

Синтез системы управления шаговым двигателем

10, октябрь 2014

Ситников А. В.

УДК: 62.1.31

Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана

sin_irina@mail.ru

Введение и постановка задачи

Уже более ста лет шаговые двигатели (ШД) применяются как исполнительные элементы в различных электромеханических системах. Особенно широкое распространение ШД получили с появлением цифровой электроники. Снижение цены шага до уровня долей градуса сделало незаменимыми этот тип двигателей для различных периферийных устройств компьютеров (принтерах, CD-приводах и т.д.) и в робототехнике. Везде, где требуется точное позиционирование датчиков, исполнительных элементов, инструмента и т.д., а управление осуществляется с помощью процессора, наиболее приемлемым представляется использование именно шаговых двигателей. В системах автоматического регулирования ШД можно использовать без обратной связи, причем они обеспечивают высокую точность угла поворота ротора, обладают высокой надежностью, могут работать на низких скоростях вращения без использования редуктора. Главным же является то, что импульсное управление шаговым двигателем представляется наиболее совместимым с двухуровневым сигналом цифровой электроники.

Однако как раз импульсные сигналы и приводят к серьезным проблемам в системе управления ШД. Суть проблемы заключается в том, что в импульсном режиме должны работать управляющие обмотки двигателя, т.е. нагрузкой для системы управления является катушка индуктивности. Однако ток, протекающий в катушке, не может изменяться скачком (импульсно) вследствие интегральных свойств катушки: $i_L(t) = \frac{1}{L} \int u_L(t) dt$ [1]. Нарастание тока и, следовательно, момента на валу двигателя при подаче ступенчатого напряжения на обмотку будет проходить по экспоненциальному закону. Это существенно снижает быстродействие привода и вызывает появление недопустимо большого напряжения на элементе, формирующем управляющий импульс. Для повышения быстродействия и снижения выброса напряжения на элементах схемы управления в моменты перекоммутации обмоток необходимо применять специальные меры. Аспектам выбора схемы систе-

мы управления, анализу работы и определению номиналов элементов посвящена данная статья.

Принцип работы и характеристики шаговых двигателей

Работа шаговых двигателей основана на взаимодействии магнитного поля, индуцируемого статорными обмотками при протекании в них тока, с магнитными полюсами ротора (рис. 1).

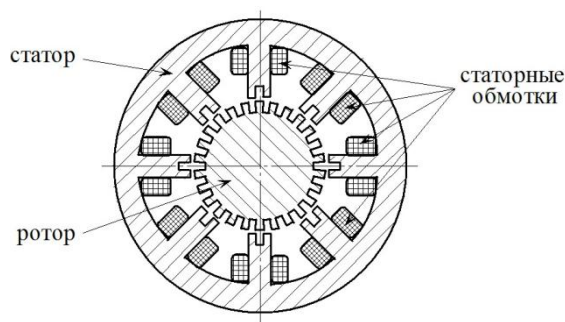


Рис. 1 Конструкция ШД с пассивным зубчатым (многополюсным) ротором

На статорные обмотки подаются импульсы напряжения в соответствии с алгоритмом управления ШД. Очередность включения обмоток задает направление поворота ротора, а величина тока, протекающего в обмотках, определяет величину момента, создаваемого на валу двигателя. Дифференциальное уравнение, для шагового электродвигателя можно записать в виде [2]:

$$J \frac{d^2 \beta}{dt^2} + D \frac{d\beta}{dt} + M_{\text{сопр}} = M_{\text{дв}},$$

где J - суммарный момент инерции электромеханического привода;

β - угол поворота ротора от направления суммарной намагничивающей силы;

D - коэффициент демпфирования электромеханической системы;

$M_{\text{сопр}}$ - статический момент сопротивления на валу двигателя;

$M_{\text{дв}}$ - электромагнитный момент, создаваемый двигателем.

Т.е. момент, создаваемый ШД, должен преодолевать статический момент сопротивления, который зависит от нагрузки (моментом трения в опорах при работе под нагрузкой можно пренебречь), момент инерции ротора и нагрузки, возникающий при движении ротора с угловым ускорением и момент демпфирования, который возникает, в основном, в двигателях с постоянными магнитами из-за наводимой ЭДС в обмотках статора.

