Наука и Образование
МГТУ им. Н.Э. Баумана
Сетевое научное издание
ISSN 1994-0408

Наука и Образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана.
Электрон. журн. 2015. № 03. С. 256–268.

DOI: **10.7463/0315.0759904**

Представлена в редакцию: 20.02.2015
Исправлена: 12.03.2015

УДК 519.816:371.261

Формирование интегральных оценок успеваемости учащихся с помощью операторов агрегирования

Сакулин С. А.[1,*], Анисимова О. В.[2]

[*] ss141291@yandex.ru

[1] МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
[2] Гимназия № 1567, Москва, Россия

Интеграл Шоке по нечёткой мере, являющийся обобщением средневзвешенного оператора, за счет своей гибкости в агрегировании информации получил широкую популярность в приложениях многокритериального принятия решений. В статье рассматривается его применение в рамках методики формализации экспертных знаний о формировании интегральных оценок успеваемости учащихся. Рассматривается решение задачи идентификации нечеткой меры для агрегирования оценок по отдельным дисциплинам. Приводятся примеры оценок по нескольким дисциплинам, и результаты агрегирования этих оценок, полученные с применением интеграла Шоке.

Ключевые слова: оператор агрегирования, нечёткая мера, нечёткий интеграл Шоке, оценка успеваемости

Введение

Традиционным подходом к формированию интегральных оценок успеваемости учащихся является агрегирование оценок по отдельным предметам с помощью средневзвешенного оператора [1]. При этом каждому отдельному предмету (или результату отдельного теста) ставится в соответствие весовой коэффициент, с помощью которого задается степень важности отдельного предмета или теста. Результат такого агрегирования (средний балл) используется для принятия решения о зачислении обучающегося по конкурсу на то или иное вакантное место. Имеется ряд проблем, связанных с описанным подходом.

Прежде всего, в процессе принятия решений о зачислении часто возникают ситуации, когда число поступающих с одинаковым средним баллом превышает число соответствующих вакантных мест. В таких ситуациях лицу, принимающему решение о зачислении, приходится делать выбор между претендентами на основе неочевидных для этих претендентов и подчас субъективных факторов.

Кроме того, традиционный подход не позволяет формализовать некоторые особенности предметной области, в частности, взаимозависимость или взаимовлияние тех или иных оценок. Например, если учащийся владеет литературой на «отлично», то маловероятно, что у него будет удовлетворительная оценка по русскому языку, поскольку отличное знание литературы предполагает, что учащийся достаточно много читает, что обычно является залогом его "врождённой грамотности". Здесь наблюдается некоторая корреляция между оценками. С другой стороны, если учащийся планирует стать техническим специалистом, то для него важнее на «отлично» знать русский язык и, например, физику с математикой, чем литературу или историю. Явления такого рода представляют собой предпочтительную зависимость критериев, которая известна из теории полезности [2]. Известно, что никакой аддитивный оператор агрегирования, в том числе среднее арифметическое, не позволяет формализовать предпочтительную зависимость. Формализация подобных особенностей предметной области позволила бы избежать субъективизма в процессе принятия решений путем более детального и тщательного формирования интегральных оценок успеваемости.

Таким образом, в настоящее время представляется актуальной задача применения для агрегирования оценок такого оператора агрегирования, который позволил бы решить перечисленные проблемы. В качестве операторов агрегирования могут выступать нечеткие интегралы, а именно, интеграл Сугено, либо интеграл Шоке [3]. Оба этих интеграла позволяют формализовать описанные выше особенности предметной области, известные специалистам соответствующего профиля. Здесь следует отметить, что в литературе встречаются фиктивные упрощённые примеры применения неаддитивных операторов для агрегирования оценок учащихся [3]. Однако, эти примеры не связаны с реальной практикой формирования оценок, а служат лишь для иллюстрации свойств неаддитивных операторов.

1. Нечеткие меры и интеграл Шоке 2-го порядка

В большинстве практических случаев применяется интеграл Шоке по нечёткой мере 2-го порядка, или, что то же самое, интеграл Шоке 2-го порядка [4], поскольку он позволяет моделировать взаимодействия между критериями, оставаясь относительно простым. Кроме того, в отличие от интеграла Сугено, существуют инструменты для облегчения работы экспертов с интегралом Шоке 2-го порядка [5,6]. Рассмотрим кратко основные положения теории нечётких мер и интегралов, которые необходимы для реализации агрегирования оценок с использованием этого аппарата.

