

УДК 533.6.011.5

Сравнительный анализ схем формирования водородовоздушной смеси в канале с радиальными пилонами

Алексеев Д. П.^{1,*}, Новиков В. В.²

[*alekseev210@gmail.com](mailto:alekseev210@gmail.com)

¹Московский Государственный Индустриальный Университет,
Москва, Россия

²МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Цель работы – выбор эффективной схемы формирования водородовоздушной смеси, поступающей с высокой сверхзвуковой скоростью в осесимметричный канал с центральным коаксиальным цилиндром. Рассматривается инжекция водорода в сверхзвуковой поток воздуха через радиально расположенные пилоны. Изучается влияние геометрии пилон на интенсивность смешения и потери полного давления формирующегося течения. Исследования проводятся численно на основе уравнений Рейнольдса для турбулентного движения многокомпонентного вязкого газа.

Ключевые слова: водородовоздушная смесь, смешение сверхзвуковых потоков газа, турбулентность, вязкость, диффузия, потери полного давления, пилон

Введение

Разработка силовых установок для гиперзвуковых летательных аппаратов является актуальной задачей [1,2]. С этой целью проводятся исследования по использованию детонационного горения в прямоточных камерах сгорания. В [3, 4] показана возможность стабилизации детонационного горения водородовоздушных смесей, поступающих с высокой сверхзвуковой скоростью в осесимметричное конвергентно-дивергентное сопло с центральным коаксиальным цилиндром. Авиационный двигатель с такой камерой сгорания обладает простой конструкцией, поскольку не имеет подвижных деталей. В тоже время возникает проблема предварительного формирования воспламеняющейся смеси в сверхзвуковом потоке. В [5] изучается влияние уступов, выемок, ушек в стенках канала на качество формирования смеси. В работе [6, 7] изучается влияние вдува на энергоразделение потоков сжимаемого газа. В работе [8, 9] проводится анализ влияния каверны, расположенной ниже по потоку от зоны инжекции водородной струи. Каверна позволяет улучшить смесеобразование, но увеличивает и потери давления. В [10] решается задача смешения сверхзвуковых потоков в плоском канале. Оценивается

влияние угла инжекции водорода в сверхзвуковой поток воздуха с нижней стенки плоского канала. Показано, что если подавать водород под углом 60° к спутному потоку воздуха растет высота проникновения струи в основной поток, что одновременно приводит к появлению дополнительного отрывного скачка и «запиранию» канала. В [11] исследуется влияние конструкции инжектирующих пилонов на эффективность смешения водорода и воздуха.

Экспериментальные исследования рабочих процессов в гиперзвуковых прямоточных камерах детонационного горения (ГПКДГ) связаны с разного рода трудностями.

В настоящей работе рассматривается образование высокоскоростного сверхзвукового потока водородовоздушной смеси в осесимметричном канале с центральным коаксиальным цилиндром. Инжекция водорода осуществляется через стенки трех радиально расположенных пилонов. Рассматриваются два варианта расположения пилонов. Изучается влияние геометрической формы пилонов на характеристики формирующегося течения водородовоздушной смеси. Исследования проводятся численно на основе уравнений Рейнольдса для турбулентного движения многокомпонентного вязкого газа.

1. Постановка задачи и метод исследования

Рассматривается трехмерная расчетная область в форме трубы с центральным коаксиальным цилиндром. Расчетная область в цилиндрической системе координат (r, θ, z) расположена между плоскостями $\theta=0$, $\theta=\pi/n$ (здесь n – количество пилонов), $z=0$ и $z=Z_e=L$ и двумя цилиндрическими поверхностями $r=R_1$ (R_1 – радиус центрального коаксиального цилиндра) и $r=R_2$ (R_2 – радиус внутренней стенки трубы) (рис. 1а). В плоскости $\theta=0$ расположен пилон.

