

УДК 621. 313. 323

Способ определения закона управления разомкнутым шаговым электроприводом

профессор, д.т.н. Красовский А. Б.^{1,*}

[*krasovsky@bmstu.ru](mailto:krasovsky@bmstu.ru)

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Рассматривается разомкнутый шаговый электропривод с электрическим дроблением шага и питанием двигателя от управляемого инвертора тока, к которому предъявляется требование отработки заданной траектории движения произвольной формы с высокой точностью. Показано, что при традиционном программном управлении, когда фазные токи двигателя формируют одинаковой амплитуды и переменной частоты пропорциональной заданной программной скорости движения, из-за невозможности гибкого воздействия на динамический момент двигателя возможны значительные ошибки. Предложен и обоснован новый способ определения алгоритма управления, адекватного параметрам привода и программируемой траектории движения, обеспечивающий минимизацию ошибки регулирования и повышение за счет этого точности отработки заданных параметров движения и расширяющий динамические возможности привода. Суть предлагаемого способа состоит в использовании видоизмененной математической модели привода в d и q координатах, в которой в качестве входного воздействия выбирается программируемая траектория движения, а необходимый закон управления находится из решения соответствующих уравнений. Разработана имитационная модель электропривода в среде MATLAB - SIMULINK, с помощью которой на типовых примерах проверена эффективность предложенного способа определения закона управления.

Ключевые слова: шаговый двигатель, динамическая ошибка, управляемый инвертор тока, заданная тахограмма движения, повышение быстродействия и точности, имитационное моделирование

Введение и постановка задачи

Разомкнутые структуры шаговых электроприводов (ШЭП) на базе двигателей синхронного типа широко используются в различных устройствах точного воспроизведения заданных параметров движения, например, в роботах, станках с числовым программным управлением, сборочном оборудовании и т.п. [1-4]. Работа ШЭП состоит в суммировании элементарных шагов ротора двигателя, поэтому присущая ему способность квантования движения и запоминания конечных координат перемещения при ограничении средствами управления статических и динамических ошибок на допустимом уровне во многих случаях позволяет реализовывать программные перемещения без позиционных и скоростных обратных связей.

Для расширения частотного диапазона работы привода, повышения точности позиционирования и устойчивости движения в ШЭП за прошедшие годы разработаны различные варианты электрического дробления шага двигателя, которые не зависят от конкретной технической реализации сводятся к увеличению числа промежуточных электрических состояний двигателя и, соответственно, промежуточных устойчивых положений ротора двигателя внутри его основного конструктивного шага перемещения за счет уменьшения угловой дискретности смещения кривой синхронизирующего момента при поступлении каждой команды на перемещение [3].

В настоящее время при использовании цифроаналоговых преобразователей необходимой разрядности и ШИМ – преобразователей напряжения в сочетании с локальной токовой обратной связью и предварительной калибровкой двигателя практически отпали ограничения на его минимальный шаг перемещения ротора за счет возможности формирования синус-косинусных или близких к ним по форме кривых фазных токов. [3] Это с физической точки зрения практически полностью стирает грань между традиционным ШЭП и классическим частотно управляемым синхронным электроприводом непрерывного типа[5].

При традиционном разомкнутом программном управлении ШЭП с помощью управляемого инвертора тока обычно формируют фазные токи двигателя одинаковой амплитуды I_m и переменной частоты, пропорциональной заданной программной скорости движения $\omega_{\text{зад}}(t)$ [6,7,8]. В частности, применительно к идеализированной двухфазной модели двигателя фазные токи должны изменяться согласно выражениям

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= I_m \sin \gamma(t) \\ i_2 &= I_m \cos \gamma(t) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $\gamma(t)$ мгновенное значение угла в функции времени t , определяющего пространственное положение результирующего вектора тока статора двигателя, рассматриваемого в данном случае как управляющее воздействие. Законы изменения программной скорости $\omega_{\text{зад}}(t)$ и угла $\gamma(t)$ обычно связаны соотношением

$$\gamma(t) = \int \omega_{\text{зад}}(t) dt \quad (2)$$

При таком управлении из-за электромагнитной и механической инерционности и отсутствия непосредственной возможности формирования необходимого закона изменения динамического момента двигателя реальная траектория движения может значительно отличаться от программируемой траектории. В подтверждение сказанного на рисунке 1 показан пример программируемой тахограммы движения $\omega_{\text{зад}}(t)$ трапециидальной формы и получаемая при этом реальная тахограмма движения $\omega(t)$ привода с типовыми параметрами. Там же показан закон изменения управляющего воздействия $\gamma(t)$, определенный по выражению (2).