Нечеткая мера есть функция множества, отражающая степень «важности» не только отдельного критерия (оценки), но и каждого из подмножеств этих критериев (оценок). Нечёткий интеграл Шоке по нечёткой мере является обобщением понятия средневзвешенного оператора агрегирования для случая зависимых критериев. Нечёткая мера [7] есть функция множества $\psi:\ 2^J \to [0,1]$, где 2^J - множество всех подмножеств множества индексов агрегируемых критериев $J = \{1, \ldots,\ H\}$, которая удовлетворяет следующим условиям:

1) $\psi(\varnothing) = 0,\ \ \psi(J) = 1$;

2) $\forall D, B \subseteq J: \ D \subseteq B \Rightarrow \psi(D) \le \psi(B)$.

В общем случае нечёткая мера не является аддитивной, или $\psi(D)+\psi(B) \ne \psi(D \cup B)$ *где* $D, B \subseteq J; \ D \cap B = \varnothing$. Значение меры $\psi(D)$ может интерпретироваться как «вес» или совокупная значимость критериев, входящих в подмножество D множества J индексов критериев. В рассматриваемой предметной области критериями являются оценки $g_1,...,\ g_H$ учащихся по отдельным предметам.

Ввиду того, что для эксперта является весьма трудным и даже невыполнимым выбор всех 2^H значений коэффициентов $\psi(D),\ D \subseteq J$, соответствующих 2^H подмножеств множества J, была предложена концепция нечёткой меры κ-ого порядка, $\kappa < |J| = H$ [8], суть которой состоит в том, что для упрощения задания нечётких мер из рассмотрения исключаются зависимости между более чем κ критериями.

Здесь и далее для упрощения обозначений опускаются фигурные скобки, вместо $\{i\},\ \{i, j\}$ записывается $i,\ ij$ соответственно. Вместо обозначения «критерий с индексом $i \in J$» для краткости также употребляется «критерий i», вместо обозначения «множество индексов критериев J» употребляется «множество критериев J».

Нечёткий интеграл Шоке 2-го порядка имеет вид [4]:

$$C_\psi(g_1,\dots,g_H) = \sum_{i \in J}\psi(i) g_i + \sum_{\{i,j\} \subseteq J}\big(\psi(ij)-\psi(i)-\psi(j)\big)\min(g_i, g_j) \qquad (1)$$

Индекс взаимодействия между двумя критериями i и j для случая второго порядка выражает знак и степень взаимодействия этих критериев и определяется выражением [4]:

$$I_\psi(i,j) = \psi(ij)-\psi(i)-\psi(j), \quad \{i,j\} \subseteq J \qquad (2)$$

Шепли [9] предложил определение коэффициента важности критерия, основанное на нескольких естественных аксиомах. В контексте теории нечетких мер индекс Шепли для критерия i по отношению к мере ψ определяется выражением:

$$\Phi_\psi(i,j) = \psi(i) + \frac{1}{2}\sum_{j \in (J-i)}\big(\psi(ij)-\psi(i)-\psi(j)\big), \ i \in J \qquad (3)$$

2. Пример формирования интегральных оценок успеваемости

Исходные данные для формирования интегральных оценок были получены в ходе учебного процесса в ГБОУ гимназии № 1567 г. Москвы. В гимназии реализованы программы углубленного обучения по нескольким профилям: математика, химия и биология, биология и математика, филология, физика. Решение о зачислении в профильные классы принимает административный совет гимназии после окончания учениками седьмого класса на основе среднего балла за успеваемость по всем предметам за год, а также по результатам профильных контрольных работ. Средний балл за успеваемость по всем предметам за год вычисляется как простое среднее арифметическое:

$$\omega = \frac{g_1+g_2+g_3+g_4+g_5}{5} \qquad (4)$$

где $g_1,\dots, g_5$ - оценки за год по физике, информатике, алгебре, геометрии и русскому языку соответственно.

Также на интегральную оценку влияют результаты контрольных работ по математике R_1, русскому языку R_2, и оценка R_3, полученная на вступительном экзамене по физике.

Таким образом, в настоящее время интегральные оценки вычисляется по формуле: $\Omega = \frac{\omega + R_1 + R_2 + R_3}{4}$, то есть как средний балл за успеваемость по всем предметам за год плюс оценки за контрольные работы и экзамен по физике.

