

УДК 536.244

**Повышение точности расчета теплового состояния
непроницаемой пластины
при её обтекании сверхзвуковым потоком**

*Гусев А.А., студент
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
кафедра «Ракетные двигатели»*

*Научный руководитель: Воронцов А.В., д.т.н, профессор
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана
кафедра «Ракетные двигатели»
daj@bmstu.ru*

Введение

В настоящее время наблюдается тенденция к увеличению скоростей полета летательных аппаратов (ЛА). При высоких скоростях полета имеет место существенный рост температуры торможения T_0 набегающего потока воздуха, что приводит к увеличению тепловых потоков, направленных к поверхности летательного аппарата. Отметим, что аэродинамическая схема перспективных ЛА характеризуется достаточно большим количеством плоских поверхностей, подвергающихся интенсивному нагреву.

Используемые в настоящее время инженерные методики расчета в ряде случаев (в особенности при наличии значительных углов атаки) не позволяют провести детальный анализ распределения тепловых потоков на поверхностях ЛА. Учитывая высокие затраты при экспериментальном исследовании теплового состояния ЛА, а также быстрое развитие персональной вычислительной техники, все более актуальным становится использование численного моделирования процессов теплообмена, в особенности применительно к внешним поверхностям сверхзвуковых и гиперзвуковых летательных аппаратов.

Точность численного моделирования в значительной степени зависит от методики и параметров разбиения расчетной области на конечные элементы. Наиболее сильное влияние на результаты расчетов оказывает безразмерная толщина пристеночной ячейки y^+ [1], [2]. Повышение точности расчета требует минимизации y^+ , что может быть обеспечено за счет уменьшения толщины пристеночной ячейки и, соответственно, увеличения общего количества ячеек, разрешающих пограничный слой. Это приводит к росту, как времени расчета, так и требуемых ресурсов вычислительной техники.

Существующие рекомендации по выбору параметра y^+ [1], [2], имеют приближенный характер и в большинстве конкретных случаев требуют уточнения.

Целью данной работы является анализ возможности повышения точности расчетов за счет оптимизации величины безразмерной толщины пристеночной ячейки при построении конечно-объемной модели для численного моделирования конвективного теплообмена для случая сверхзвукового обтекания поверхности ЛА. В качестве примера рассмотрено сверхзвуковое плоскопараллельное обтекание непроницаемой пластины, для которой проведено сравнение данных, полученных с помощью численного моделирования, с имеющимися эмпирическими и полуэмпирическими данными [3], [4]. Следует отметить, что представленные в работах [3] и [4] методики, являются прямым результатом статистической обработки экспериментальных данных, и, соответственно, значения удельных тепловых потоков, полученные с их помощью, могут быть приняты в качестве верификационных.

Критерий оценки точности результатов моделирования

В качестве критерия для оценки точности результатов моделирования принято относительное рассогласование значений удельного теплового потока

$$\delta = \frac{q_{\text{чм}} - q_{\text{э}}}{q_{\text{э}}},$$

где $q_{\text{э}}$ – значение удельного теплового потока, полученного с помощью полуэмпирических зависимостей,

$q_{\text{чм}}$ – значение удельного теплового потока, полученного с помощью численного моделирования.

Для определения $q_{\text{э}}$ использовалась полуэмпирическая зависимость [4] следующего вида:

$$q_3 = 0,0296 \cdot \left[\frac{T_w}{T_1 \cdot (1 + r \cdot \frac{k-1}{2} \cdot M^2)} \right]^{0,4} \cdot (1 + r \cdot \frac{k-1}{2} \cdot M^2)^{0,11} \cdot \frac{\rho_w^{0,8} \cdot u_1^{0,8} \cdot \mu_w^{0,8}}{x^{0,2}} \cdot \frac{C_p \cdot [T_1 \cdot (1 + r \cdot \frac{k-1}{2} \cdot M^2) - T_w]}{Pr^{0,57}},$$