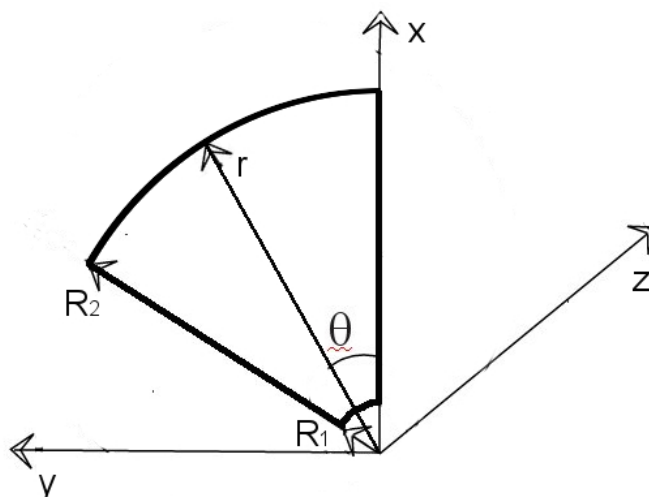


Рис. 1а. Схема расчетной области

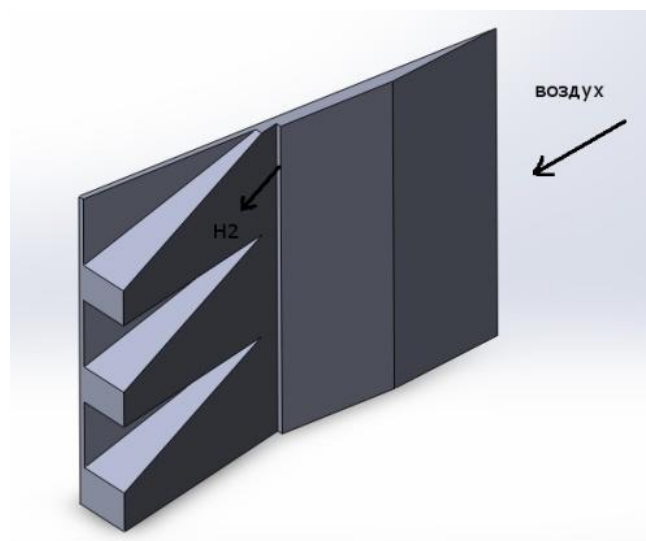


Рис. 1б. Пилон №1.

Пилон №1 (рис. 1б) крепится к стенке круглого канала и в радиальном направлении имеет высоту 50 мм. Длина пилонa в осевом направлении 70 мм, толщина передней кромки пилонa 3 мм, максимальная толщина пилонa (в кормовой части) составляет 10 мм. Настоящая конструкция пилонa обладает турбулизатором потока в форме пилообразных зубьев. Инжекция водорода осуществляется с поверхности пилонa перед турбулизатором. Угол, под которым осуществляется инъекция водорода по отношению к оси канала равен 12 градусов. Расположение пилонa в проточной части канала показано на рис. 1в.

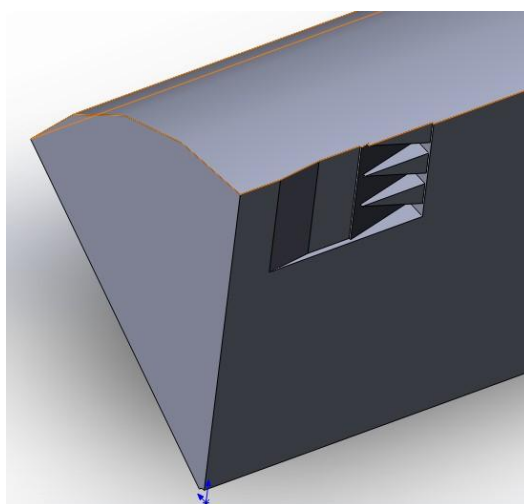


Рис. 1в. Проточная часть канала с пилоном №1

С целью проведения сравнительного анализа влияния формы турбулизатора и угла инъекции водорода на потери полного давления, а также эффективность формирования водородовоздушной смеси рассматривается и другая конструкция пилонa. Пилон № 2

расположен по всему радиусу канала от внутренней поверхности трубы до центрального коаксиального цилиндра (рис. 2а).

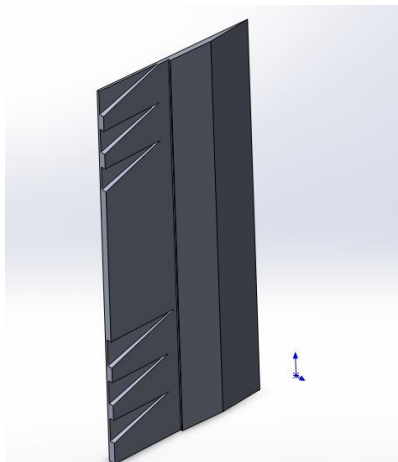


Рис. 2а. Пилон №2.

Длина пилон в осевом направлении составляет 70 мм. Толщина пилон по всей его длине не более чем $0.75R_1$. Конструкция пилон № 2 обладает турбулизатором потока, расположенным у стенки трубы и в окрестностях коаксиального цилиндра. Инжекция водорода осуществляется с поверхности пилон перед турбулизаторами под нулевым углом относительно оси канала. Расположение пилон в проточной части канала показано на рис. 2б.