При этом часто возникают ситуации, в которых сразу несколько учеников с одинаковыми интегральными оценками претендуют на одно вакантное место в профильном классе. В таких ситуациях административному совету гимназии приходится принимать судьбоносные для учеников решения на основании размытых и субъективных факторов. Этими факторами могут быть, например, "общее прилежание", "активность жизненной позиции" и т.п. Решения, принятые таким образом, часто не вызывают доверия и понимания со стороны учеников и их родителей, у которых возникают мысли о предвзятости работников административного совета, причиной которой может быть в том числе и неофициальные отношения между администрацией и родителями учеников. Рассмотрим формирование интегральных оценок в контексте применения операторов агрегирования (рис. 1).

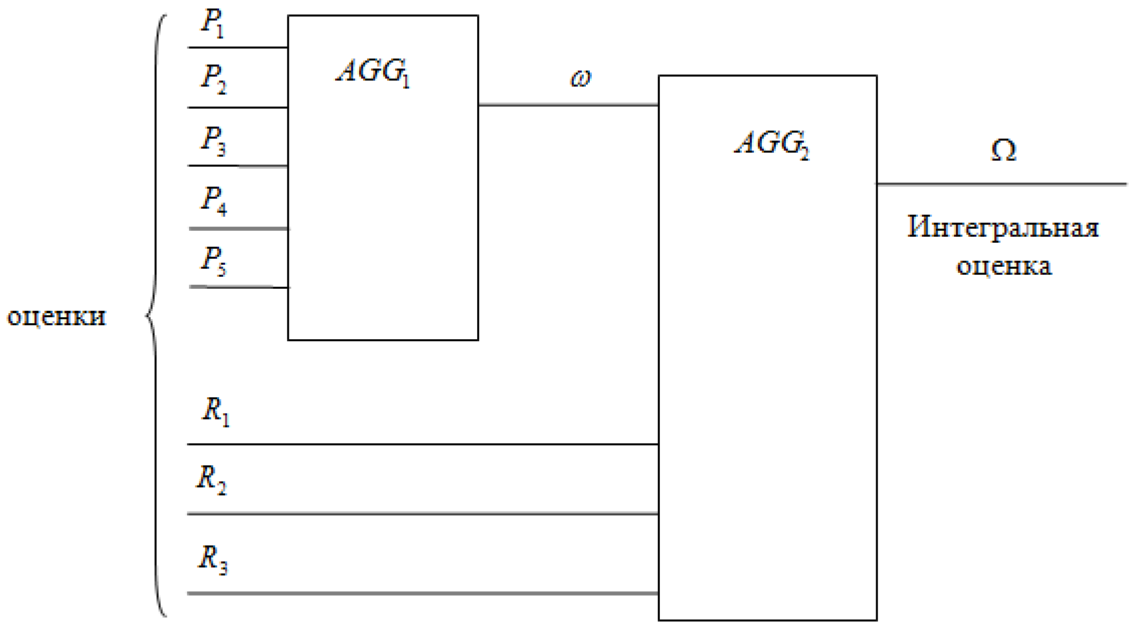

Рис. 1. Операторы агрегирования для формирования интегральных оценок

Здесь с помощью оператора AGG_1 формируется средний балл ученика по всем предметам за год, оператор AGG_2 используется для объединения среднего балла и экзаменационных оценок в единую интегральную оценку. В настоящее время в качестве операторов AGG_1 и AGG_2 применяется простое среднее арифметическое (4).

Практика показывает, что влияние результатов профильных контрольных работ R_1, R_2, R_3 ученика на его интегральную оценку редко вызывает сомнения и различия толкований этого влияния у всех причастных к образовательному процессу лиц (учеников, их родителей, учителей, администрации гимназии). В то же время, средний балл за успеваемость по всем предметам за год часто не отражает в полной мере степень готовности конкретного ученика продолжать обучение в гимназии по выбранному профилю. При этом средний балл часто играет решающую роль в принятии решения о зачислении. Поэтому в качестве примера рассмотрим применение интеграла Шоке второго порядка (1) в роли оператора AGG_1, то есть для агрегирования годовых оценок учеников по предметам. Для этого необходимо задать нечёткую меру в виде индексов Шепли (3) и индексов взаимодействия (2). Оператор AGG_2 при необходимости можно построить аналогично на базе экспертных знаний.