Дифференциальное уравнение имеет второй порядок, следовательно, в электромеханической системе шагового привода может возникнуть колебательный переходной процесс в момент подачи и снятия управляющего напряжения на статорные обмотки. В этом случае частота свободных колебаний электромеханической системы определяется по формуле:

$$\omega_{св} = \sqrt{\frac{M_{с\ max} 2p}{J}},$$

где $\omega_{св}$ - частота свободных колебаний электромеханической системы двигателя;

$M_{с\ max}$ - максимальный синхронизирующий момент ШД;

$2p$ - число пар полюсов двигателя;

J - суммарный момент инерции электромеханического привода.

При совпадении частот свободных колебаний электромеханической и электрической систем двигателя может возникнуть резонанс, что может привести к потере управления шаговым двигателем. Кроме того, переходной процесс в электрической системе при коммутации статорных обмоток приводит к увеличению времени задержки между приходом фронта управляющего импульса и началом поворота ротора, т.е. снижает быстродействие двигателя. На рис. 2 представлены временные диаграммы управляющего напряжения ($u_{упр}$), подаваемого на статорную обмотку ШД и тока (i_L), протекающего в обмотке.

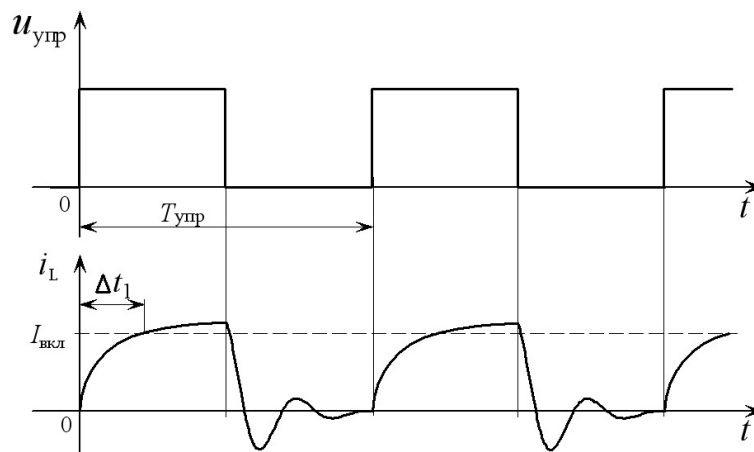


Рис. 2 Временные диаграммы управляющего напряжения и тока в обмотке ШД

На рис. 2 обозначены: $I_{вкл}$ – ток, при котором происходит поворот ротора на один шаг, Δt_1 – время задержки. На временной диаграмме изображен аperiodический переходной процесс, возникающий в электрической схеме управления в момент прихода переднего фронта управляющего импульса и колебательный - в момент прихода заднего фронта. Пояснения по этому поводу даны ниже.

Способов решения проблем, связанных с резонансными явлениями, может быть много. Как правило, они касаются совершенствования электрической схемы управления. В последнее время для формирования управляющих импульсов применяют микропроцессоры. Небольшие габариты, низкая цена и огромные возможности при создании сигналов различной конфигурации делают микропроцессоры просто незаменимыми в шаговых приводах. Функциональная схема шагового электропривода изображена на рис. 3.

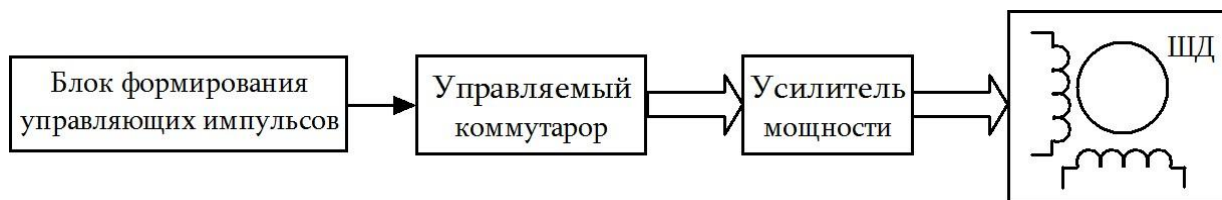


Рис. 3 Функциональная схема шагового электропривода

Последовательность импульсов с микропроцессорного блока формирования через управляемый коммутатор и усилитель мощности (инвертор) поступают на определенную статорную обмотку шагового двигателя. Как правило, в состав инвертора, представляющего собой управляемый источник тока [2], входит транзистор (биполярный или полевой). Нагрузкой усилителя мощности является статорная обмотка ШД. Работает система в импульсном режиме. Таким образом, максимально упрощенная схема управления шаговым двигателем представляет собой источник ЭДС и коммутирующий элемент (электронный ключ), нагруженные на катушку индуктивности (рис. 4).