Как видно, на начальном этапе разгона развиваемое двигателем ускорение $\varepsilon(t)$ оказывается меньше заданного значения $\varepsilon_{\text{зад}}(t)$, а затем возникает колебательный процесс его изменения, при котором лишь среднее значение реального ускорения $\varepsilon(t)$ совпадает с ускорением $\varepsilon_{\text{зад}}(t)$, соответствующим программируемому закону изменения скорости

$\omega_{\text{зад}}(t)$. В результате реализуемая приводом тахограмма движения $\omega(t)$ имеет значительную колебательную составляющую, которая в данном случае представляет собой ошибку регулирования, ограничивающую точность воспроизведения заданных параметров движения привода и, кроме того, её наличие ограничивает максимальные значения динамического момента и ускорения подвижных частей привода из-за опасности выпадения двигателя из синхронизма.

Исходя из сказанного выше можно заключить, что при отработке заданной траектории движения алгоритм определения закона изменения управляющего воздействия $\gamma(t)$ на основании выражения (2) требует корректировки, т.е. в выражении для $\gamma(t)$ должна присутствовать дополнительная переменная составляющая $\Delta\gamma$, изменяемая по определенному закону в зависимости от вида программируемой траектории движения и параметров привода для корректировки закона изменения динамического момента ШЭП и снижения за счет этого ошибки регулирования, т.е.

$$\gamma(t) = \int \omega_{\text{зад}}(t)dt + \Delta\gamma(\omega_{\text{зад}}(t)) \quad (3)$$

Целью данной статьи является обоснование и разработка скорректированного метода определения закона изменения управляющего воздействия $\gamma(t)$ разомкнутого ШЭП, адекватного параметрам привода и программируемой траектории движения, обеспечивающего минимизацию ошибки регулирования и повышение за счет этого точности отработки заданных параметров движения и расширяющего динамические возможности привода.

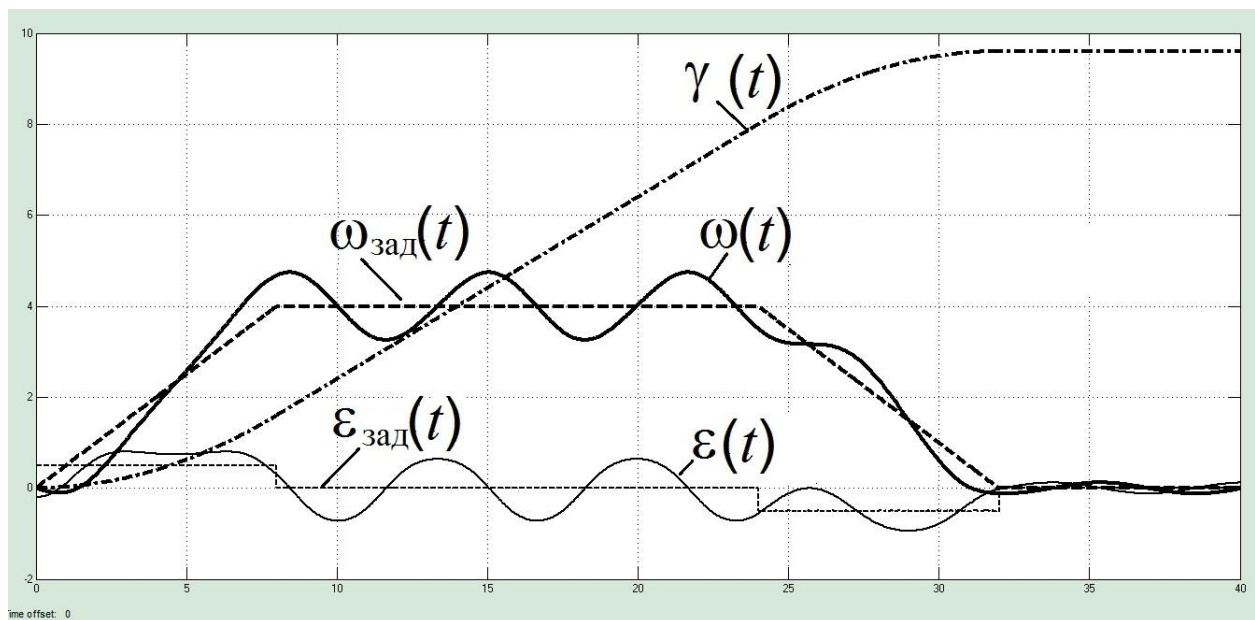


Рисунок.1. Заданная $\omega_{\text{зад}}(t)$, реальная $\omega(t)$ тахограммы движения и закон изменения углового положения результирующего вектора тока двигателя $\gamma(t)$.