Рассмотрим оценки по различным предметам за год для десяти учеников (A, B, C, D, E, F, G, H, I, K) поступающих в восьмой класс по физическому профилю. Формирование оценок для других профилей отличается от физического профиля особенностями предметной области, аналогичными особенностям, приведённым выше.

Предметы (в частности физкультуру), оценки по которым не влияют, по мнению эксперта, на средний балл, рассматриваются отдельно. Для того, чтобы ученик мог претендовать на вакантное место в классе физического профиля, ему достаточно быть аттестованным по таким предметам, то есть иметь по ним оценку не ниже удовлетворительной.

В таблице 1 приведены соответствующие оценки.

Таблица 1. Оценки учеников по предметам, средний балл и интеграл Шоке

Ученик	**Физика** g_1	**Информатика** g_2	**Алгебра** g_3	**Геометрия** g_4	**Русский язык** g_5	**Средний балл** ω	**Интеграл Шоке** C_ψ
A	5	5	5	5	5	5	5
B	4	5	5	5	5	4,8	4.782435
C	4	5	5	4	5	4,6	4.605415
D	4	5	5	5	4	4,6	4.552415
E	4	5	4	4	5	4,4	4.417373
F	5	5	4	4	4	4,4	4.392373
G	4	5	4	5	4	4,4	4.367373
H	4	3	4	4	5	4	3.992242
I	4	3	3	4	4	3,6	3.600142
K	4	3	4	3	3	3,4	3.385354

В соответствии с существующей методикой формирования среднего балла мы можем построить на множестве учеников следующий нестрогий порядок:

$$A \succ B \succ C \sim D \succ E \sim F \sim G \succ H \succ I \succ K \tag{5}$$

Здесь символ «~» означает отношение эквивалентности (в частности, ученики C и D имеют равные шансы на поступление при прочих равных результатах), символ «≻» означает отношение предпочтения (ученик A имеет больше шансов на поступление, чем ученик B).

Приведём предпочтения эксперта, касающиеся рассматриваемого примера, попутно формализуем эти предпочтения с использованием аппарата нечетких мер и интеграла Шоке.

Предметы делятся на три группы: физика (g_1) и информатика (g_2), алгебра (g_3) и геометрия (g_4) и русский язык (g_5). Предметы в первых двух группах взаимосвязаны между собой. Эта взаимосвязь носит избыточный характер, то есть хорошая успеваемость ученика по одному из предметов в группе является признаком хорошей успеваемости по обоим предметам группы, а соответствующие оценки взаимодействуют замещающим способом. Предметы из различных групп взаимодействуют дополнительным способом.

Формализовать это предпочтение можно с помощью знаков индексов взаимодействия соответствующих критериев (оценок):

$$I_\psi(1,2) < 0 \tag{6}$$

$$I_\psi(3,4) < 0 \tag{7}$$

$$I_\psi(1,3) > 0 \tag{8}$$

$$I_\psi(1,4) > 0 \tag{9}$$

$$I_\psi(2,3) > 0 \tag{10}$$

$$I_\psi(2,4) > 0 \tag{11}$$

$$I_\psi(1,5) > 0 \tag{12}$$

$$I_\psi(1,4) > 0 \tag{13}$$

$$I_\psi(2,5) > 0 \tag{14}$$

$$I_\psi(3,5) > 0 \tag{15}$$

Для поступления одинаково важны оценки по физике (g_1) и информатике (g_2), а также оценки по алгебре (g_3) и геометрии (g_4).

Формализовать это предпочтение можно с помощью отношений эквивалентности на множестве критериев:

$$g_1 \sim_J g_2 \tag{16}$$

$$g_3 \sim_J g_4 \tag{17}$$

Если ученик хорош в физике или информатике (или плох в обеих), то лучше чтобы он был хорош в русском языке (или в алгебре и геометрии), чем в алгебре и геометрии (русском языке).

Как уже было отмечено, суждения такого вида являются предпочтительной зависимостью критериев [1]. Они могут быть выражены через отношения предпочтений на множестве учеников:

$$C \succ D \tag{18}$$

$$G \succ F \tag{19}$$

Отношение предпочтения (18) показывает, что ученик C при поступлении предпочтительнее, чем ученик D, поскольку он показывает отличную успеваемость по предметам, входящим в каждую из трех групп предметов. Отношение (19) отражает мнение эксперта о том, что лучшие результаты показывает ученик, знания которого в рамках физического профиля являются более разносторонними, то есть он показывает отличные результаты по предметам из различных групп предметов.

