электронный журнал
МОЛОДЕЖНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК
Издатель ФГБОУ ВПО "МГТУ им. Н.Э. Баумана". Эл No. ФС77-51038.

УДК 519.633.6

Анализ влияния излучения в задачах тепловой диагностики сложных конструкций

Захаров А.С., *студент*
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Аэрокосмический факультет, кафедра «Вычислительная математика и математическая физика»

Пахомов Ю.С., *студент*
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Аэрокосмический факультет, кафедра «Вычислительная математика и математическая физика»

Научный руководитель: Краснов И.К., к.т.н., доцент
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана
bauman@bmstu.ru

Концептуальная модель

Для анализа в данной работе была выбрана трехслойная ячеистая металлическая конструкция, ячейка периодичности которой представлена на рис. 1, состоящая из следующих материалов:

Верхний и нижний слои (синий цвет) - Сталь 03Х11Н10М2Т (ЭП678; ВНС-17) толщиной 0.6 мм. Штамповка (зеленый цвет) - Сталь 12Х18Н10Т толщиной 0.3мм (радиусы конусов 6 и 11мм).

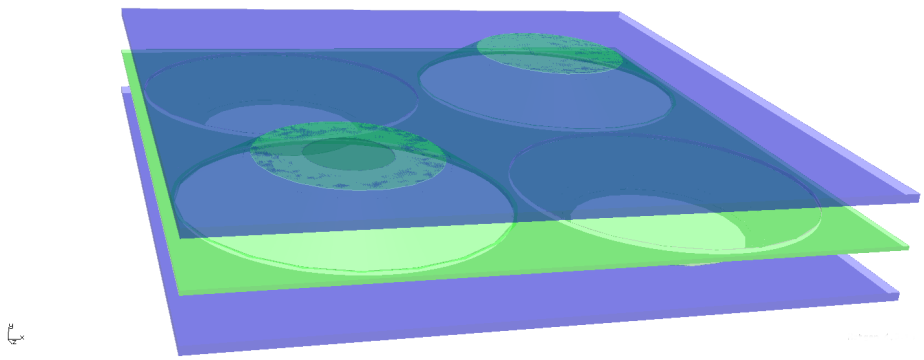

Рис. 1. Ячейка периодичности

Для тепловой диагностики одна из поверхностей, которую мы обозначим S1

подвергается нагреву, в то время, как вторая поверхность, обозначим её S2, свободно обменивается теплом с окружающим воздухом (см. рис. 2, 3).

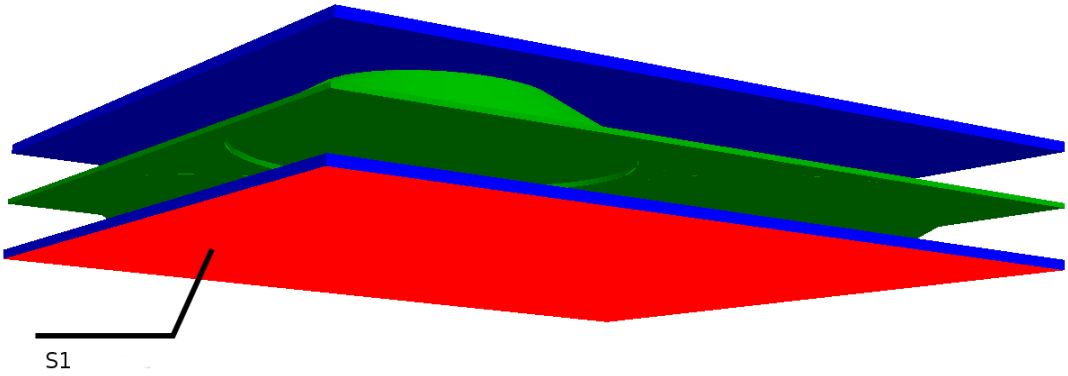

Рис. 2. Нагреваемая поверхность

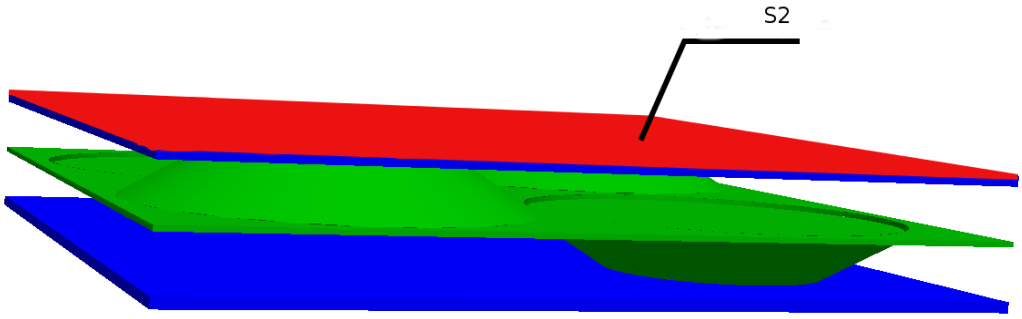

Рис. 3. Поверхность, на которой замеряется температурное поле.