Предлагаемый подход к достижению поставленной цели

В теории ШЭП доказано, что при определенных допущениях и ограничениях на параметры привода для описания его статических и динамических характеристик применимы обобщенные уравнения двухфазной модели привода в d, q координатах [2,3], которые в относительных единицах при общепринятых базовых величинах для случая питания двигателя от источника напряжения имеют вид

$$\left. \begin{aligned} i_d + \chi \frac{di_d}{d\tau} - \chi i_q \frac{d\Theta}{d\tau} &= \cos(\gamma - \Theta) \\ i_q + \chi \frac{di_q}{d\tau} + \chi i_d \frac{d\Theta}{d\tau} &= \sin(\gamma - \Theta) - \delta \frac{d\Theta}{d\tau} \\ \frac{d^2\Theta}{d\tau^2} + \mu_c &= i_q \end{aligned} \right\}, \quad (4)$$

где i_d, i_q – составляющие результирующего вектора тока статора двигателя в долях тока короткого замыкания фазы по ортогональным осям d и q , соответственно; χ – электромагнитная постоянная времени фазы в долях периода круговых колебаний привода; δ – относительная ЭДС движения при скорости, равной круговой частоте колебаний привода; μ_c – относительное значение момента сопротивления нагрузки в долях амплитуды синхронизирующего момента двигателя; τ – относительное время, измеренное в долях периода круговых колебаний привода.

При питании фазных обмоток двигателя от источника тока и формировании фазных токов синус-косинусной формы составляющие результирующего вектора тока статора по осям d и q могут быть определены как

$$\left. \begin{aligned} i_d &= \cos(\gamma - \Theta) \\ i_q &= \sin(\gamma - \Theta) \end{aligned} \right\}, \quad (5)$$

При подстановке выражений для токов i_d, i_q из (5) в уравнения (4) получаем математическое описание динамики ШЭП в d, q координатах при питании двигателя от источника тока [9]

$$\left. \begin{aligned} u_d &= \cos(\gamma - \Theta) - \chi \frac{d\gamma}{d\tau} \sin(\gamma - \Theta) \\ u_q &= \sin(\gamma - \Theta) + \chi \frac{d\gamma}{d\tau} \cos(\gamma - \Theta) + \delta \frac{d\Theta}{d\tau} \\ \frac{d^2\Theta}{d\tau^2} + \mu_c &= i_q \\ u_\Sigma &= \sqrt{u_d^2 + u_q^2} \end{aligned} \right\}, \quad (6)$$

Суть предлагаемого подхода к определению закона изменения управляющего воздействия $\gamma(t)$, адекватного заданной траектории движения и параметрам привода состоит в том, что для этой цели используется математическая модель привода в d и q координатах, построенная по уравнениям (6), причем в модели ШЭП в качестве входного воздействия выбирается программируемая или желаемая траектория движения $\Theta(\tau)$ или $\frac{d\Theta(\tau)}{d\tau} = \omega_{\text{зад}}(\tau)$, а соответствующий этой траектории движения закон изменения управляющего воздействия $\gamma(t)$ находится из решения этих уравнений, как это условно показано на функциональной схеме на рисунке 2.

Одновременно с этим, модель позволяет рассчитывать составляющие вектора результирующего напряжения фаз двигателя u_d и u_q по осям d и q , соответственно, и амплитуды результирующего вектора напряжения u_Σ , которая может быть использована для оценки требуемого минимального запаса по напряжению силового источника питания при отработке заданной траектории движения. Эффективность предлагаемого способа определения закона управления проиллюстрируем на двух примерах программирования и отработки ШЭП типовых траекторий движения.

