}} c_{2j} + \omega_g d_{2j} = b_{2j}\omega_{\text{г}} + d_{2j}\omega_{\text{в}} \end{cases}; \qquad (17)$$

где $j = 1 \ldots 4$ – индексы положений по углам ψ.

Вычитая из уравнений (16) при j=1 уравнения при j=3 и из уравнений (16) при j=2 – уравнения при j=4, окончательно получаем:

$$\begin{cases} K_x\left(J_{x11}-J_{x13}\right)+K_{xy}\left(J_{y11}-J_{y13}\right)=\omega_г\left(a_{11}-a_{13}\right)+\omega_в\left(c_{11}-c_{13}\right)- \\ \qquad -\omega_g\left(c_{11}-c_{13}\right)+\omega_к\left(d_{11}-d_{13}\right) \\ K_x\left(J_{x12}-J_{x14}\right)+K_{xy}\left(J_{y12}-J_{y14}\right)=\omega_г\left(a_{12}-a_{14}\right)+\omega_в\left(c_{12}-c_{14}\right)- \\ \qquad -\omega_g\left(c_{12}-c_{14}\right)+\omega_к\left(d_{12}-d_{14}\right) \\ K_{yx}\left(J_{x12}-J_{x14}\right)+K_y\left(J_{y12}-J_{y14}\right)=\omega_г\left(b_{12}-b_{14}\right)+\omega_в\left(d_{12}-d_{14}\right)- \\ \qquad -\omega_g\left(d_{12}-d_{14}\right)+\omega_к\left(c_{12}-c_{14}\right) \\ K_{yx}\left(J_{x11}-J_{x13}\right)+K_y\left(J_{y11}-J_{y13}\right)=\omega_г\left(b_{11}-b_{13}\right)+\omega_в\left(d_{11}-d_{13}\right)- \\ \qquad -\omega_g\left(c_{11}-c_{13}\right)+\omega_к\left(d_{11}-d_{13}\right) \end{cases}. \quad (18)$$

Вычитая из уравнений (17) при j=1 уравнения при j=3 и из уравнений при j=2– уравнения при j=4, окончательно получаем:

$$\begin{cases} \omega_g\left(c_{21}-c_{23}\right)-\omega_к\left(d_{21}-d_{23}\right)=\omega_г\left(a_{21}-a_{23}\right)+\omega_в\left(c_{21}-c_{23}\right)- \\ \qquad -K_x\left(J_{x21}-J_{x23}\right)-K_{xy}\left(J_{y21}-J_{y23}\right) \\ \omega_g\left(c_{22}-c_{24}\right)-\omega_к\left(d_{22}-d_{24}\right)=\omega_г\left(a_{22}-a_{24}\right)+\omega_в\left(c_{22}-c_{24}\right)- \\ \qquad -K_x\left(J_{x22}-J_{x24}\right)-K_{xy}\left(J_{y22}-J_{y24}\right) \\ \omega_g\left(d_{21}-d_{23}\right)+\omega_к\left(c_{21}-c_{23}\right)=\omega_г\left(b_{21}-b_{23}\right)+\omega_в\left(d_{21}-d_{23}\right)- \\ \qquad -K_{yx}\left(J_{x21}-J_{x23}\right)-K_y\left(J_{y21}-J_{y23}\right) \\ \omega_g\left(d_{22}-d_{24}\right)+\omega_к\left(c_{22}-c_{24}\right)=\omega_г\left(b_{22}-b_{24}\right)+\omega_в\left(d_{22}-d_{24}\right)- \\ \qquad -K_{yx}\left(J_{x22}-J_{x24}\right)-K_y\left(J_{y22}-J_{y24}\right) \end{cases}; \quad (19)$$