После установления температур в теле, тепловое поле пластины S2 замеряется тепловизором. Цель тепловой диагностики: поиск дефектов в теле, за счет изменения теплового поля верхней пластины.

Задача данной работы — изучение влияния теплового излучения на формирование теплового поля верхней пластины.

Для достижения поставленной задачи, мы добавим в тело дефект, расположение которого показано на рис. 4 и решим прямую задачу теплопроводности без учета излучения внутри дефекта и с учетом его.

Данный дефект имеет форму цилиндра, высотой 0.3 мм и радиусом 3 мм.

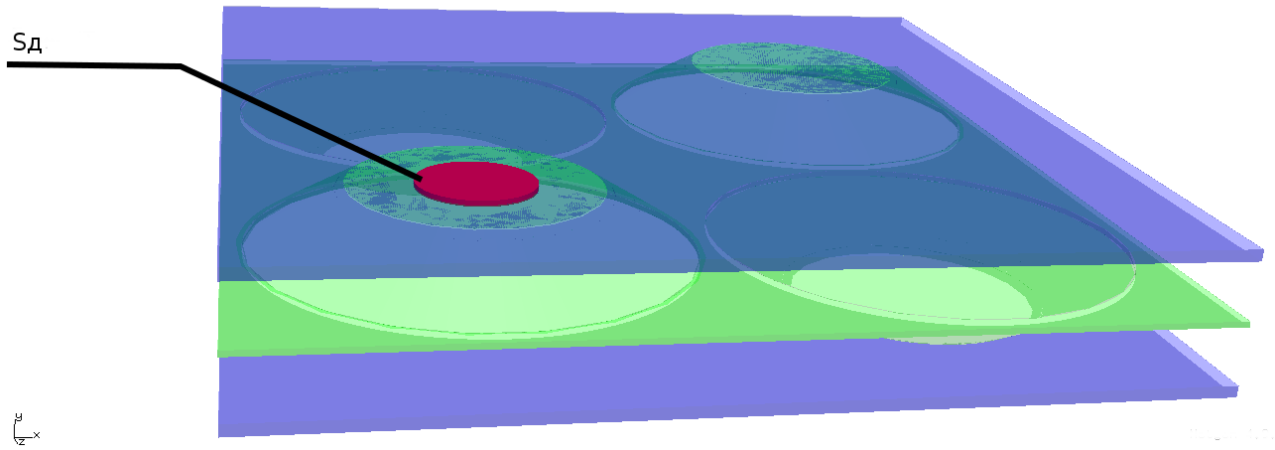

Рис. 4. Поверхность дефекта

Математическая постановка задачи

Для решения данной задачи необходимо решить уравнение теплопроводности в области Ω, которое в частных производных представленное в (1).

$$\frac{\partial(k_{xx}\frac{\partial U}{\partial x})}{\partial x}+\frac{\partial(k_{yy}\frac{\partial U}{\partial y})}{\partial y}+\frac{\partial(k_{zz}\frac{\partial U}{\partial z})}{\partial z}=0 \quad (1).$$

Где k_{xx}, k_{yy}, k_{zz} – коэффициенты теплопроводности, а U – искомая функция.

Со следующими граничными условиями:

На границах S1 и S2 выполняется условие конвекции с окружающей средой, представленное в следующем уравнении:

$$k_{xx}\frac{\partial U}{\partial x}l_x+k_{yy}\frac{\partial U}{\partial y}l_y+k_{zz}\frac{\partial U}{\partial z}l_z+\alpha(U-T_\infty)=0 \quad (2)$$

где l_x, l_y,, l_z – направляющие косинусы внешней нормали к поверхности, α – коэффициент конвекции, а T_∞ - температура среды [1][2].

Для учета теплового излучения внутри дефекта, необходимо учитывать граничное условие на его поверхности, представленное в (3):

$$\int q_r\,\partial S=0;\, q_r(M)=\int \sigma_0\varepsilon^2(U_M^4-U_S^4)\Phi(M,S)\partial S \quad (3)$$

где q_r – поток теплового излучения от точки M в поверхности S, ε – коэффициент серости, Ф – среднеразрешающий угловой коэффициент, который вычисляется для двух

площадок по следующей формуле:

$$\Phi(M,S) = \frac{1}{S}\int \frac{\cos(\theta_1)\cos(\theta_2)}{\pi r^2}\partial S \ (4)$$

Для всех остальных границ мы полагаем, что тепловой поток через них отсутствует, т.е.:

$$\frac{\partial U}{\partial n} = 0 \ (5),$$

где n — нормаль к поверхности.