Первый пример соответствует рисунку 1, т.е. рассматривается задача реализации тахограммы движения $\omega_{\text{зад}}(\tau)$ трапециидальной формы. Скорректированный закон изменения управляющего воздействия $\gamma(\tau)$, соответствующий такой тахограмме движения $\omega_{\text{зад}}(\tau)$, показан на рисунке 4. Заметим, что характер изменения мгновенного положения ротора двигателя $\Theta(\tau)$

$$\Theta(\tau) = \int \omega(\tau) d\tau \quad (7)$$

при скорректированном законе управления повторяет закон изменения управляющего воздействия $\gamma(\tau)$ на рисунке 1, вычисляемого по формуле (1). Это объясняется тем, что при скорректированном законе управления $\gamma(\tau)$ реальная тахограмма движения $\omega(\tau)$, и программируемая $\omega_{\text{зад}}(\tau)$, совпадают, т.е. $\omega(\tau) = \omega_{\text{зад}}(\tau)$.

Как видно, моделирование показывает, что изломам в программируемой тахограмме движения для её отработки без ошибки должны соответствовать определенные мгновенные приращения или уменьшения угла $\gamma(\tau)$ на некоторую переменную величину $\Delta\gamma(\omega_{\text{зад}}(\tau))$, что эквивалентно мгновенным положительным или отрицательным сдвигам фазы синус – косинусных зависимостей токов, формируемых в обмотках двигателя.

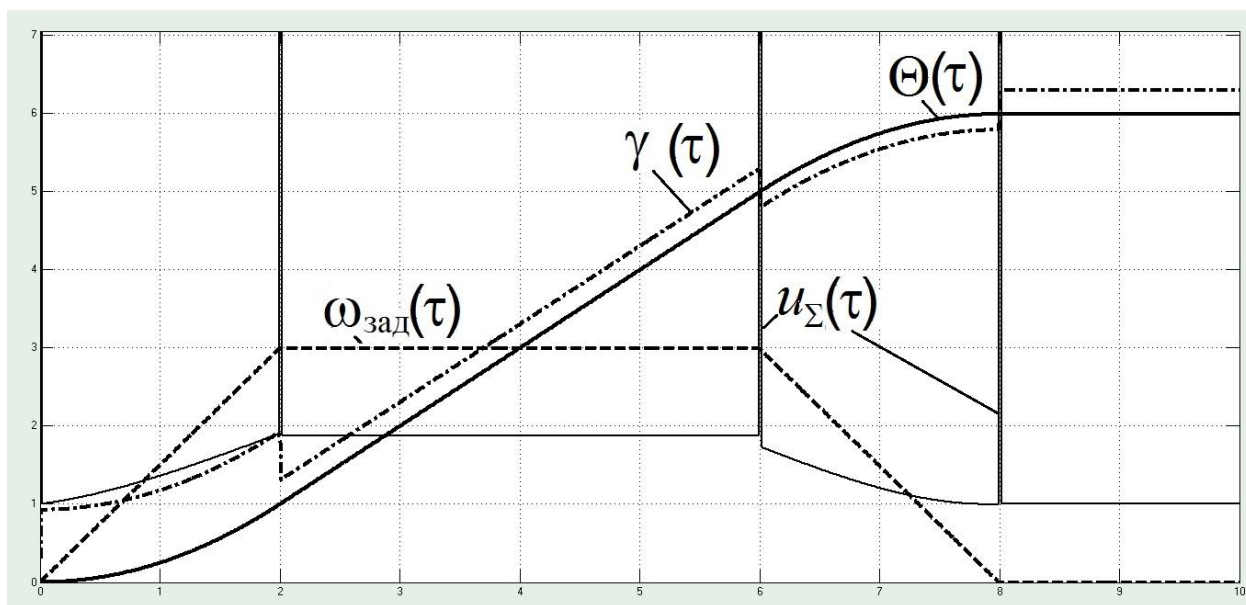


Рисунок.4. Заданная тахограмма движения $\omega_{\text{зад}}(\tau)$ трапециидальной формы и соответствующие ей скорректированный закон управления $\gamma(\tau)$, изменение положения ротора $\Theta(\tau)$ и амплитуды результирующего вектора напряжения $u_\Sigma(\tau)$.