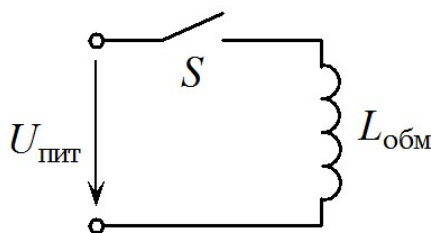


Рис. 4 Упрощенная схема системы управления ШД

Но эта схема не может быть признана корректной, т.к. при замкнутом ключе и работе в установившемся режиме, т.е. на постоянном токе сопротивление катушки равно нулю, следовательно, ток в цепи будет равен бесконечности. Для анализа работы системы управления необходимо перейти к более реальной модели статорной обмотки.

Модель обмотки шагового двигателя

Кроме индуктивных свойств, катушка обладает активным сопротивлением, которое зависит от материала провода обмотки (как правило, - это медь), его сечения и длины. Величина активного сопротивления для ШД средней мощности варьируется в пределах от единиц до десятка Ом. Необходимо, также, учитывать межвитковую емкость обмотки, величина которой может достигать десятков пикофард. Нелинейностью катушки можно пренебречь, т.к. магнитная система ШД должна работать на линейном участке кривой намагниченности, т.е. сердечник не должен переходить в режим насыщения. Иначе происходит катастрофическое ухудшение таких характеристик двигателя, как КПД, электромагнитный момент, приемистость и т.д. Учитывая все перечисленное выше, модель ста-

торной обмотки, работающей при ступенчатом (импульсном) входном воздействии, можно изобразить следующим образом:

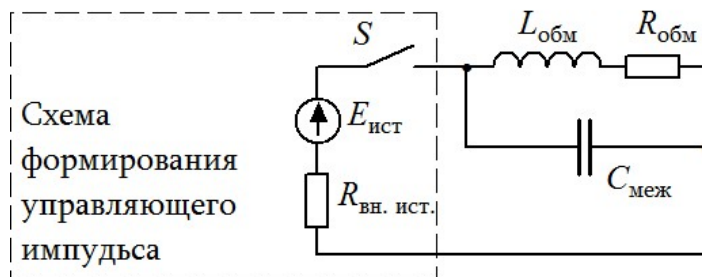


Рис. 5 Модель системы управления ШД

На рис. 5 обозначены: $E_{\text{ист}}$ и $R_{\text{вн.ист.}}$ - источник ЭДС и его внутреннее сопротивление; S – коммутирующий элемент (ключ). Эти три элемента моделируют ступенчатое (импульсное) входное воздействие, т.е. представляют собой схему формирования управляющего импульса, подаваемого на статорную обмотку. Модель последней состоит из катушки индуктивности $L_{\text{обм}}$, активного сопротивления обмотки $R_{\text{обм}}$ и межвитковой емкости $C_{\text{меж}}$. В схеме при коммутации возникает переходной процесс и т.к. цепь имеет второй порядок, то переходной процесс может быть как аperiодическим, так и колебательным.

Система управления шаговым двигателем

В качестве схемы формирования управляющего импульса может быть использован микроконтроллер. Руководство пользователя микроконтроллера, представляемое производителем, содержит вольт-амперные характеристики выводов портов для случаев, когда на них высокое (логическая единица) или низкое (логический ноль) напряжение [3]. Они приведены рис. 6.