где T_1 – статическая температура воздуха, T_w – температура пластины [K], ρ_w – плотность газа при температуре пластины [кг/м³], M – число Маха набегающего потока, u_1 – скорость набегающего потока [м/с], μ_w – динамическая вязкость газа при температуре пластины [Па·с], x – текущая координата по длине пластины [м], Pr – число Прандтля, принятое равным 0,67, r – коэффициент восстановления полного давления, принятый равным 0,91, k – показатель адиабаты газа

Режимы обтекания пластины

В работе исследованы два режима обтекания непроницаемой пластины, соответствующие характерным условиям полета перспективных ЛА. Параметры обтекания приведены в таблице 1. В таблице используются следующие обозначения: T_1 – статическая температура воздуха, T_w – температура пластины, p – статическое давление окружающей среды, M – число Маха набегающего потока

Таблица 1

Характеристики режимов обтекания пластины

№	T_1 , К	T_w , К	p , Па	M
1	236	344	35651	2,6
2	216	344	5529	4,2

Физико-математическая модель

Для моделирования процессов теплообмена использовались уравнения неразрывности, сохранения импульса и энергии. Для замыкания в систему уравнений включены уравнение состояния термически совершенного газа, а также уравнения, описывающие коэффициенты переноса в соответствии с использованными моделями турбулентности [2]. В данной работе проанализированы следующие модели турбулентности: k-ε, k-ω, SST (Shear Stress Transport).

Задача решается в стационарной двумерной постановке. Для численного моделирования использовалась расчетная схема, изображенная на рис. 1. Рассмотрена пластина длиной 500 мм. Теплофизические свойства среды соответствуют воздуху и зависят от температуры [5]. Исключением являются теплоемкость C_p и показатель адиабаты k , которые в интервале исследуемых температур принимаются постоянными равными $C_p=1050$ Дж/(кг·К) и $k=1,4$, что объясняется их слабым изменением.



Рис. 1. Расчетная схема

При решении задачи использовались следующие граничные условия. На входе в расчетную область задаются число Маха M , статическая температура T_1 и статическое давление p_1 . На выходе из расчетной области задается условие сверхзвукового истечения. Стенка пластины принимается гладкой, с постоянной по длине температурой T_w . С целью исключения влияния краевых эффектов на исследуемые параметры, а также неравномерности распределения параметра y^+ в зоне передней кромки пластины рассматривается область течения, соответствующая $x=100...400$ мм, где x – координата по длине пластины относительно входной области. При изменении x от 100 до 400 мм параметр y^+ также изменяется и заменяется осредненным значением $y^+_{ср}$. Правомерность данного допущения обусловлена тем, что минимальное и максимальные значения y^+ в рассматриваемой области отличаются от $y^+_{ср}$ не более, чем на 5%. Структура расположения конечных элементов в расчетной области изображена на рис. 2.