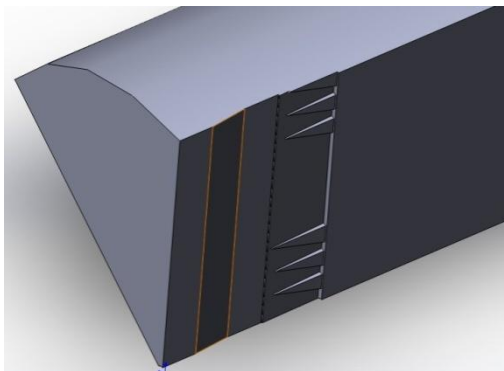


Рис. 2б. Проточная часть канала с пилоном №2

Сверхзвуковой поток воздуха с числом Маха M_0 , температурой T_0 и давлением p_0 поступает вдоль оси трубы. Расход водорода Q_H определяется осредненным коэффициентом избытка топлива “f” в образующейся водородовоздушной смеси: $Q_H/(Q_e+Q_H) = f \cdot Y_{H_0}$. Здесь $Y_{H_0} \approx 0.0283$ — массовая доля водорода в стехиометрической смеси, $Q_e = \rho_0 u_0 F$ — расход воздуха в набегающем потоке, ρ_0 и u_0 — плотность и скорость набегающего воздушного потока, $F = \pi \cdot (R_2^2 - R_1^2)$ — площадь поперечного

сечения канала. Вместе с расходом Q_H задаются давление p_H^* и температура T_H^* водорода в ресивере и число Маха инжектируемого потока M_{in} .

Численное моделирование осуществляется на основе уравнений Рейнольдса для многокомпонентного вязкого газа с использованием $k-\varepsilon$ модели турбулентности [12]. В интегральной форме эти уравнения имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV + \oint_S \rho \vec{u} \cdot d\vec{s} &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \vec{u} dV + \oint_S (\rho \vec{u} \otimes \vec{u} + p\mathbf{I} - \Omega) \cdot d\vec{s} &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho E dV + \oint_S (\rho \vec{u} H - \Omega \vec{u} - \vec{q}) \cdot d\vec{s} &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho Y_i dV + \oint_S \rho Y_i \vec{u} d\vec{s} &= \int_S \left(\frac{\mu}{\sigma} + \frac{\mu''}{\sigma''} \right) \nabla Y_i d\vec{s} \\ \vec{q} &= -k^{eff} \nabla T, \quad k^{eff} = k + \mu'' C_p / \sigma'' \\ \Omega &= \mu^{eff} (\nabla \vec{u} + \nabla^T \vec{u} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \vec{u}) \mathbf{I}), \quad \mu^{eff} = \mu + \mu'', \\ E &= H - p/\rho, \quad H = h + u^2/2, \quad h = \sum_i h_i Y_i, \quad p = R\rho T/W, \quad W^{-1} = \sum_i Y_i/W_i \\ \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho k dV + \oint_S \rho k \vec{u} \cdot d\vec{s} &= \int_S \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \cdot d\vec{s} + \int_V (G_k - \rho(\varepsilon + Y_i)) dV \\ \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \varepsilon dV + \oint_S \rho \varepsilon \vec{u} \cdot d\vec{s} &= \int_S \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \cdot d\vec{s} + \int_V \left(C_{\varepsilon_1} + \frac{\varepsilon}{k} C_{\varepsilon_1} - \frac{\varepsilon}{k + \sqrt{\nu \varepsilon}} C_{\varepsilon_2} \rho \varepsilon \right) dV \\ G_k &= \mu_t B^2 - \frac{2}{3} \rho k \nabla \cdot \vec{u} - \frac{2}{3} \mu_t (\nabla \cdot \vec{u})^2, \quad B = \left| \frac{1}{2} (\nabla \vec{u} + \nabla^T \vec{u}) \right| \\ C_{\varepsilon_1} &= \max(0.43, \frac{\eta}{5 + \eta}), \quad \eta = \frac{Bk}{\varepsilon}, \quad C_{\varepsilon_2} = 1.9. \end{aligned}$$

Здесь V — контрольный объем, $p, \rho, T, \vec{u}$ — давление, плотность, температура и скорость смеси, μ и μ'' — молекулярная и турбулентная вязкость смеси, σ и σ'' — молекулярное ($\sigma=1$) и турбулентное ($\sigma''=0.9$) число Шмидта, $\mathbf{I}$ — единичная матрица, $\vec{q}$ — тепловой поток, Y_i, W_i, h_i — массовая доля, молекулярный вес и энтальпия i -ой компоненты смеси, k — турбулентная кинетическая энергия, ε — диссипация турбулентной кинетической энергии, $\sigma_k''=1$ и $\sigma_\varepsilon''=1.2$. Зависимость энтальпии газовой компоненты от температуры задается приведенной функцией Гиббса [13].

Молекулярная вязкость и теплопроводность газовых компонент меняются по закону

Сазерленда $\mu = \mu_0 \frac{T_0 + C}{T + C} \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{3}{2}}$. Здесь μ_0, T_0 — некоторые контрольные вязкость и температура, а C — постоянная Сазерленда [14]. Турбулентная вязкость рассчитывается

как $\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$ [12].