3. Идентификация нечеткой меры

Для того, чтобы получить оператор агрегирования AGG_1 с целью его последующего применения для построения порядка вида (5) на множестве учеников, необходимо идентифицировать нечеткую меру на основе экспертных предпочтений, выраженных ограничениями (6-21). Для идентификации был выбран метод максимизации энтропии нечёткой меры при заданных ограничениях [10]. Этот метод основан на принципе, предложенном Джейнсом в 1953 году [11]. Принцип Джейнса заключается в том, что если мы обладаем какой-то частью знаний о поведении случайной величины, то к той части знаний, которая нам недоступна, следует относиться наиболее непредвзято, максимизируя энтропию этой величины с учётом имеющихся знаний. В отношении идентификации нечётких мер этот принцип предложил применять Кожадиновиц [10]. В результате мы получим наименее специфичную нечёткую меру из всех возможных, при ограничениях, обусловленных экспертными предпочтениями. В соответствии с методом максимизации энтропии неравенства (4-13) с индексами взаимодействия переводятся в неравенства:

$$-1 \le I_\psi(1,2) \le -\delta_I^\psi \tag{20}$$

$$-1 \le I_\psi(3,4) \le -\delta_I^\psi \tag{21}$$

$$1 \ge I_\psi(1,3) \ge \delta_I^\psi \tag{22}$$

$$1 \ge I_\psi(1,4) \ge \delta_I^\psi \tag{23}$$

$$1 \ge I_\psi(2,3) \ge \delta_I^\psi \tag{24}$$

$$1 \ge I_\psi(2,4) \ge \delta_I^\psi \tag{25}$$

$$1 \ge I_\psi(1,5) \ge \delta_I^\psi \tag{26}$$

$$1 \ge I_\psi(2,5) \ge \delta_I^\psi \tag{27}$$

$$1 \geq I_\psi(3,5) \geq \delta_I^\psi \quad (28)$$

Неравенства (14-17) с индексами Шепли переводятся, соответственно, в следующие неравенства:

$$\Phi_\psi(1) - \Phi_\psi(5) \geq \delta_\Phi^\psi \quad (29)$$

$$\Phi_\psi(2) - \Phi_\psi(5) \geq \delta_\Phi^\psi \quad (30)$$

$$\Phi_\psi(3) - \Phi_\psi(5) \geq \delta_\Phi^\psi \quad (31)$$

$$\Phi_\psi(4) - \Phi_\psi(5) \geq \delta_\Phi^\psi \quad (32)$$

Отношения предпочтения (18, 19) переводятся в неравенства:

$$C_\psi(4,5,5,4,5) - C_\psi(4,5,5,5,4) \geq \delta_C^\psi \quad (33)$$

$$C_\psi(4,5,5,4,5) - C_\psi(4,5,5,5,4) \geq \delta_C^\psi \quad (34)$$

Здесь $\delta_I^\psi, \delta_\Phi^\psi, \delta_C^\psi$ - задаваемые экспертом пороги безразличия для идентификации нечёткой меры ψ. Исходя из того, что все входные критерии определены на шкалах вида {0,..., 5}, а также принимая во внимание ограничения на значения порогов безразличия, применяемые для недопущения выбора значений порогов, при которых заведомо не имеет решения задача идентификации нечёткой меры [12], для меры ψ были выбраны следующие значения этих порогов: $\delta_I^\psi = 0.005$, $\delta_\Phi^\psi = 0.02$, $\delta_C^\psi = 0.2$.

Для идентификации нечеткой меры ψ был использован специализированный пакет Kappalab [13]. Результаты этой идентификации выражены в виде параметров интеграла Шоке (индексов взаимодействия и индексов Шепли): $I_\psi(1,2) = -0.0015$; $I_\psi(1,3) = 0.0015$; $I_\psi(1,4) = 0.0173$; $I_\psi(1,5) = 0.0015$; $I_\psi(2,3) = 0.0015$; $I_\psi(2,4) = 0{,}0015$; $I_\psi(2,5) = 0.0168$; $I_\psi(3,4) = -0{,}0015$; $I_\psi(3,5) = 0{,}0015$; $\Phi_\psi(1) = 0.2082$; $\Phi_\psi(2) = 0.2042$; $\Phi_\psi(3) = 0.1865$; $\Phi_\psi(4) = 0.1825$; $\Phi_\psi(5) = 0.2185$.