Полагая углы α, β и γ малыми величинами и в первом приближении (λ=1) уравнения (18) могут быть переписаны к виду:

$$\begin{cases} K_{x\lambda}\left(J_{x11}-J_{x13}\right)+K_{xy\lambda}\left(J_{y11}-J_{y13}\right)=\omega_г\left(a_{11}-a_{13}\right)+\omega_в\left(c_{11}-c_{13}\right) \\ K_{x\lambda}\left(J_{x12}-J_{x14}\right)+K_{xy\lambda}\left(J_{y12}-J_{y14}\right)=\omega_г\left(a_{12}-a_{14}\right)+\omega_в\left(c_{12}-c_{14}\right) \\ K_{yx\lambda}\left(J_{x11}-J_{x13}\right)+K_{y\lambda}\left(J_{y11}-J_{y13}\right)=\omega_г\left(b_{11}-b_{13}\right)+\omega_в\left(d_{11}-d_{13}\right) \\ K_{yx\lambda}\left(J_{x12}-J_{x14}\right)+K_{y\lambda}\left(J_{y12}-J_{y14}\right)=\omega_г\left(b_{12}-b_{14}\right)+\omega_в\left(d_{12}-d_{14}\right) \end{cases}. (20)$$

Решая уравнения (20) получим масштабные коэффициенты первого приближения

$$\begin{cases} K_{x1} = \dfrac{\omega_{г1}\left(J_{y11} - J_{y13}\right) - \Delta\omega_{г1}\left(J_{y12} - J_{y14}\right)}{\Delta} \\ K_{y1} = \dfrac{\omega'_{г1}\left(J_{x12} - J_{x14}\right) - \Delta\omega'_{г1}\left(J_{x11} - J_{x13}\right)}{\Delta} \\ K_{xy1} = \dfrac{\Delta\omega_{г1}\left(J_{x12} - J_{x14}\right) - \omega_{г1}\left(J_{x11} - J_{x13}\right)}{\Delta} \\ K_{yx1} = \dfrac{\Delta\omega'_{г1}\left(J_{y11} - J_{y13}\right) - \omega'_{г1}\left(J_{y12} - J_{y14}\right)}{\Delta} \end{cases}. \quad (21)$$

где

$$\omega_{г1} = \omega_г\left(a_{12} - a_{14}\right) + \omega_в\left(c_{12} - c_{14}\right);\ \Delta\omega_{г1} = \omega_г\left(a_{11} - a_{13}\right) + \omega_в\left(c_{11} - c_{13}\right);$$
$$\omega'_{г1} = \omega_г\left(b_{11} - b_{13}\right) + \omega_в\left(d_{11} - d_{13}\right);\ \Delta\omega'_{г1} = \omega_г\left(b_{12} - b_{14}\right) + \omega_в\left(d_{12} - d_{14}\right);$$
$$\Delta = \left(J_{x12} - J_{x14}\right)\left(J_{y11} - J_{y13}\right) - \left(J_{x11} - J_{x13}\right)\left(J_{y12} - J_{y14}\right).$$

В уравнения (19) подставив масштабные коэффициенты (21), получаем 2 уравнения относительно неизвестных $\omega_{g\lambda}$ и $\omega_{к\lambda}$, где λ – степень приближения.

$$\begin{cases} \omega_{g\lambda}C_1 + \omega_{к\lambda}C_2 = \omega_г C_3 + \omega_в C_1 + \Sigma_1 \\ \omega_{g\lambda}C_2 - \omega_{к\lambda}C_1 = \omega_г C_4 + \omega_в C_2 + \Sigma_2 \end{cases}. \quad (22)$$

где

$$C_1 = d_{22} - d_{24} - c_{21} + c_{23};\quad C_2 = c_{22} - c_{24} + d_{21} - d_{23};$$
$$C_3 = b_{22} - b_{24} - a_{21} + a_{23};\quad C_4 = a_{22} - a_{24} + b_{21} - b_{23};$$
$$\Sigma_1 = K_{x\lambda}\left(J_{x21} - J_{x23}\right) + K_{xy\lambda}\left(J_{y21} - J_{y23}\right) - K_{yx\lambda}\left(J_{x22} - J_{x24}\right) - K_{y\lambda}\left(J_{y22} - J_{y24}\right);$$
$$\Sigma_2 = -K_{x\lambda}\left(J_{x22} - J_{x24}\right) - K_{xy\lambda}\left(J_{y22} - J_{y24}\right) - K_{yx\lambda}\left(J_{x21} - J_{x23}\right) - K_{y\lambda}\left(J_{y21} - J_{y23}\right).$$