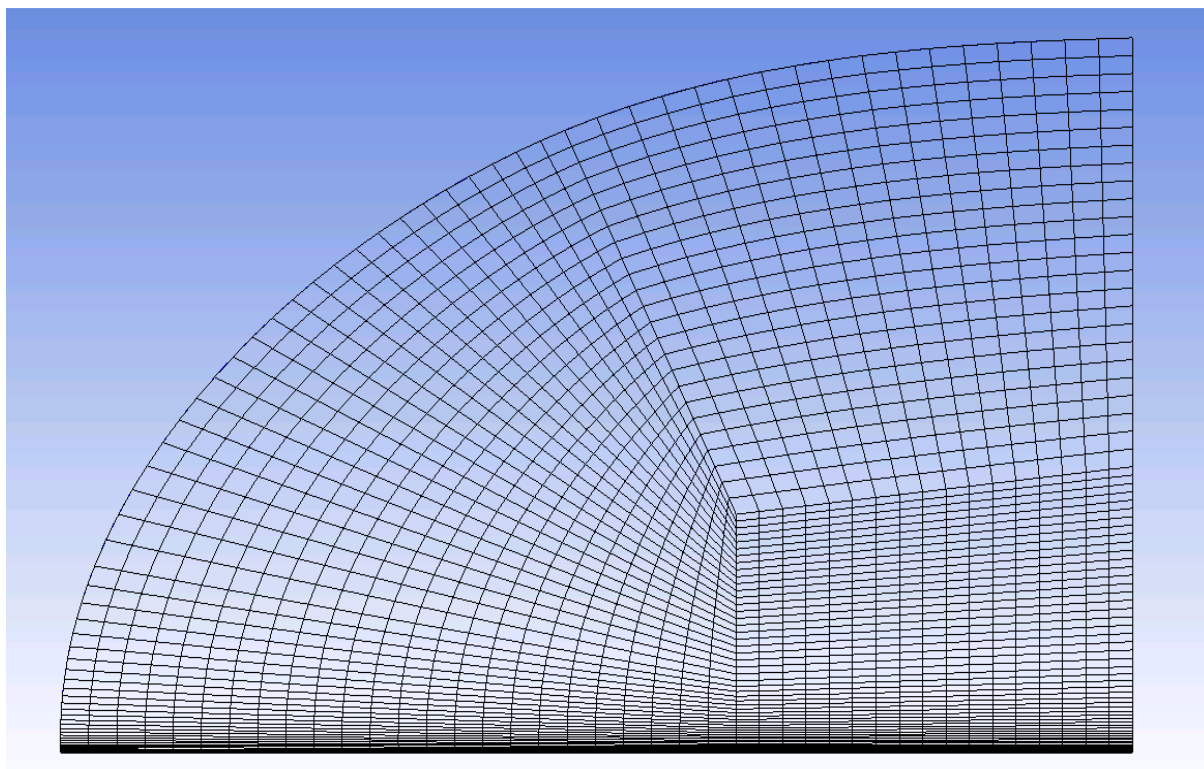


Рис. 2. Структура расположения конечных элементов в расчетной области

Результаты

На рис. 3 и 4 приведены зависимости относительного рассогласования δ от параметра $y_{\text{ср}}^+$ для различных моделей турбулентности и режимов обтекания. Графики представлены для различных значений числа Рейнольдса:

$$\text{Re} = \frac{v \cdot x \cdot \rho}{\mu},$$

где v – скорость, ρ – плотность, μ – вязкость, рассчитанные для набегающего потока, x – текущая координата по длине пластины.

Рассмотрим вначале результаты, соответствующие модели турбулентности к-ε. Анализ расчетных данных показывает, что в этом случае рассогласование составляет $\delta = 0,10 \dots 0,2$ и его значение практически не зависит от $y_{\text{ср}}^+$. Отмечено также незначительное увеличение δ при росте Re. Достаточно высокие значения δ говорят о большой вероятности получения значительных ошибок в результатах численного моделирования при использовании модели турбулентности к-ε. Следует подчеркнуть, что расчетные значения δ удовлетворительно согласуются с данными, приведенными в [1], [2].

Рассмотрим далее результаты расчетов, выполненных при использовании моделей турбулентности SST и к-ω.

При $y_{cp}^+ < 5$ получено минимальное значение относительного рассогласования δ . Соответствующий данному случаю профиль температурного пограничного слоя приведен на рис. 5, где y – координата по толщине пограничного слоя, отсчитываемая от поверхности пластины. Полученный профиль удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными работы [4].