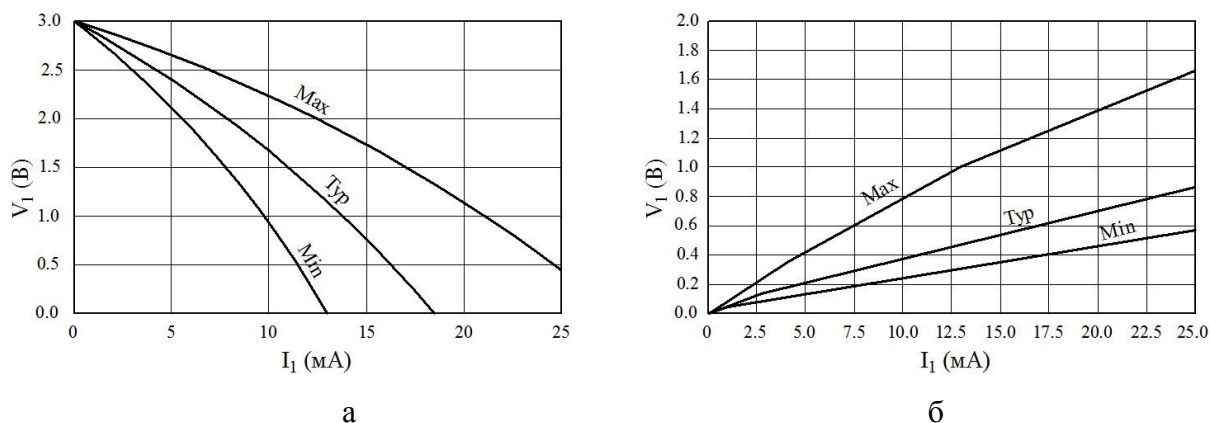


Рис. 6 Вольт-амперные характеристики микроконтроллера: а – при работе с высоким уровнем выходного напряжения (логическая единица); б – при работе с низким уровнем выходного напряжения (логический ноль)

Т.к. эти характеристики, практически, линейны, то не сложно рассчитать внутреннее сопротивление источника при высоком уровне выходного сигнала: $R_{\text{вн.ист.1}} = \frac{U}{I} = \frac{1.7}{10 \cdot 10^{-3}} = 170 \text{ Ом}$, и при низком: $R_{\text{вн.ист.0}} = \frac{U}{I} = \frac{0.36}{10 \cdot 10^{-3}} = 36 \text{ Ом}$. Однако нагрузочная способность выходных портов микропроцессоров мала и нагружать их на управляющую обмотку можно только при очень малых мощностях двигателя. На практике же применяют системы управления, в состав которых входят транзисторы, работающие в ключевом режиме. Схему управления можно представить в виде (рис. 7):

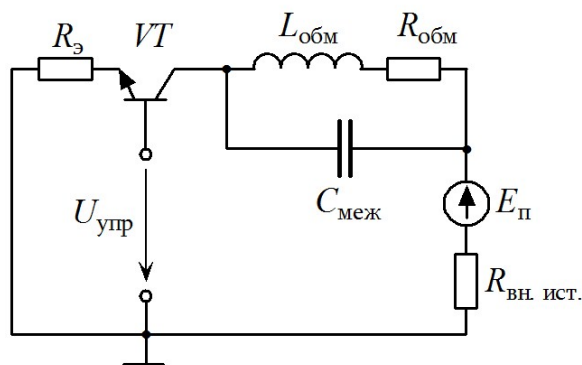


Рис. 7 Транзисторная схема управления ШД

Управляется транзистор VT микроконтроллером (напряжение $U_{\text{упр}}$), а питание на обмотку подается с отдельного источника напряжения ($E_{\text{п}}$) с низким внутренним сопротивлением ($R_{\text{вн.ист.}}$).

Сопротивление транзисторного ключа в режиме отсечки очень велико, а в режиме насыщения, практически равно нулю. Для определения типа переходного процесса необходимо записать характеристическое уравнение и определить его корни. Если корни будут комплексными, то переходной процесс – колебательный. Схема, изображенная на рис. 7 работает как при замыкании электронного ключа (приход переднего фронта управляющего импульса), так и при размыкании (приход заднего фронта управляющего импульса). Принимая сопротивление транзистора в режиме насыщения равным нулю, при замыкании ключа характеристическое уравнение запишется в виде:

$$s^2 + \left(\frac{R_{\text{обм}}}{L_{\text{обм}}} + \frac{1}{C_{\text{меж}}(R_{\text{вн}} + R_{\text{э}})} \right) s + \frac{R_{\text{обм}} + R_{\text{вн}} + R_{\text{э}}}{L_{\text{обм}} C_{\text{меж}} (R_{\text{вн}} + R_{\text{э}})} = 0.$$

Условием возникновения колебательного переходного процесса будет:

$$\frac{4(R_{\text{обм}} + R_{\text{вн}} + R_{\text{э}})}{L_{\text{обм}} C_{\text{меж}} (R_{\text{вн}} + R_{\text{э}})} > \left(\frac{R_{\text{обм}}}{L_{\text{обм}}} + \frac{1}{C_{\text{меж}}(R_{\text{вн}} + R_{\text{э}})} \right)^2.$$

Это условие, практически, никогда не выполняется, следовательно, в момент прихода на статорную обмотку управляющего импульса возникает апериодический переходной процесс.