Из уравнения (22) получаем значения $\omega_{g\lambda}$ и $\omega_{к\lambda}$:

$$\begin{cases} \omega_{g\lambda} = \dfrac{\omega_{\text{г}}\left(C_1C_3 + C_2C_4\right) + \omega_{\text{в}}\left(C_1^{\,2} + C_2^{\,2}\right)}{C_1^{\,2} + C_2^{\,2}} + \dfrac{C_1\Sigma_1 + C_2\Sigma_2}{C_1^{\,2} + C_2^{\,2}} \\ \omega_{\text{к}\lambda} = \dfrac{\omega_{\text{г}}\left(C_1C_4 + C_2C_3\right) + 2\omega_{\text{в}}C_1C_2}{C_1^{\,2} + C_2^{\,2}} + \dfrac{C_2\Sigma_1 + C_1\Sigma_2}{C_1^{\,2} + C_2^{\,2}} \end{cases}. \qquad (23)$$

Последующие приближения масштабных коэффициентов определяются в соответствии со следующими выражениями:

$$\begin{cases} K_{x\lambda} = K_{x1} + \dfrac{\Delta\omega_1\left(J_{y12} - J_{y14}\right) - \Delta\omega_2\left(J_{y11} - J_{y13}\right)}{\Delta} \\ K_{y\lambda} = K_{y1} + \dfrac{\Delta\omega_4\left(J_{x11} - J_{x13}\right) - \Delta\omega_3\left(J_{x12} - J_{x14}\right)}{\Delta} \\ K_{xy\lambda} = K_{xy1} + \dfrac{\Delta\omega_2\left(J_{x11} - J_{x13}\right) - \Delta\omega_1\left(J_{x12} - J_{x14}\right)}{\Delta} \\ K_{yx\lambda} = K_{yx1} + \dfrac{\Delta\omega_3\left(J_{y12} - J_{y14}\right) - \Delta\omega_4\left(J_{y11} - J_{y13}\right)}{\Delta} \end{cases}. \qquad (24)$$

где

$$\Delta\omega_1 = \omega_g\left(c_{11} - c_{13}\right) - \omega_{\hat{e}}\left(d_{11} - d_{13}\right); \quad \Delta\omega_2 = \omega_g\left(c_{12} - c_{14}\right) - \omega_{\hat{e}}\left(d_{12} - d_{14}\right);$$
$$\Delta\omega_3 = \omega_g\left(d_{12} - d_{14}\right) - \omega_{\hat{e}}\left(c_{12} - c_{14}\right); \quad \Delta\omega_4 = \omega_g\left(c_{11} - c_{13}\right) - \omega_{\hat{e}}\left(d_{11} - d_{13}\right).$$

Таким образом, последовательность определения всех восьми неизвестных состоит из следующих шагов:

– вначале определяем масштабные коэффициенты первого приближения по формулам (21) и подставляя найденные значения K_{x1}; K_{y1}; K_{xy1}; K_{yx1} в уравнение (23) определяем также составляющие ω_{g1} и $\omega_{\text{к}1}$ первого приближения;