Значения интеграла Шоке для десяти учеников A, B, C, D, E, F, G, H, I, K, взятые от соответствующих оценок по нечёткой мере ψ, приведены в таб. 1 в крайнем правом столбце. На основании значений интеграла C_ψ мы можем построить порядок, который позволит различать шансы на поступление учеников E, F, G и C, D: $A \succ B \succ C \succ D \succ E \succ F \succ G \succ H \succ I \succ K$. Как и ожидалось, эти значения (результаты агрегирования) отражают экспертные предпочтения, сформулированные в виде ограничений (6-19) и отношений предпочтения (20-21), переведенные затем в неравенства (20-34). В частности, отмеченное экспертом замещение критериев g_1 и g_2, а также критериев g_3 и g_4 (6,7) выражено отрицательными индексами взаимодействия $I_\psi(1,2)$ и $I_\psi(3,4)$. Взаимодействие дополнительным способом критериев (оценок) по предметам из различных групп выражено положительными индексами взаимодействия соответствующих критериев. Эквивалентности субъективных весов критериев g_1 и g_2

(16) и g_3 и g_4 (17) отражены соответствующими значениями индексов Шепли $\Phi_\psi(1),..., \Phi_\psi(4)$. Предпочтительная зависимость критериев $g_1,..., g_5$ отражена в результатах идентификации значениями интеграла C_ψ для соответствующих учеников. Таким образом, при идентификации нечёткой меры ψ были отражены все экспертные предпочтения.

Выводы

Рассмотренный в статье подход к формированию интегральных оценок учащихся предполагает поэтапную формализацию предпочтений эксперта, в результате которой формируется оператор агрегирования. В качестве примера таких предпочтений приводится мнение одного из педагогов гимназии. Применение аппарата нечетких мер и интеграла Шоке позволяет формализовать не только различия в субъективной важности критериев, но и зависимости между ними, которые могут быть достаточно сложными. Благодаря этому возможно решить проблему обоснования и принятия решений по зачислению учеников на вакантные места. Мнения различных экспертов в конкретной предметной области на счет того, каким должен быть оператор агрегирования, часто не совпадают. Для выработки единого мнения экспертам необходима формальная модель, которую они могли бы корректировать. Рассмотренный аппарат позволяет строить такие модели. Процесс построения оператора может быть итеративным, что выражается в последовательном уточнении предпочтений эксперта до тех пор, пока оператор не будет полностью соответствовать его мнению. Продолжением работ в данном направлении будет являться развитие методов работы с экспертом в процессе формализации его предпочтений.

Список литературы

1. Белоус В.В., Бобровский А.В., Добряков А.А., Карпенко А.П., Смирнова Е.В. Интегральная оценка многокритериальных альтернатив в ментально-структурированном походе к обучению // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2012. № 7. С. 249-276. Режим доступа: http://technomag.edu.ru/doc/423252.html (дата обращения 01.02.2015).
2. Мулен Э. Кооперативное принятие решений: Аксиомы и модели: пер. с англ. М.: Мир, 1991. 463 с.
3. Marichal J.-L. An axiomatic approach to the discrete Choquet integral as a tool to aggregate interacting criteria // IEEE Transactions on Fuzzy Systems. 2000. Vol. 8, no. 6. P. 800-807. DOI: 10.1109/91.890347
4. Алфимцев А.Н. Нечеткое агрегирование мультимодальной информации в интеллектуальном интерфейсе // Программные продукты и системы. 2011. № 3. С. 44-48.