Теоретическое обоснование возможности отсутствия ошибки регулирования при таком управлении состоит в том, что при надлежащем (в данном случае мгновенном) изменении угла $\gamma(\tau)$ при обработке рассматриваемой заданной траектории движения на любом её участке может задаваться динамический момент привода необходимого значения и знака, соответствующий программируемому ускорению $\frac{d\omega_{\text{зад}}(\tau)}{d\tau}$ на том или ином участке траектории движения. Важно также отметить, что, как видно из рисунка 4, изломам в кривой $\omega_{\text{зад}}(\tau)$ соответствуют разрывы в кривой результирующего напряжения $u_{\Sigma}(\tau)$. Это свидетельствует о том, что тахограмма движения $\omega_{\text{зад}}(\tau)$ строго трапециидальной формы может быть отработана ШЭП только при бесконечно больших форсировках напряжения силового источника питания, что технически нереализуемо.

Во втором примере приведем результаты моделирования, соответствующие отработке приводом тахограммы движения $\omega_{\text{зад}}(\tau)$ с плавным изменением ускорения $\frac{d\omega_{\text{зад}}(\tau)}{d\tau}$. В частности, для определенности, в этом примере участок тахограммы $\omega_{\text{зад}}(\tau)$ с увеличением скорости принят состоящим из трех этапов (см. рисунок 5). Эти этапы помечены на рисунке 5 цифрами 1,2,3, причем на этапе 2 предполагается линейное её изменение, а на 1 и 3 этапах – по квадратичным законам в функции относительного времени τ . С целью упрощения, не изменяющего суть предлагаемого решения также принято, что участок траектории $\omega_{\text{зад}}(\tau)$, соответствующий торможению привода (с отрицательным ускорением $\frac{d\omega_{\text{зад}}(\tau)}{d\tau}$), аналогичен по форме участку увеличения скорости, т.е. кривая $\omega_{\text{зад}}(\tau)$ симметрична относительно вертикальной оси, проходящей через её середину.

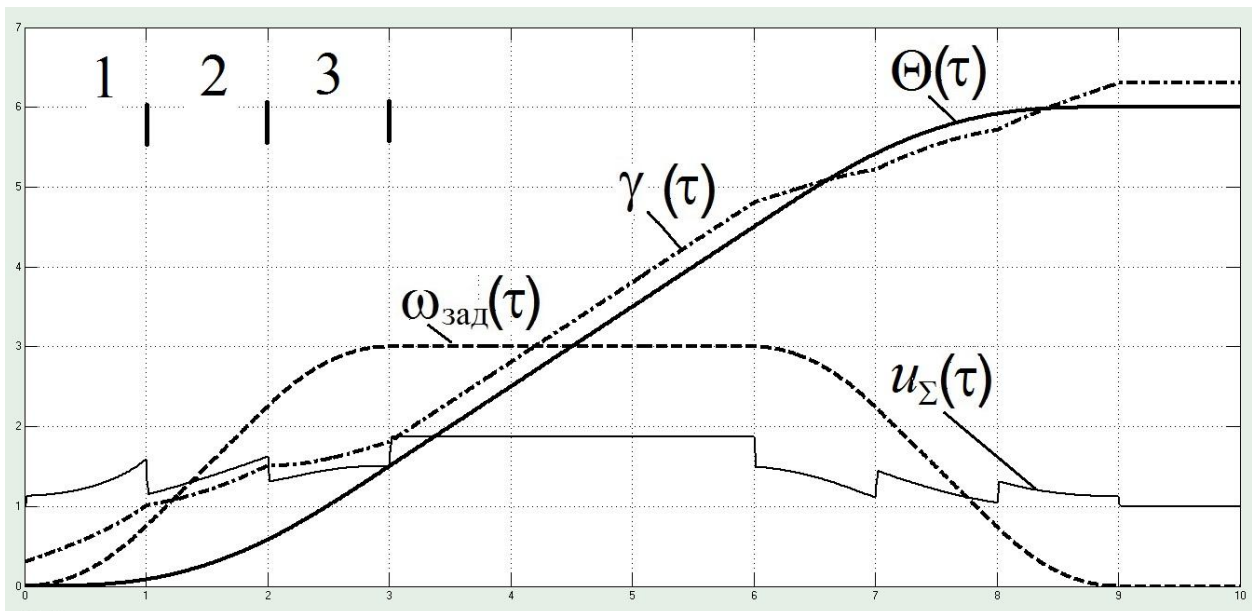


Рисунок.5. Заданная кривая тахограммы движения $\omega_{\text{зад}}(\tau)$ с плавным изменением ускорения $\frac{d\omega_{\text{зад}}(\tau)}{d\tau}$ и соответствующие ей скорректированный закон управления $\gamma(\tau)$, изменение положения ротора $\Theta(\tau)$ и амплитуды результирующего вектора напряжения $u_{\Sigma}(\tau)$.