Численная модель

Для перехода к численному методу воспользуемся методом Бубнова — Галеркина [3],[4].

Для этого перепишем (1) в виде:

$$\lambda(M)\nabla^2 U(M) = 0 \ (6)$$

где λ(M) — функция теплопроводности в данной точке (в этой работе считаем её постоянной).

Граничные условия представим в виде:

$$\lambda(P)\nabla U(P)n(P) + \alpha(P)U(P) = f(P) \ (7)$$

Тогда интегральная формулировка этой задачи будет иметь вид, представленный в следующем уравнении ортогональности проекции невязки, возникающей при подстановке в (6) искомого приближения решения на элементы υ_L, L=[1..N_Σ]:

$$\int_V \left(-\lambda(P)\nabla^2 U(P)\right)v_L(M)dV + \int_S \left(\lambda(P)\nabla U(P)n(P) + \alpha(P)U(P) - f(P)\right)v_L dS + \int_S (q_r)v_L\, dS = 0 \ (8)$$

Преобразуем (8) при помощи первой формулы Грина с учетом υ_L (P) = 0, при P принадлежащим S, получаем:

$$\int_V (\lambda\nabla^2 U)\nabla v_L\, dV + \int_S (\alpha U - f)v_L\, dS + \int_S q_r v_L dS = 0 \ (9)$$

Приближенное решение задачи будем искать в следующем виде:

$$U_{N_\Sigma}(M) = \Phi^T(M)\Theta(t) = \sum_{N=1}^{N_\Sigma} U_N \varphi_N(M) \ (10),$$

где U_n — значения температуры в узлах сетки КЭ, а в качестве базиса подпространства $H_{N\Sigma}$ примем систему $\{\varphi_N(M)\}_{N\Sigma}$ функций вида:

$$\varphi_N(M)=\sum_{e=1}^{E}\sum_{n=1}^{N_e}\Omega_{nN}^{(e)}\varphi_n^{(e)}(M),\ N=\overline{1,N_\Sigma}\quad(11)$$

Иначе говоря, проекционные функции возьмем одинаковыми, что характерно для процедуры метода Бубнова — Галеркина.

Сетка для данной геометрии представлена на рис. 5.

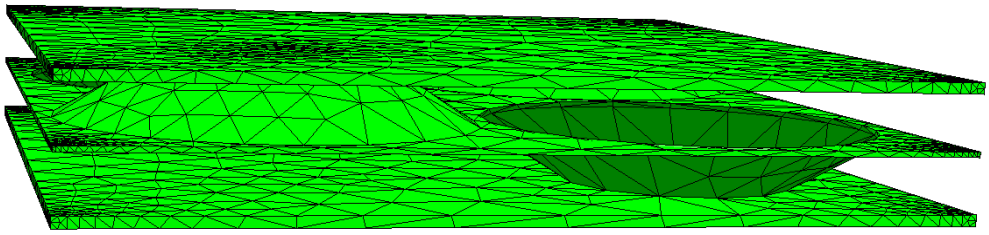

Рис. 5. Сетка для данной геометрии

Для уравнения теплопроводности, локальная матрица каждого элемента будет иметь вид:

$$k_v=\frac{k_{xx}}{36V}b+\frac{k_{yy}}{36V}c+\frac{k_{zz}}{36V}d\quad(12),$$

где b,c,d — матрицы, полученные из матрицы функций форм N, а V- объем элемента.

Матрица учета граничных условий в рассматриваемой задаче имеет следующую структуру:

$$k_s=\frac{hS}{12}\begin{bmatrix}2&1&1\\1&2&1\\1&1&2\end{bmatrix}(13),$$

а вектор нагрузки будет представлен уравнением:

$$f_s=\frac{hST_\infty}{12}\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix}(14)$$

Тепловое излучение зависит от температуры в четвертой степени, поэтому включать его в глобальную матрицу жесткости нельзя.

Для этого используется отдельная матрица излучения.

Локальная матрица излучения для каждых двух граничных элементов, описывается следующим уравнением:

$$G_S = \sigma_0 \varepsilon^2 \Phi_{12} \frac{S_1}{12} N_1^T N_1 - \sigma_0 \varepsilon^2 \Phi_{12} \frac{S_2}{12} N_2^T N_1 \quad (15)$$

В вектор нагрузки тепловое излучение ничего не добавляет.