5. Самородов А.В. Особенности построения мультиклассификаторов на основе методов интеграции решений // Инженерный журнал: наука и инновации. Электронное научно-техническое издание. 2012. №3 (3). Режим доступа: http://engjournal.ru/catalog/it/biometric/95.html (дата обращения 01.02.2015).
6. Devyatkov V., Alfimtsev A. Optimal Fuzzy Aggregation of Secondary Attributes in Recognition Problems // WSCG '2008: communication papers: 16-th International Conference in Central Europe on Computer Graphics, Visualization and Computer Vision in co-operation with EUROGRAPHICS (University of West Bohemia, Plzen, Czech Republic, February 4 - 7, 2008). Václav Skala - UNION Agency, 2008. P. 33-40.
7. Mayag B., Grabisch M., Labreuche Ch. A representation of preferences by the Choquet integral with respect to a 2-additive capacity // Theory and Decision. 2011. Vol. 71, no. 3. P. 297-324. DOI: 10.1007/s11238-010-9198-3
8. Grabisch M. A Graphical Interpretation of the Choquet Integral // IEEE Transactions on Fuzzy Systems. 2000. Vol. 8, no. 5. P. 627-631. DOI: 10.1109/91.873585
9. Сакулин С.А., Алфимцев А.Н. Формализация экспертных знаний об удобстве веб-страниц на основе агрегирования пользовательских критериев // Информационные технологии. 2014. № 6. С. 16-21.
10. Wu J., Zhang Q. 2-order additive fuzzy measure identification method based on diamond pairwise comparison and maximum entropy principle // Fuzzy Optimization and Decision Making. 2010. Vol. 9, no. 4. P. 435-453. DOI: 10.1007/s10700-010-9086-x
11. Grabisch M. k-order additive discrete fuzzy measures and their representation // Fuzzy Sets & Systems. 1997. Vol. 92, no. 2. P. 167-189. DOI: 10.1016/S0165-0114(97)00168-1
12. Shapley L.S. A value for n-person games // Contributions to the Theory of Games / ed. by H.W. Kuhn, A.W. Tucker. Princeton: Princeton University Press, 1953. P. 307-317.
13. Kojadinovic I. Minimum variance capacity identification // European Journal of Operational Research. 2007. Vol. 177, no. 1. P. 498-514. DOI: 10.1016/j.ejor.2005.10.059
14. Jaynes E.T. Information theory and statistical mechanics // Physical Review. 1957. Vol. 106, no. 4. P. 620-630. DOI: 10.1103/PhysRev.106.620
15. Сакулин С.А. К вопросу об идентификации параметров интеграла Шоке 2-го порядка // Вестник ИрГТУ. 2008. № 3 (35). С. 209-212.
16. Grabisch M., Kojadinovic I., Meyer P. A review of methods for capacity identification in Choquet integral based multi-attribute utility theory: Applications of the Kappalab R package // European Journal of Operational Research. 2008. Vol. 186, no. 2. P. 766-785. DOI: 10.1016/j.ejor.2007.02.025

Science & Education of the Bauman MSTU Electronic journal ISSN 1994-0408

Science and Education of the Bauman MSTU, 2015, no. 03, pp. 256–268.

DOI: **10.7463/0315.0759904**

Received: 20.02.2015
Revised: 12.03.2015

Forming of Students' Academic Achievement Integral Indicator Based on Aggregation Operators

S.A. Sakulin[1,*], O.V. Anisimova[2]

[*]ss141291@yandex.ru

[1]Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia
[2]Gymnasium № 1567, Moscow, Russia

Keywords: aggregation operator, fuzzy measure, Choquet fuzzy integral, academic achievement integral indicator

This work concerns the problem to form students' academic achievement integral indicator using aggregation of ratings of individual disciplines based on expert knowledge.

The goal is to improve the objectivity and accuracy of students' academic achievement integral indicator. The current practice of above-mentioned integral indicator forming faces a number of challenges. And the need to make decisions based on fuzzy and subjective factors is the most important of them. Traditional approaches to forming the students' academic achievement integral indicator include weighted arithmetic mean as aggregation operators.

No additive aggregation operator including arithmetic mean allows us to formalize interdependence or mutual dependence of evaluations. Therefore, traditional approaches cannot be applied to formalize expert knowledge about the mutual dependence of evaluations. Apparatus of fuzzy measures and integrals is suitable for the formalization of such phenomena.

An approach to formalization of expert knowledge based on application of fuzzy measures and Choquet integral as an aggregation operator was proposed.

Method based on fuzzy measures' entropy maximization was chosen to identify fuzzy measures under the proposed approach. This method allows us to obtain the least specific fuzzy measure which is limited by means of expert preferences.

It is noted that during fuzzy measure identification there may be situations which suggest no solution.

To prevent such situations it is necessary to work carefully on expert training of integral indicator formation using fuzzy measures and Choquet integral.

Proposed approach to expert knowledge formalization is not so far mentioned in well-known publications.