Картина в момент прихода отрицательного фронта управляющего импульса будет другой. Характеристическое уравнение для схемы рис. 7 при размыкании ключа (принимая сопротивление транзистора в режиме отсечки, равным бесконечности) будет существенно проще:

$$s^2 + \frac{R_{обм}}{L_{обм}}s + \frac{1}{L_{обм}C_{меж}} = 0.$$

Условие возникновения колебательного переходного процесса:

$$\frac{4}{L_{обм}C_{меж}} > \left(\frac{R_{обм}}{L_{обм}}\right)^2.$$

Это условие, практически, всегда выполняется, следовательно, в момент прихода на статорную обмотку отрицательного фронта управляющего импульса возникает колебательный переходной процесс (рис. 2). Причем частоту свободных колебаний можно определить по формуле:

$$\omega_{св} = \frac{\sqrt{\left|\left(\frac{R_{обм}}{L_{обм}}\right)^2 - \frac{4}{L_{обм}C_{меж}}\right|}}{2}.$$

Подставляя в формулу значения $L_{обм} = 0.1$ Гн, $R_{обм} = 5$ Ом, $C_{меж} = 50$ пФ, характерные для шаговых двигателей малой и средней мощности, легко получить значение линейной частоты свободных колебаний:

$$f_{св} = \frac{\sqrt{\left|\left(\frac{R_{обм}}{L_{обм}}\right)^2 - \frac{4}{L_{обм}C_{меж}}\right|}}{4\pi} = \frac{\sqrt{\left|\left(\frac{5 \cdot 50}{0.1}\right)^2 - \frac{4}{0.1 \cdot 50 \cdot 10^{-12}}\right|}}{4\pi} \cong 70 \text{ кГц}.$$

Т.е., с учетом приближенности расчета, можно сказать, что на частотах от нескольких десятков до сотни килогерц при работе шагового двигателя может происходить срыв управления из-за резонансных явлений в электромеханической система привода. Это совпадает и с результатами испытаний ШД средней мощности (провал кривой управления на высоких частотах) [4].

Рассчитав частоту свободных колебаний для конкретного исполнения шагового привода можно избежать срыва управления, изменив ее путем введения в схему управления дополнительных элементов: конденсатора и диода. При этом область резонансных частот выводится за пределы рабочих частот двигателя.

Еще одной важной характеристикой шагового двигателя является его быстродействие, которое оценивается по постоянной времени (τ). Постоянную времени цепи можно рассчитать по корням характеристического уравнения. Для апериодического переходного процесса при замыкании ключа рис. 5:

$$\tau = \frac{1}{|s|} = \frac{2}{\left| -\left(\frac{R_{обм}}{L_{обм}} + \frac{1}{C_{меж}R_{вн}}\right) + \sqrt{\left(\frac{R_{обм}}{L_{обм}} + \frac{1}{C_{меж}R_{вн}}\right)^2 - \frac{4(R_{обм} + R_{вн})}{L_{обм}C_{меж}R_{вн}}} \right|},$$

для колебательного при размыкании ключа, когда корни характеристического уравнения комплексно-сопряженные $s_{1,2} = \delta \pm \omega_{св}j$:

$$\tau = \frac{1}{|\delta|} = \frac{2L_{обм}}{R_{обм}C_{меж}}.$$

Самым простым способом уменьшить постоянную времени цепи является включение в схему дополнительного сопротивления $R_{доп}$ последовательно с катушкой. Однако это несколько снижает КПД привода. В последнее время применяется способ увеличения быстродействия работы шагового двигателя путем увеличения напряжения, подаваемого на катушку в момент перекоммутации обмоток. Это можно осуществить с помощью микропроцессора и используя цифро-аналоговый преобразователь (амплитудная модуляция). Способ этот дорогой, т.к. требует применения дополнительной элементной базы и дополнительного программного обеспечения, однако, обладает очень широкими возможностями при выработке наиболее оптимального режима управления шаговым приводом.