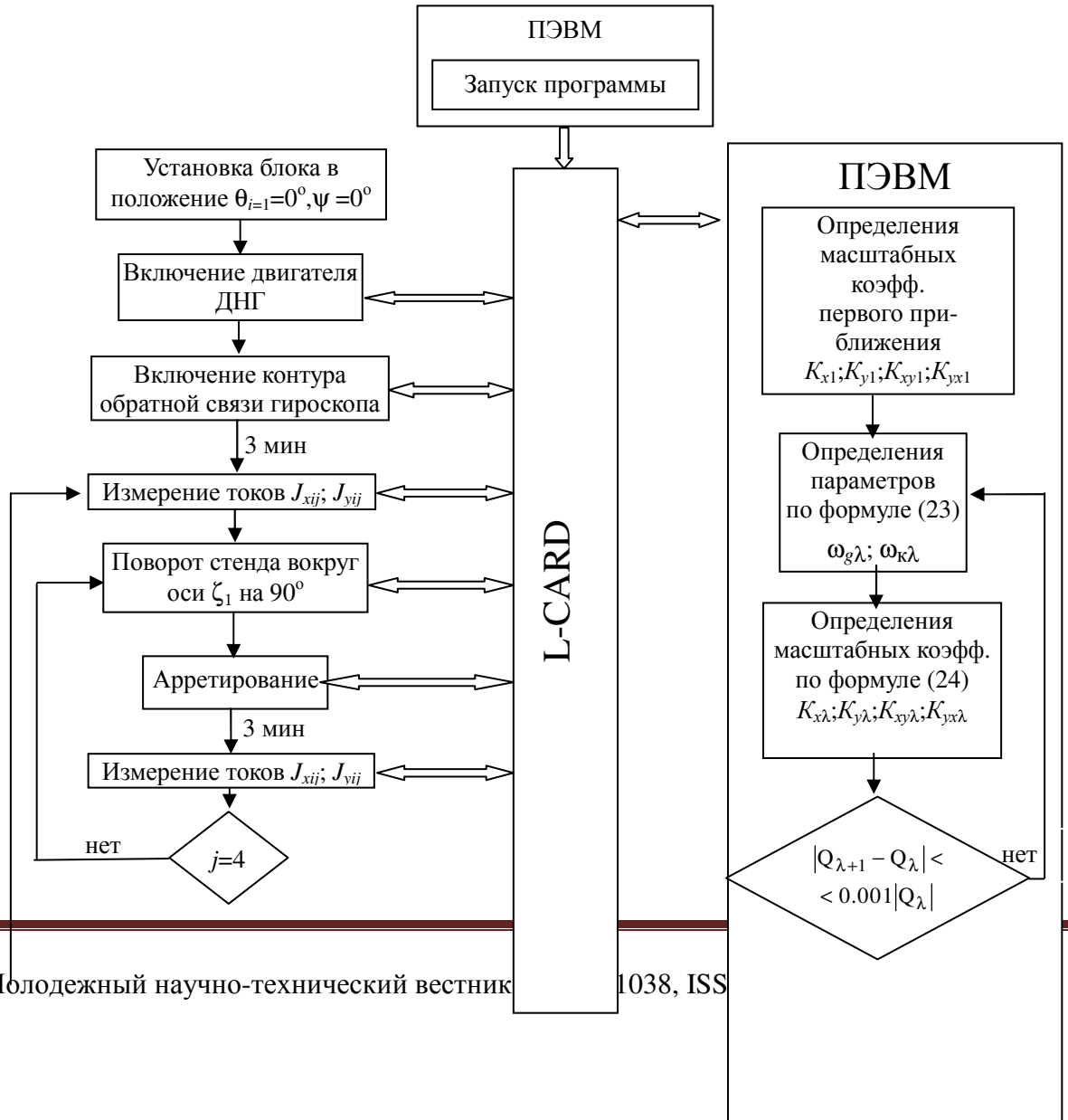
– далее подставляя найденные значения ω_{g1} и $\omega_{\text{к}1}$ в уравнения (24) уточняем значения масштабных коэффициентов и вновь подставляя их в уравнения (23) определяем следующие приближения составляющих $\omega_{g\lambda}$ и $\omega_{\text{к}\lambda}$;

–повторяем предыдущую операцию до тех пор пока значения масштабных коэффициентов и $\omega_{g\lambda}$, $\omega_{\text{к}\lambda}$ перестанут изменяться.