Запишем полученные системы уравнений в матричном виде.

Система без учета теплового излучения будет иметь вид:

$$K \square U = F \quad (16)$$

А система с учетом – описывается уравнением:

$$K \square U + G \square U^4 = F \quad (17)$$

Решение (16) не представляем проблем, так как оно имеет первую степень, следовательно, можно воспользовался метод Гаусса

Уравнение (17) решаем при помощи метода Ньютона.

Результаты

В результате расчетов тела без дефекта было получено температурное поле, представленное на рис. 6.

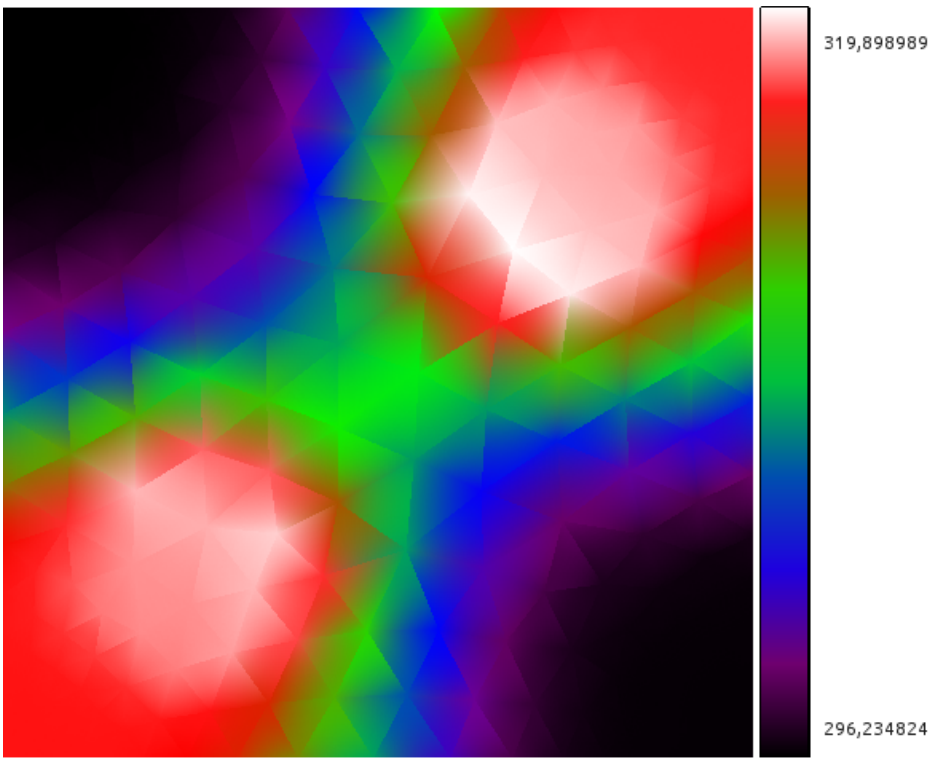

Рис. 6. Температурное поле замеряемой поверхности для ячейки без дефекта

В результате расчета тела с дефектом, но без учета теплового излучения внутри него, было получено температурное поле, представленное на рис. 7.