Еще одной проблемой, возникающей при перекоммутации статорных обмоток ШД, является скачек напряжения на коммутирующем элементе в момент прихода отрицательного фронта импульса. Как уже отмечалось выше, катушка индуктивности является интегральным элементом, следовательно, ток, протекающий через нее не может измениться скачком, а нарастает или убывает по экспоненциальному закону. Если рассмотреть переходной процесс в цепи, изображенной на рис. 5, и пренебречь межвитковой емкостью, то при размыкании ключа ток через катушку, который при замкнутом ключе был равен $i_L(0_-) = \frac{E_{ист}}{R_{вн.ист.} + R_{обм}} \neq 0$, сразу после размыкания ключа должен быть $i_L(0_+) = i_L(0_-)$, но сопротивление ключа в разомкнутом состоянии стремиться к бесконечности, следовательно, напряжение на ключе в момент размыкания будет $U_S(0_+) = i_L(0_+)R_S = \frac{E_{ист}}{R_{вн.ист.} + R_{обм}} \cdot \infty = \infty$. Межвитковая емкость несколько снижает это напряжение, но не до безопасного уровня, и процесс протекания скачка тока через межвитковую емкость катушки не может быть признан приемлемым. Поэтому в цепь включают дополнительный конденсатор ($C_{доп}$) параллельно обмотке, шунтируя межвитковую емкость, на 3-4 порядка большей емкостью. Суммарная емкость цепи при этом становится равной $C_{доп}$. Однако дополнительный конденсатор, шунтирующий катушку, будет ухудшать характеристики системы управления в момент прихода положительного фронта импульса из-за снижения тока в катушке. Проблему может решить диод, который в момент замыкания ключа будет находиться в закрытом состоянии, а в момент прихода отрицательного фронта импульса открываться. Дополнительный резистор ($R_{доп}$) нужен для разряда конденсатора при замкнутом ключе. Схема управления приобретает вид (рис. 8):

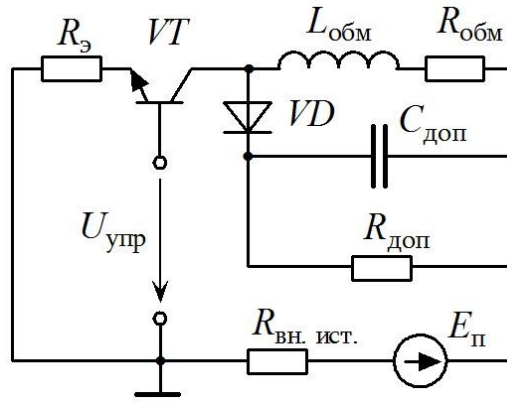


Рис. 8 Транзисторная схема управления ШД

Для схемы рис. 8 при работе транзисторного ключа на размыкание характеристическое уравнение имеет вид:

$$s^2 + \left(\frac{R_{обм}}{L_{обм}} + \frac{1}{C_{доп} R_{доп}} \right) s + \frac{R_{обм} + R_{доп}}{L_{обм} C_{доп} R_{доп}} = 0.$$

Условием возникновения колебательного переходного процесса будет:

$$\frac{4(R_{обм} + R_{доп})}{L_{обм} C_{доп} R_{доп}} > \left(\frac{R_{обм}}{L_{обм}} + \frac{1}{C_{доп} R_{доп}} \right)^2.$$

Это условие выполняется, практически, всегда. Например, при $R_{доп} = 200 \text{ Ом}$, $R_{обм} = 5 \text{ Ом}$, $C_{доп} = 10 \text{ мкФ}$, $L_{обм} = 100 \text{ мГн}$ переходной процесс будет протекать с частотой свободных колебаний, равной

$$f_{св} = \frac{\sqrt{\left| \left(\frac{R_{обм}}{L_{обм}} + \frac{1}{C_{доп} R_{доп}} \right)^2 - \frac{4(R_{обм} + R_{доп})}{L_{обм} C_{доп} R_{доп}} \right|}}{4\pi} = \frac{\sqrt{\left| \left(\frac{5}{0.1} + \frac{1}{10^{-5} \cdot 200} \right)^2 - \frac{4(5 + 200)}{0.1 \cdot 10^{-5} \cdot 200} \right|}}{4\pi} = 154 \text{ Гц}$$

При этом постоянная времени цепи будет:

$$\tau = \left(\frac{R_{обм}}{2L_{обм}} + \frac{1}{2C_{доп} R_{доп}} \right)^{-1} = \left(\frac{5}{2 \cdot 0.1} + \frac{1}{2 \cdot 10^{-5} \cdot 200} \right)^{-1} = 3.6 \text{ мс}.$$

Причем этими характеристиками можно управлять в широком диапазоне, изменяя номиналы $C_{доп}$ и $R_{доп}$.