В начальный момент времени расчетную область заполняет воздушный поток, число Маха которого $M_0 = 6$, давление p_0 и температура T_0 . Турбулентность в начальный момент времени определяется интенсивностью $I=0.01$ и отношением турбулентной и

молекулярной вязкостей $\frac{\mu_t}{\mu} = 10$.

На границе расчетной области $\theta=\pi/p$ и $\theta=0$ задаются условия симметрии: нулевые производные параметров потока по нормали. На выходе из расчетной области ($z = L$) нулевые градиенты скорости, давления, температуры, плотности и концентраций по z . На поверхности $r = R_2$ и $r = R_1$ задается нулевой тепловой поток, условие скольжения вдоль стенки и нулевые градиенты скорости, давления, плотности и концентраций по нормали к поверхности.

Интерес представляют параметры формирующегося водородовоздушного потока, равномерность смешения и осредненная по массе газа величина потери полного давления на разных расстояниях от входа в канал

$$\chi = (\bar{P}^* - P_0^*) / P_0^*, \quad \bar{P}^* = \int_F P^* \rho u dF / Q_e.$$

Здесь P_0^* — полное давление набегающего воздушного потока, P^* — полное давление в точке (x, y, z) и $\bar{P}^*(z)$ — полное давление, осредненное по расходу газа в сечении $z = \text{const}$. Для анализа эффективности перемешивания вводится критерий смешения G , показывающий отношение максимальной молярной доли водорода $\xi_H^{\max}$ в поперечном сечении $z = \text{const}$ к средней молярной доле водорода $\bar{\xi}_H$ по этому сечению: $G_s(z) = \xi_H^{\max} / \bar{\xi}_H$.

Задача решается численно на фиксированной сетке (300 000 ячеек) с числом Куранта CFL=1 [15]. Уравнения дискретизируются методом контрольного объема по схемам второго порядка точности.

Расчеты задачи по инъекции водорода из радиальных пилонов выполняются в случае канала с радиусом $R_2 = 0.16$ м, радиус центрального цилиндра $R_1 \approx R_2/40$, протяженность расчетной области $L = 10R_2$. Температура набегающего потока воздуха $T_0 = 230\text{K}$, давление $p_0 = 0.305$ атм, что соответствует условиям атмосферного воздуха на

высоте 9 км. Температура водорода в ресивере $T_H^* = 300\text{K}$. Истечение водорода происходит под углом $\alpha = 12^\circ$ при $M_{in} = 1$. Коэффициент избытка водорода $f=1$, что в случае полного и равномерного смешения должно обеспечить формирование стехиометрической смеси.

2. Результаты расчетов с пилонами №1 и №2

Конструкция пилон № 2 за счет геометрии турбулизатора позволяет повысить интенсивность перемешивания по сравнению с пилоном №1 и распространять водород по всему радиусу канала. Но проникающая способность водорода уменьшается вследствие инъекции под нулевым углом (рис. 3а, рис. 3б).