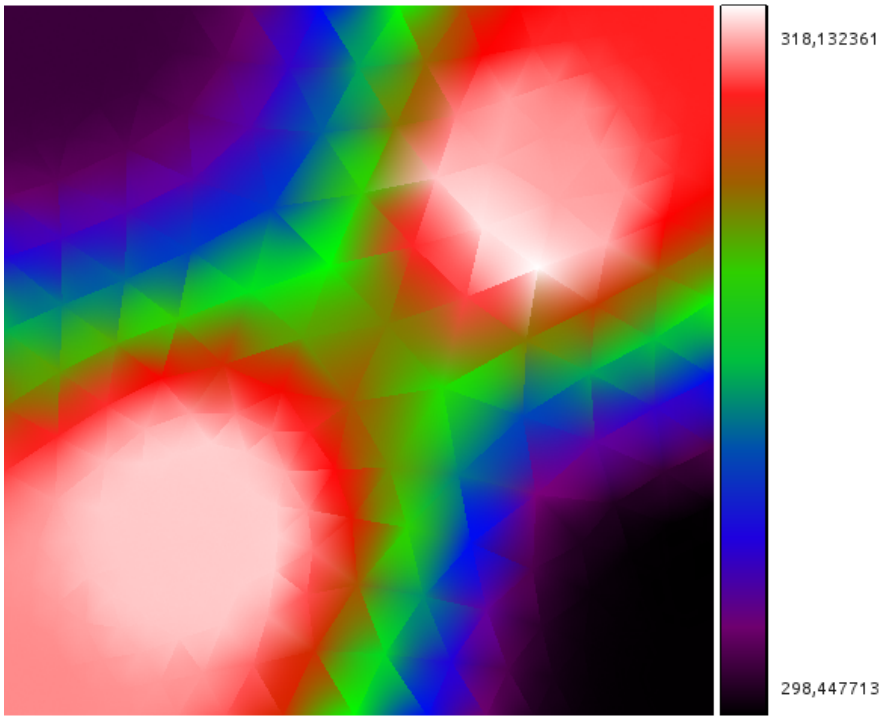

Рис. 7 Температурное поле замеряемой поверхности для ячейки с дефектом, но без учета переизлучения внутри дефекта

В результате расчета тела с дефектом, с учетом теплового излучения внутри него, было получено температурное поле, представленное на рис. 8.

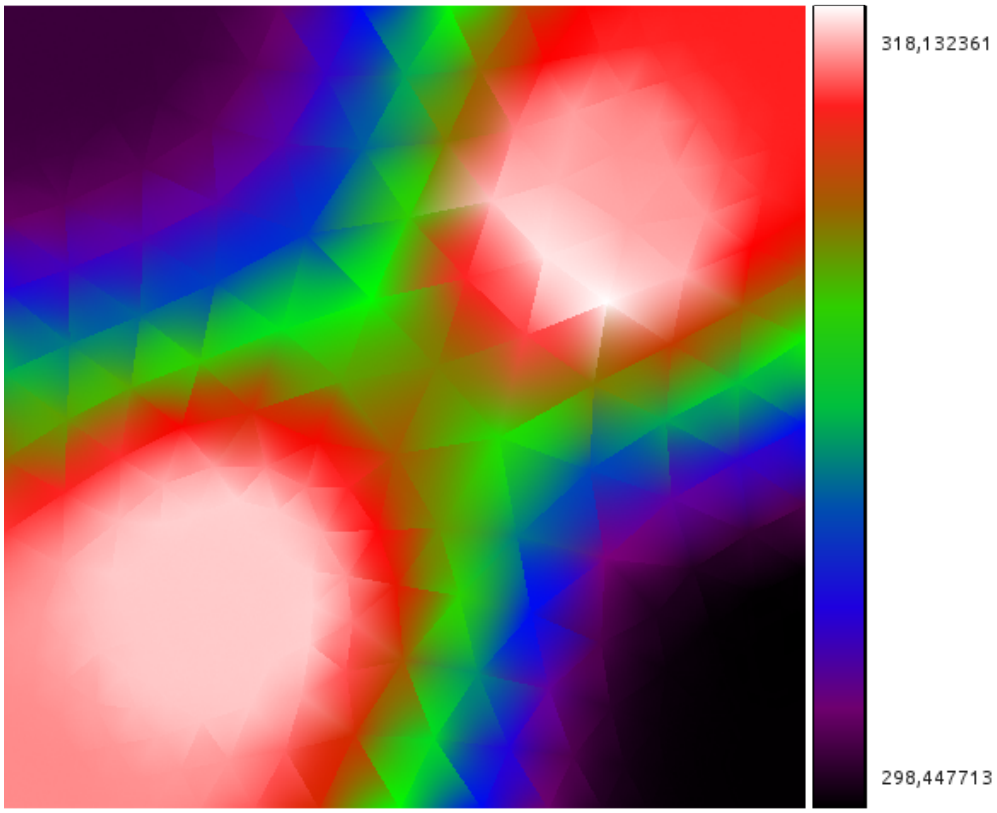

Рис. 8 Температурное поле замеряемой поверхности для ячейки с дефектом, с учетом переизлучения внутри дефекта

Как мы видим, отличий между температурными полями с учетом дефекта и без учета его не наблюдается, что говорит нам о том, что в задачах тепловой диагностики можно использовать модель теплопроводности без учета теплового излучения.

Список литературы

1. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. М.: Мир, 1979. 392 с.
2. Румянцев А.В. Метод конечных элементов в задачах теплопроводности: учеб. Пособие. 3-е изд., перераб. Калининград: Российский государственный университет им. И. Канта, 2010. 95 с.
3. Блох А.Г., Журавлев Ю.А., Рыжков Л.Н. Теплообмен излучением: Справочник. М.: Энергоатомиздат, 1991. 432 с.
4. Зигель Р., Хауэлл Дж. Теплообмен излучением. М.: Мир, 1975. 935 с.