Для схемы рис. 8 при работе транзисторного ключа на замыкание характеристическое уравнение имеет вид:

$$s^2 + \left(\frac{R_{обм}}{L_{обм}} + \frac{R_{доп} + R_{вн} + R_{э}}{C_{доп} R_{доп} (R_{вн} + R_{э})} \right) s + \frac{R_{обм} (R_{доп} + R_{вн} + R_{э})}{L_{обм} C_{доп} R_{доп} (R_{вн} + R_{э})} + \frac{1}{L_{обм} C_{доп}} = 0.$$

И в этом случае условие возникновения колебательного переходного процесса выполняется, практически, всегда.

Для тех же номиналов элементов, плюс $R_{вн} = 10$ Ом и $R_э = 200$ Ом, частота свободных колебаний и постоянная времени цепи будут равны:

$$f_{св} = \frac{\sqrt{\left| \left(\frac{R_{обм}}{L_{обм}} + \frac{R_{доп} + R_{вн} + R_э}{C_{доп} R_{доп} (R_{вн} + R_э)} \right)^2 - \frac{4R_{обм}(R_{доп} + R_{вн} + R_э)}{L_{обм} C_{доп} R_{доп} (R_{вн} + R_э)} - \frac{4}{L_{обм} C_{доп}} \right|}}{4\pi}$$

$$= \frac{\sqrt{\left| \left(\frac{5}{0.1} + \frac{200 + 10 + 200}{10^{-5} \cdot 200(10 + 200)} \right)^2 - \frac{4 \cdot 5(200 + 10 + 200)}{0.1 \cdot 10^{-5} \cdot 200(10 + 200)} - \frac{4}{0.1 \cdot 10^{-5}} \right|}}{4\pi} \cong 140 \text{ Гц};$$

$$\tau = \left(\frac{R_{обм}}{L_{обм}} + \frac{R_{доп} + R_{вн} + R_э}{C_{доп} R_{доп} (R_{вн} + R_э)} \right)^{-1} = \left(\frac{5}{0.1} + \frac{200 + 10 + 200}{10^{-5} \cdot 200(10 + 200)} \right)^{-1} \cong 2 \text{ мс}.$$

Номинал дополнительного сопротивления $R_{доп}$ рассчитывается из условия, что постоянная времени цепи разряда конденсатора $C_{доп}$ ($\tau = C_{доп} R_{доп}$) должна быть в три, пять раз меньше полупериода следования управляющих импульсов.

Номинал резистора $R_э$ рассчитывается исходя из условия обеспечения номинального тока управления в обмотке шагового двигателя. Тип транзистора определяется его мощностными характеристиками и быстродействием.

Моделирование схемы, изображенной на рис. 8 подтверждает представленные выше теоретические выкладки. При этом может представлять интерес сравнение работы схемы с ускоряющим диодом (VD) и без него. На рис. 9 изображены временные диаграммы входного напряжения (диаграмма I), тока в обмотке управления при отсутствии диода VD (диаграмма II) и тока в обмотке управления при включении в цепь диода VD (диаграмма III).