По завершении цикла итераций определяем постоянные составляющие ω_{0x} и ω_{0y} по найденным масштабным коэффициентам и составляющим дрейфа ω_g и $\omega_{\text{к}}$ в соответствии с уравнением (15):

$$\begin{cases} \omega_{0x} = \dfrac{1}{16}\sum\limits_{i=1,\,j=1}^{4}\left(\omega_{\text{г}}a_{ij} + \omega_{\text{в}}c_{ij} - \omega_g c_{ij} + \omega_{\text{к}}d_{ij} - K_x J_{xij} - K_{xy} J_{yij}\right) \\ \omega_{0y} = \dfrac{1}{16}\sum\limits_{i=1,\,j=1}^{4}\left(\omega_{\text{г}}b_{ij} + \omega_{\text{в}}d_{ij} - \omega_{\text{к}}c_{ij} - \omega_g d_{ij} - K_{yx} J_{xij} - K_y J_{yij}\right) \end{cases}. \qquad (25)$$

Таким образом, алгоритм калибровки может быть представлен в виде показанном на рис. 9, где символом Q обозначены масштабные коэффициенты или составляющие ССП соответствующих приближений.



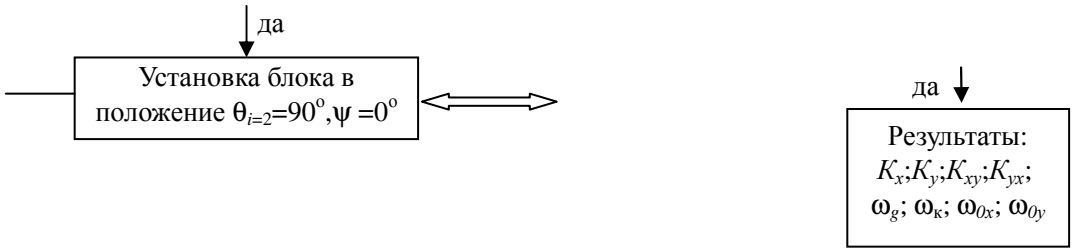


Рис. 9. Алгоритм работы стенда в автоматизированном режиме

Учитывая, что все расчетные параметры математической модели динамически настраиваемого гироскопа определяемые в соответствии с соотношениями (23) – (25) зависят от параметров выставки платформы относительно географической системы координат и плоскости горизонта, которые, как отмечено выше, должны быть аттестованы с достаточно высокой точностью, то и искомые параметры, полагая, что система измерения и обработки информации не вносит дополнительных погрешностей, будут определены с высокой точностью.

Заключение

Таким образом, в данной работе предложен вариант схемы поворотного стенда с жесткой фиксацией в задаваемых положениях, угловая ориентация которых аттестуется при изготовлении с высокой точностью.

Разработана математическая модель движения ротора ДНГ в установившемся режиме с учетом произвольной установки платформы относительно географической системы координат.

Разработана методика калибровки и идентификации параметров ДНГ с учетом произвольной установки корпуса гироскопа.

Показано, что достаточно полная и точная параметризация поворотного стенда позволяет с высокой точностью определить действительные характеристики ДНГ.

Список литературы

1. Подчезерцев В.П., Ластович М.Ю. Динамически настраиваемый гироскоп: методические указания к лабораторной работе по курсу «Гироскопические приборы и системы ориентации». М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 2009. 20 с.
2. Матвеев В.А., Подчезерцев В.П., Фатеев В.В. Гироскопические стабилизаторы на ДНВГ: учеб. пособие по курсу «Теория гироскопов и гиростабилизаторов». М.: Изд-во МГТУ

им. Баумана, 2005. 102с.
3. Гироскопические приборы и системы. Пельпор Д.С., Михалев И.А., Бауман В.А. / под ред. Д.С.Пельпора. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Вышая школа, 1988. 424 с.
4. Подчезерцев В.П. Моделирование и испытание инерциальных навигационных систем: курс лекций. М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 1998. 33 с.
5. Лысов А.Н. Теория гироскопических стабилизаторов: учеб. пособие. Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2009. 117 с.
6. Подчезерцев В.П., Тан Синюань, параметрическая идентификация характеристик ДНГ на автоматизированном поворотном стенде // XXXVIII академические чтения по космонавтике (Москва, 28 января 2014 г.). М., 2014. С. 598.
7. Матвеев В.А., Подчезерцев В.П. Погрешности динамически настраиваемого гироскопа от вибрации // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 1999. № 1. С. 40-49.