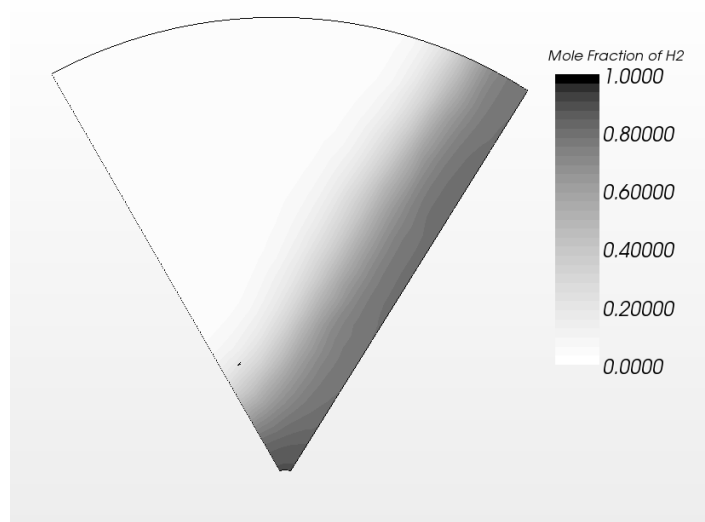


Рис. 3а Молярная доля водорода в сечении $x=5R2$. Пилон №2

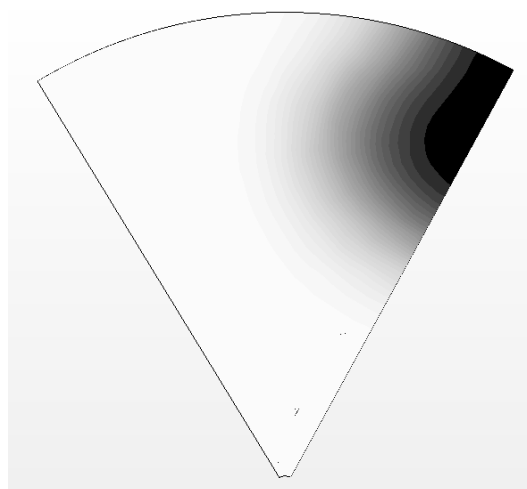


Рис. 3б Молярная доля водорода в сечении $x=5R2$. Пилон №1

На рис. 4 показано изменение критерия смешения вдоль канала. Высокая концентрация водорода наблюдается на небольшом расстоянии от кормовой части пилон. Качество смесеобразования улучшается по длине канала. При этом параметр смешения G_s выходит практически на постоянную величину на расстоянии примерно одного радиуса канала. Использование пилон № 2 приводит к ухудшению смесеобразования. Это объясняется инъекцией водорода под нулевым углом к оси канала. При этом наличие дополнительного турбулизатора в окрестностях коаксиального цилиндра не компенсирует потери в качестве смесеобразования. Локальные максимумы на кривых параметра смешения G_s обусловлены взаимодействием слоя смешения с формирующимися в потоке ударными волнами. В плоскости $Z=7R_2$ такое взаимодействие приводит к росту G_s на 22%. Как видно из рис. 4, влияние турбулизаторов на эффективность смесеобразования мала по сравнению с влиянием угла инъекции водорода. Снижение эффективности смесеобразования достигает в некоторых областях 37%.

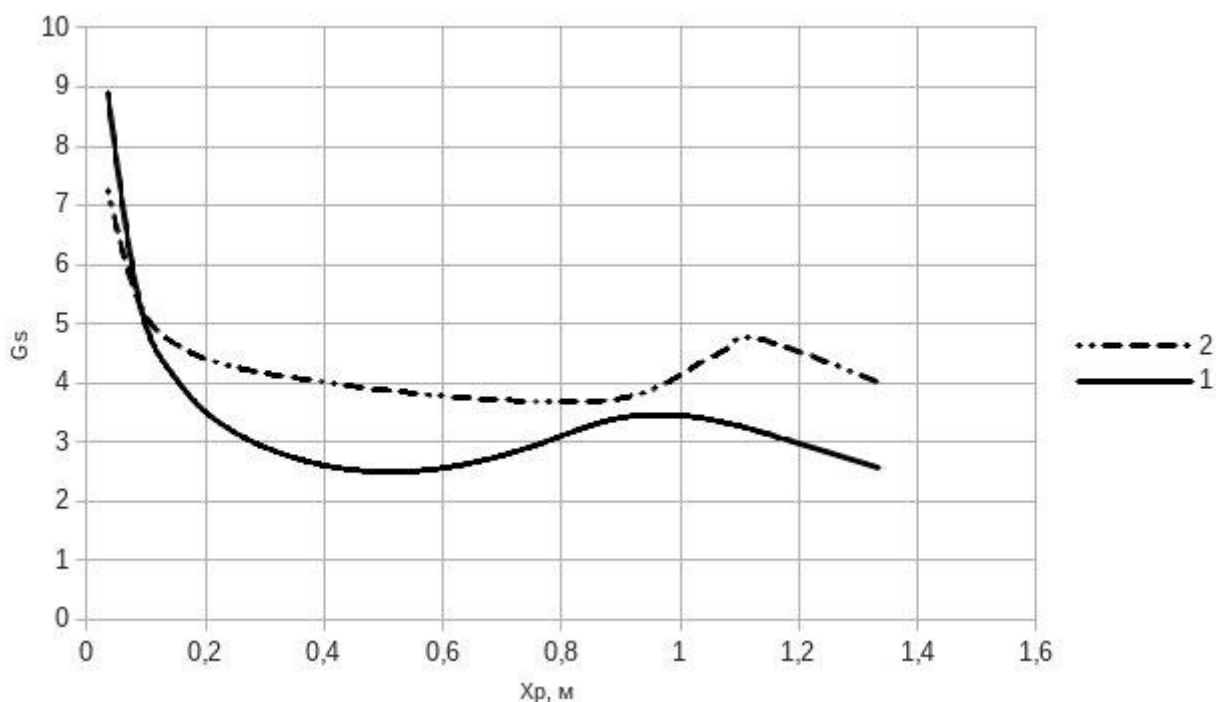


Рис. 4. Средний по поперечному сечению критерий смешения G_s : 1 – пилон №1; 2 – пилон №2

В тоже время инъекция водорода под нулевым углом к оси канала (пилон № 2) приводит к уменьшению потерь полного давления по сравнению с использованием пилон № 1 с углом инъекции 12° (рис. 5).