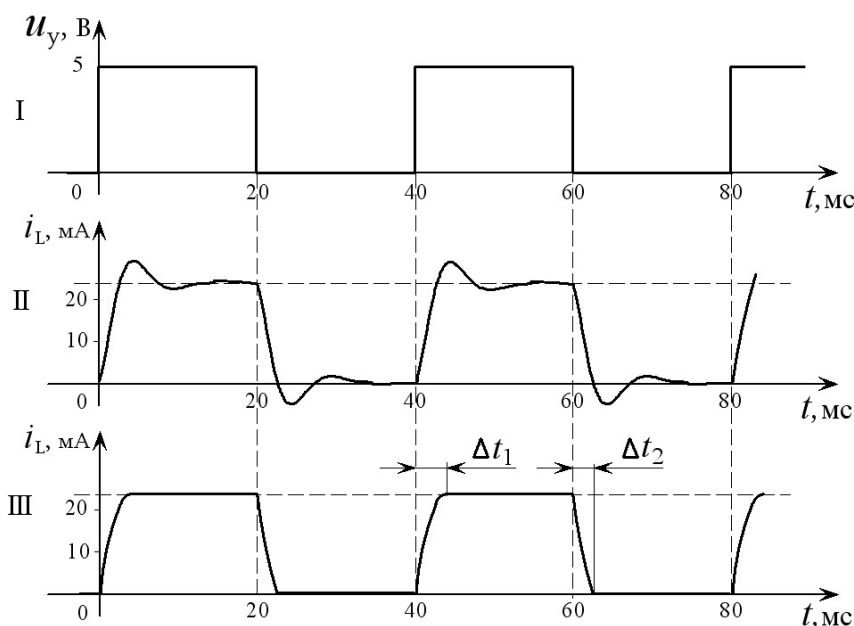


Рис. 9 Временные диаграммы схемы управления ШД: I – управляющее напряжение; II – ток в катушке для схемы без ускоряющего диода; III – ток в катушке для схемы с ускоряющим диодом

Выводы

Как видно на рис. 9, введение диода в цепь управляющей обмотки ШД является эффективным средством борьбы с колебательным переходным процессом, возникающим в момент прихода как переднего, так и заднего фронта управляющего импульса. При этом достижение установившегося режима работы системы наступает в момент прихода положительного фронта на $10 \div 15\%$ медленнее, чем в момент прихода отрицательного (интервалы времени Δt_1 и Δt_2 на рис. 9). Это обусловлено тем, что разряд конденсатора $C_{\text{доп}}$ через резистор $R_{\text{доп}}$ происходит быстрее, чем заряд по цепи диода VD .

Управление параметрами переходного процесса можно осуществлять изменением номиналов резисторов $R_{\text{доп}}$, R_z и конденсатора $C_{\text{доп}}$. Для снижения постоянной времени цепи необходимо емкость $C_{\text{доп}}$ снижать, а сопротивление резисторов $R_{\text{доп}}$, R_z увеличивать. При этом предпочтительным является первое, т.к. увеличение сопротивления в цепи обмотки приводит к дополнительным потерям энергии, т.е. снижает КПД привода.

Список литературы

1. Ситников А.В. Электротехнические основы источников питания: Учебник / А.В. Ситников. – М.: Изд. Центр «Академия», 2014.
2. Красовский А.Б. **Способ повышения быстродействия шагового электропривода** Наука и образование Электронное научно-техническое издание, Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана 2013 .- № 9.
3. <http://technomag.edu.ru/doc>
4. <http://stepmotors.ru/theory>
5. Кацман М.М. Электрические машины: Учебник / М.М. Кацман. - М.: Высшая школа 2003 г.
6. Основы электромеханики. Машины постоянного тока: учебн. пособие / Ю.Г. Шерстняков, Б.В. Стрелков, Н.А. Роднов. – М.: Изд-во МГТУ им Н.Э. Баумана, 2012.
7. Кузовкин В.А. Теоретическая электротехника: Уч. Пособие / В.А. Кузовкин – М.: Логос, 2005.
8. Попов В. П. Основы теории цепей: Учебник для вузов / В. П. Попов – М.: Высшая школа, 1985.
9. Вильямс Дж. Программируемые роботы. «Создаем робота андроида своими руками» / Дж. Вильямс; пер. с англ. А.Ю. Карцева. - М.: НТ Пресс, 2006.
10. Теоретические основы электротехники: Учебник для вузов / К.С. Демирчян, Л.Р. Нейман, Н.В. Коровкин, В.Л. Чечурин. – СПб.: Питер, 2003.
11. Юревич Е.И. Основы робототехники: учебник для ВУЗов / Е.И. Юревич. – Спб.: БХВ–Петербург, 2005.

12. Управление робототехническими системами и гибкими автоматизированными производствами / И.М. Макаров, В.З. Рахманкулов, В.М. Назаретов и др.; Под ред. И.М. Макарова: — М.: Высшая школа, 1986.