Найденный в результате моделирования характер изменения управляющего воздействия $\gamma(\tau)$, необходимый для отработки рассматриваемой траектории движения, показан на рисунке 5 штрихпунктирной линией. Видно, что при отсутствии скачкообразного изменения программируемого ускорения $\frac{d\omega_{\text{зад}}(\tau)}{d\tau}$, скачкообразные сдвиги фазы в кривой $\gamma(\tau)$ также отсутствуют, однако по-прежнему, каждому характерному участку в кривой $\omega_{\text{зад}}(\tau)$ соответствует строго соответствующий ему закон непрерывного изменения управляющего воздействия $\gamma(\tau)$. При этом рассчитанная на модели кривая изменения напряжения $u_{\Sigma}(\tau)$ не содержит разрывов, что свидетельствует о технической реализуемости рассматриваемой траектории движения привода $\omega_{\text{зад}}(\tau)$. Необходимое условие для этого – наличие необходимого запаса по напряжению силового источника питания, при котором обеспечивается требуемый закон изменения напряжения $u_{\Sigma}(\tau)$ на всех участках траектории $\omega_{\text{зад}}(\tau)$.

Выводы

1. Показано, что при традиционном программном управлении разомкнутым шаговым электроприводом с электрическим дроблением шага из-за невозможности гибко воздействовать на динамический момент привода могут появляться значительные ошибки, ограничивающие точность отработки заданной траектории, динамические показатели привода и провоцирующие при определенных условиях колебательные процессы и даже выпадение двигателя из синхронизма;

2 Теоретически обосновано, что для гибкого управления динамическим моментом привода и повышения за счет этого точности воспроизведения заданной траектории движения закон изменения углового положения результирующего вектора тока статора двигателя целесообразно определять на математической модели привода, причем в качестве входного воздействия нужно выбирать программируемую или желаемую траекторию движения, а соответствующий этой траектории закон управления находить в результате моделирования;

3. Разработана имитационная модель ШЭП в среде MATLAB – SIMULINK в d,q координатах при питании двигателя от управляемого источника тока, с использованием которой на двух типовых примерах проверена эффективность предложенного способа определения закона управления, адекватного параметрам привода и заданной программируемой траектории движения;

4. Установлено, что отработка без ошибки заданной траектории движения в виде тахограммы $\omega_{\text{зад}}(\tau)$ при наличии в ней изломов технически не реализуема, поскольку требует бесконечно больших форсировок напряжения силового источника питания для обеспечения мгновенных положительных или отрицательных сдвигов фазы токов, формируемых в обмотках двигателя.

Список литературы

1. Acarnley P. Stepping motors. A guide to theory and practice. 4th ed. London: Institution of Engineering and Technology, 2007. 159 p.
2. Чиликин М.Г., Ивоботенко И.А., Рубцов В.П., Садовский Л.А., Цаценкин В.К. Дискретный электропривод с шаговыми двигателями / под общ. ред. М.Г. Чиликина. М.: Энергия, 1971. 624 с.
3. Ивоботенко Б.А., Козаченко В.Ф. Шаговый электропривод в робототехнике. М.: МЭИ, 1984. 101 с.
4. Stephen J. Chapman Electric Machinery Fundamentals. McGraw-Hill Companies, 2003. 746 p.
5. Ситников А.В. Синтез системы управления шаговым двигателем // Инженерный вестник. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2014. № 10. Режим доступа: <http://engbul.bmstu.ru/doc/738896.html> (дата обращения 01.02.2015).
6. Firoozian R. Servo Motors and Industrial Control Theory. Springer US, 2009. 229 p. DOI: [10.1007/978-0-387-85460-1](https://doi.org/10.1007/978-0-387-85460-1)
7. Ситников А.В., Ажгиревич И.Л., Пушин А.В. Стенд для управления шаговым двигателем // Инженерный вестник. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2014. № 5. Режим доступа: <http://engbul.bmstu.ru/doc/709836.html> (дата обращения 01.02.2015).
8. Harprit Singh Sandhu. Running Small Motors With PIC Microcontrollers. The McGraw-Hill Companies, 2009. 334 p.
9. Красовский А.Б. Разработка высокочастотного модульного электропривода гибких автоматизированных производств с управляемыми инверторами тока: автореф. дис. ... канд. техн. наук. М., МЭИ, 1985. 20 с.
10. Красовский А.Б. Применение имитационного моделирования для исследования вентильно-индукторного электропривода // Электричество. 2003. № 3. С. 35-45.