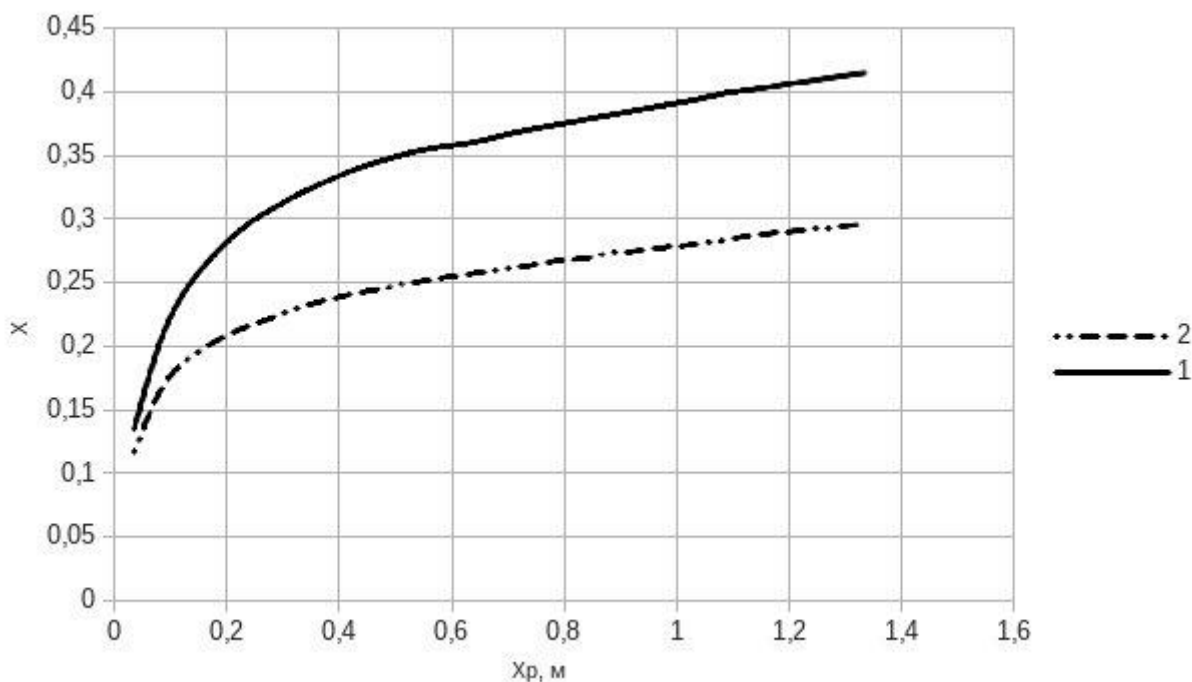


Рис. 5 Потери осредненного по массе полного давления: 1 – пилон №1; 2 – пилон №2

В обоих случаях потери полного давления по длине канала возрастают. В случае использования пилона № 1 потери полного давления достигают 35-40% уже на расстоянии восьми радиусов канала (фиг. 5). Использование пилона № 2 с нулевым углом инъекции водорода позволяет снизить потери полного давления по сравнению с пилоном №1 в среднем на 33%.

Заключение

Таким образом, в рассматриваемой схеме наилучшая степень смешения водорода с воздухом ($G \approx 2,5$) достигается на расстоянии $3R_2$ от пилон №1. При этом инъекция водорода под нулевым углом (пилон № 2) позволяет существенно снизить потери полного давления, но в тоже время приводит к сильному ухудшению смесеобразования. Использование турбулизатора в данном случае не позволяет компенсировать потери в качестве формирования водородовоздушной смеси по сравнению с инъекцией водорода под углом 12° .

Список литературы

1. Wei Huang, Zhen-guo Wang, Mohamed Pourkashanian, Lin Ma, Derek B. Ingham, Shi-bin Luo, Jun Liu. Hydrogen fuelled scramjet combustor – the impact of fuel injection // In: Fuel Injection / ed. by D. Siano. Croatia, Rijeka: SCIYO, 2010. P. 167-182.
2. Rana Z.A., Thornber B.J.R., Drkakis D. Analysis of Hydrogen Injection into the Combustor of HyShot-II Scramjet Engine Using ILES // 49th AIAA Aerospace Sciences Meeting in-