Experimental formation of integrated academic achievement indicators using this method showed that resulting aggregation operator allows to formalize expert knowledge which is not possible to formalize using traditional approaches.

The described approach to formation of integrated academic achievement indicators is perspective in terms of reducing the subjectivity in taking decision on enrolling students for certain vacancies on a competitive basis.

References

1. Belous V.V., Bobrovskii A.V., Dobryakov A.A., Karpenko A.P., Smirnova E.V. Integral estimation of multi-criterion alternatives in mental-structured approach to education. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2012, no. 7, pp. 249-276. Available at: http://technomag.edu.ru/doc/423252.html , accessed 01.02.2015. (in Russian).
2. Moulin H. *Axioms of Cooperative Decision Making*. Cambridge, Cambridge University Press, 1988. (Russ. ed.: Moulin H. *Kooperativnoe prinyatie reshenii: Aksiomy i modeli*. Moscow, Mir Publ., 1991. 463 p.).
3. Marichal J.-L. An axiomatic approach to the discrete Choquet integral as a tool to aggregate interacting criteria. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*. 2000, vol. 8, no. 6, pp. 800-807. DOI: 10.1109/91.890347
4. Alfimtsev A. N. Fuzzy aggregation of multimodal information in an intelligent interface. *Programmnye produkty i sistemy = Software & Systems*, 2011, no. 3, pp. 44-48. (in Russian).
5. Samorodov A.V. Peculiarities of Multi-Classifier Construction Based on Methods for Integration of Solutions. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii = Engineering Journal: Science and Innovation*, 2012, no. 3. Available at: http://engjournal.ru/catalog/it/biometric/95.html , accessed 01.02.2015. (in Russian).
6. Devyatkov V., Alfimtsev A. Optimal Fuzzy Aggregation of Secondary Attributes in Recognition Problems. *WSCG '2008: communication papers: 16-th International Conference in Central Europe on Computer Graphics, Visualization and Computer Vision in co-operation with EUROGRAPHICS*. University of West Bohemia, Plzen, Czech Republic, February 4 - 7, 2008. Václav Skala - UNION Agency Publ., 2008, pp. 33-40.
7. Mayag B., Grabisch M., Labreuche Ch. A representation of preferences by the Choquet integral with respect to a 2-additive capacity. *Theory and Decision*, 2011, vol. 71, no. 3, pp. 297-324. DOI: 10.1007/s11238-010-9198-3
8. Grabisch M. A Graphical Interpretation of the Choquet Integral. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2000, vol. 8, no. 5, pp. 627-631. DOI: 10.1109/91.873585
9. Sakulin S.A., Alfimtsev A.N. Formalization of Expert Knowledge about the Usability of Web Pages Based on User Criteria Aggregation. *Informatsionnye tekhnologii = Information Technologies*, 2014, no. 6, pp. 16-21. (in Russian).
10. Wu J., Zhang Q. 2-order additive fuzzy measure identification method based on diamond pairwise comparison and maximum entropy principle. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 2010, vol. 9, no. 4, pp. 435-453. DOI: 10.1007/s10700-010-9086-x

11. Grabisch M. k-order additive discrete fuzzy measures and their representation. *Fuzzy Sets & Systems*, 1997, vol. 92, no. 2, pp. 167-189. DOI: 10.1016/S0165-0114(97)00168-1
12. Shapley L.S. A value for n-person games. In: Kuhn H.W., Tucker A.W., eds. *Contributions to the Theory of Games*. Princeton: Princeton University Press, 1953, pp. 307-317.
13. Kojadinovic I. Minimum variance capacity identification. *European Journal of Operational Research*, 2007, vol. 177, no. 1, pp. 498-514. DOI: 10.1016/j.ejor.2005.10.059
14. Jaynes E.T. Information theory and statistical mechanics. *Physical Review*, 1957, vol. 106, no. 4, pp. 620-630. DOI: 10.1103/PhysRev.106.620
15. Sakulin S.A. To the question of identification of the parameters of Choquet integral of the second order. *Vestnik IrGTU*, 2008, no. 3 (35), pp. 209-212. (in Russian).
16. Grabisch M., Kojadinovic I., Meyer P. A review of methods for capacity identification in Choquet integral based multi-attribute utility theory: Applications of the Kappalab R package. *European Journal of Operational Research*, 2008, vol. 186, no. 2, pp. 766-785. DOI: 10.1016/j.ejor.2007.02.025