A Control Law Definition of the Open Loop Stepping Electric Drive

A.B. Krasovskii^{1,*}

[*krasovsky@bmstu.ru](mailto:krasovsky@bmstu.ru)

¹Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

Keywords: stepping motor, dynamic error, controlled inverter of a current, the set trajectory of movement, accuracy increase, simulation

The paper considers an open loop stepping electric drive (SEP) with electric crushing of a step and motor fed from the controlled current inverter which should meet the requirement that is to trace a free-form guided trajectory with a split-hair accuracy. It is shown that with traditional programmed control, when the SEP forms motor phase currents of identical amplitude and variable frequency proportional to the set speed of movement, there may be considerable errors reducing a trace accuracy of the set movement trajectory, dynamic indicators provoking oscillatory processes, and even loss of motor synchronism because influence on a dynamic moment of the motor is impossible.

The paper offers and proves a new way to define a control algorithm adequate to drive parameters and programmed trajectory of movement, providing error minimization and thereby increasing trace accuracy of set parameters of movement and expanding dynamic capabilities of a drive. The essence of the offered way is to use a modified mathematical model of a drive in d, q coordinates with a motor fed by the current source. In this model a programmed trajectory of movement is chosen as an input action while solving the appropriate equations defines the necessary law of control. The paper describes a developed simulation model of the stepping electric drive in the environment of MATLAB – SIMULINK, which has been used to verify and prove an efficiency of the offered method to define a control law via typical examples.

It is established that no error trace of set movement trajectory in case it has breaks (jogs) is technically unfeasible, as it demands an infinitely high forcing voltage of the power supply to maintain the instant positive or negative phase shifts of currents formed in the motor windings.

The obtained results can be used in designing programmable precision SEPs in robots, numerically controlled machine tools, and assembly equipment.

References

1. Acarnley P. *Stepping motors. A guide to theory and practice*. 4th ed. Published by the Institution of Engineering and Technology, London, 2007. 159 p.

2. Chilikin M.G., Ivobotenko I.A., Rubtsov V.P., Sadovskii L.A., Tsatsenkin V.K. *Diskretnyi elektroprivod s shagovymi dvigatelyami* [Discrete electric drive with stepper motors]. Moscow, Energiya Publ., 1971. 624 p. (in Russian).
3. Ivobotenko B.A., Kozachenko V.F. *Shagovyi elektroprivod v robototekhnike* [Stepper drive in robotics]. Moscow, MPEI Publ., 1984. 101 p. (in Russian).
4. Stephen J. Chapman *Electric Machinery Fundamentals*. McGraw-Hill Companies, 2003. 746 p.
5. Sitnikov A.V. Synthesis of stepper motor control system. *Inzhenernyi vestnik MGTU im. N.E. Baumana = Engineering Herald of the Bauman MSTU*, 2014, no. 10. Available at: <http://engbul.bmstu.ru/doc/738896.html> , accessed 01.02.2015. (in Russian).
6. Firoozian R. *Servo Motors and Industrial Control Theory*. Springer US, 2009. 229 p. DOI: [10.1007/978-0-387-85460-1](https://doi.org/10.1007/978-0-387-85460-1)
7. Sitnikov A.V., Azhgirevich I.L., Pushchin A.V. Stand for stepper motor control. *Inzhenernyi vestnik MGTU im. N.E. Baumana = Engineering Herald of the Bauman MSTU*, 2014, no. 5. Available at: <http://engbul.bmstu.ru/doc/709836.html> , accessed 01.02.2015. (in Russian).
8. Harprit Singh Sandhu. *Running Small Motors with PIC Microcontrollers*. McGraw-Hill Companies, 2009. 334 p.
9. Krasovskii A.B. *Razrabotka vysokochastotnogo modul'nogo elektroprivoda gibkikh avtomatizirovannykh proizvodstv s upravlyaemymi invertorami toka. Avtoref. kand. diss.* [Development of high-frequency modular electric drive of flexible automated production with controllable inverters of electric current. Abstract of cand. diss.]. Moscow, MPEI, 1985. 20 p. (in Russian).
10. Krasovskii A.B. The use of simulation to investigate a switched-reluctance electric drive. *Elektrichestvo = Electricity*, 2003, no. 3, pp. 35-45. (in Russian).