- cluding the New Horizons Forum and Aerospace Exposition. Orlando, Florida, 2011. Art. no. 2001-506. DOI: [10.2514/6.2011-506](https://doi.org/10.2514/6.2011-506)
3. Туник Ю.В. Численное моделирование детонационного горения водородовоздушных смесей в сопле Лаваля // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2010. № 2. С. 107-114.
 4. Tunik Yu.V., Zubin M.A., Shatalov O.P. Stabilization of the detonative combustion behind shock waves in Laval nozzle // Book of Proceedings of the 20th International Shock Interaction Symposium. Stockholm, August 20 – 24, 2012. P. 199-202.
 5. Hwang S.J. Numerical simulation of enhanced mixing in scramjet combustor using ramp, tabs and suction collar. Ph.D. thesis. University of Kansas, 2011. 89 p.
 6. Леонтьев А.И., Луцик В.Г., Якубенко А.Е. Влияние вдува (отсоса) на энергоразделение потоков сжимаемого газа // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2011. № 6. С. 110-117.
 7. Isaev S.A., Leontiev A.I. Problems of simulating tornado-like heat transfer in turbulent flow past a dimpled relief on a narrow channel wall // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2010. Vol. 83, no. 4. P. 783-793. DOI: [10.1007/s10891-010-0404-5](https://doi.org/10.1007/s10891-010-0404-5)
 8. Arnalt Stalin A.S., Robinson Y. Numerical simulation of mixing enhancement of cavity based transverse injection in a scramjet combustor // European Journal of Scientific Research. 2012. No. 4. P. 502-513.
 9. Moorthy J.V.S., Rajinikanth B., Charyulu B.V.N. Effect of ramp-cavity on hydrogen fueled scramjet combustor // Propulsion and Power Research. 2014. Vol. 3. P. 22-28.
 10. Fedorchenko I.A., Fedorova N.N., Fedorov A.V. Numerical study of transverse jet injections into supersonic flow // Proceedings of the 3rd European Conference for Aerospace Science (EUCASS-2009), Versailles, Paris, July 6-9, 2009. (CD-ROM).
 11. Gruenig C., Avrashkov V., Mayinger F. Fuel injection into a supersonic airflow by means of pylons // Journal of Propulsion and Power. 2000. Vol. 16, no. 1. P. 29-34. DOI: [10.2514/2.5560](https://doi.org/10.2514/2.5560)
 12. Lien L.S., Kalitzin G., Durbin P.A. RANS modeling for compressible and transitional flows // Proceedings of the Summer Program. Center for Turbulence Research, Stanford University, California, 1998. P. 267-286.
 13. Гурвич Л.В., Вейц И.В., Медведев В.А. и др. Термодинамические свойства индивидуальных веществ: справочник. В 2 т. Т. 1. Кн. 2. М.: Наука, 1978. 327 с.
 14. Smits A.J., Dussauge J.-P. Turbulent Shear Layers in Supersonic Flow. 2nd ed. Springer, 2010. 424 p.
 15. Courant R., Friedrichs K., Lewy H. On the partial difference equations of mathematical physics // IBM Journal of Research and Development. 1967. Vol. 11, no. 2. P. 215-234. DOI: [10.1147/rd.112.0215](https://doi.org/10.1147/rd.112.0215)

Comparative Analysis of Schemes to Form a Hydrogen-Air Mixture in the Radial Pylons Channel

D.P. Alekseev^{1,*}, V.V. Novikov²

^{*}alekseev210@gmail.com

¹Moscow State Industrial University, Moscow, Russia

²Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

Keywords: hydrogen-air mixture, total pressure loss, pylons, injection of hydrogen, viscosity, computational fluid dynamics

The study of the processes occurring in the scramjet is an important task. These processes include formation of a hydrogen-air mixture to the combustion chamber scramjet. The experimental study of such processes involves various difficulties. Therefore the use of mathematical models and numerical modeling to analyze such problems is of importance.

In this paper we consider the formation of hydrogen-air mixture by injecting hydrogen into concurrent supersonic airflow by the radial pylons arranged in the three-dimensional channel with a central coaxial cylinder. As a basis of the geometric model, a channel of circular cross section is taken, which is a sector in axisymmetric formulation. In the channel pylons are set. The paper considers pylons of two different shapes, as well as two versions of their location in the channel. Pylons are different in height, fastening method, and different flow vortex generators (turbulator), designed to improve the mixing efficiency. The pylon №1 is attached to the channel wall and occupies no more than 1/3 of the channel radius in radial direction. The pylon №2 is located along the entire channel radius and fastened with its one side to the wall of the channel and with another one to the coaxial cylinder extending along the axis of symmetry. Pylons are distinguished by different flow turbulators designed to improve the mixing efficiency. Hydrogen injection is carried out from the pylon surface before a turbulator. Hydrogen injection angle relative to the axis of the channel in the case of the first turbulator arises from its geometry to be 12°, in the case of the second turbulator it is 0° (to reduce losses of the total flow pressure). We study the influence of the geometric shape of the pylons on characteristics of emerging hydrogen-air mixture flow.

Research is conducted numerically on the basis of Reynolds equations for a turbulent motion of viscous multicomponent gas with $k - \varepsilon$ turbulence model. The problem is solved on a computational grid of 300 thousand cells with the number of Courant CFL = 1. The equations are discretized by the method of control volume using the schemes of the second order of accuracy.

It was shown that changing the geometry of the vortex generator can increase the intensity of mixing, but this decreases the penetration ability of hydrogen because of decreasing injection angle. At the same time, changing the turbulator shape causes deteriorating carburetion. A reduced efficiency of mixing in some areas reaches 37%. An additional turbulator available in the vicinity of the coaxial cylinder does not compensate for the loss of carburetion quality. The total pressure loss decreases when the hydrogen injection occurs at a zero angle to the channel axis.

References

1. Wei Huang, Zhen-guo Wang, Mohamed Pourkashanian, Lin Ma, Derek B. Ingham, Shi-bin Luo, Jun Liu. Hydrogen fuelled scramjet combustor – the impact of fuel injection. In: Siano D., ed. *Fuel Injection*. Croatia, Rijeka, SCIYO, 2010, pp. 167-182.
2. Rana Z.A., Thornber B.J.R., Drkakis D. Analysis of Hydrogen Injection into the Combustor of HyShot-II Scramjet Engine Using ILES. *49th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, Orlando, Florida, 2011, art. no. 2001-506. DOI:[10.2514/6.2011-506](https://doi.org/10.2514/6.2011-506)
3. Tunik Yu.V. Numerical modeling of detonation combustion of hydrogen-air mixtures in a convergent-divergent nozzle. *Izvestiya RAN. Mekhanika zhidkosti i gaza*, 2010, no. 2, pp. 107-114. (English version of journal: *Fluid Dynamics*, 2010, vol. 45, iss. 2, pp. 264-270. DOI: [10.1134/S0015462810020110](https://doi.org/10.1134/S0015462810020110)).
4. Tunik Yu.V., Zubin M.A., Shatalov O.P. Stabilization of the detonative combustion behind shock waves in Laval nozzle. *Book of Proceedings of the 20th International Shock Interaction Symposium*, Stockholm, August 20 – 24, 2012, pp. 199-202.
5. Hwang S.J. *Numerical simulation of enhanced mixing in scramjet combustor using ramp, tabs and suction collar*. Ph.D. Thesis. University of Kansas, 2011. 89 p.
6. Leont'ev A.I., Lushchik V.G., Yakubenko A.E. Injection/suction effect on energy separation of compressible flows. *Izvestiya RAN. Mekhanika zhidkosti i gaza*, 2011, no. 6, pp. 110-117. (English version of journal: *Fluid Dynamics*, 2011, vol. 46, iss. 6, pp. 935-941. DOI: [10.1134/S001546281106010X](https://doi.org/10.1134/S001546281106010X)).
7. Isaev S.A., Leontiev A.I. Problems of simulating tornado-like heat transfer in turbulent flow past a dimpled relief on a narrow channel wall. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2010, vol. 83, no. 4, pp. 783-793. DOI: [10.1007/s10891-010-0404-5](https://doi.org/10.1007/s10891-010-0404-5)
8. Arnalt Stalin A.S., Robinson Y. Numerical simulation of mixing enhancement of cavity based transverse injection in a scramjet combustor. *European Journal of Scientific Research*, 2012, no. 4, pp. 502-513.
9. Moorthy J.V.S., Rajinikanth B., Charyulu B.V.N. Effect of ramp-cavity on hydrogen fueled scramjet combustor. *Propulsion and Power Research*, 2014, vol. 3, pp. 22-28.
10. Fedorchenko I.A., Fedorova N.N., Fedorov A.V. Numerical study of transverse jet injections into supersonic flow. *Proceedings of the 3rd European Conference for Aerospace Science (EUCASS-2009)*, Versailles, Paris, July 6-9, 2009. (CD-ROM).

11. Gruenig C., Avrashkov V., Mayinger F. Fuel injection into a supersonic airflow by means of pylons. *Journal of Propulsion and Power*, 2000, vol. 16, no. 1, pp. 29-34. DOI: [10.2514/2.5560](https://doi.org/10.2514/2.5560)
12. Lien L.S., Kalitzin G., Durbin P.A. RANS modeling for compressible and transitional flows. *Proceedings of the Summer Program*. Center for Turbulence Research, Stanford University, California, 1998, pp. 267-286.
13. Gurvich L.V., Veits I.V., Medvedev V.A., et al. *Termodinamicheskie svoistva individual'nykh veshchestv: spravochnik. V 2 t. T. 1. Kn. 2* [Thermodynamic properties of individual substances: Handbook. In 2 vols. Vol. 1. Book 2]. Moscow, Nauka Publ., 1978. 327 p. (in Russian).
14. Smits A.J., Dussauge J.-P. *Turbulent Shear Layers in Supersonic Flow*. 2nd ed. Springer, 2010. 424 p.
15. Courant R., Friedrichs K., Lewy H. On the partial difference equations of mathematical physics. *IBM Journal of Research and Development*, 1967, vol. 11, no. 2, pp. 215-234. DOI: [10.1147/rd.112.0215](https://doi.org/10.1147/rd.112.0215)