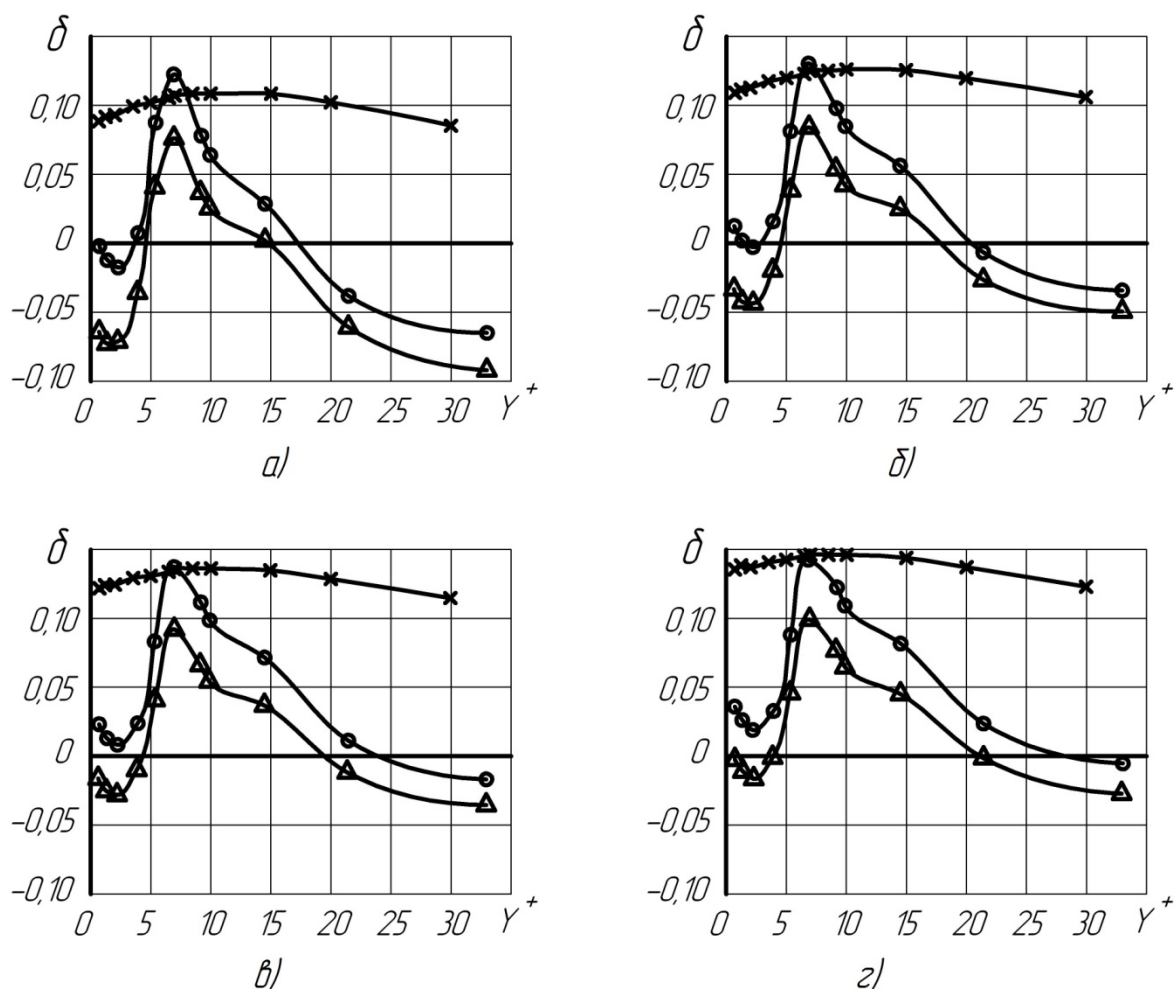


Рис. 3. Зависимость δ от y_{cp}^+ для режима обтекания №2: а) $Re = 7,8 \cdot 10^6$ ($x=100$ мм); б) $Re = 15,6 \cdot 10^6$ ($x=200$ мм); в) $Re = 23,4 \cdot 10^6$ ($x=300$ мм); г) $Re = 31,2 \cdot 10^6$ ($x=400$ мм); $\circ$ – $k-\omega$; Δ – SST; $\times$ – $k-\epsilon$

В диапазоне $y_{cp}^+ = 5 \dots 9$ наблюдается максимум величины δ , что обусловлено особенностями использования программным комплексом пристеночной функции. Реализуемый в данном случае переходный режим приводит к увеличению размера пристеночной ячейки и уменьшению количества ячеек, разрешающих пограничный слой, что также влияет на профиль температурного пограничного слоя (рис. 5).

При $y^+_{cp} > 9$ значение модуля относительного рассогласования уменьшается. Однако в этом случае пограничный слой разрешается количеством ячеек, недостаточным для получения результатов по распределению температуры, согласующихся с экспериментальными данными [4] (рис. 5). Это может существенно повлиять на результаты моделирования процесса теплообмена при больших скоростях и в областях со сложной геометрией.

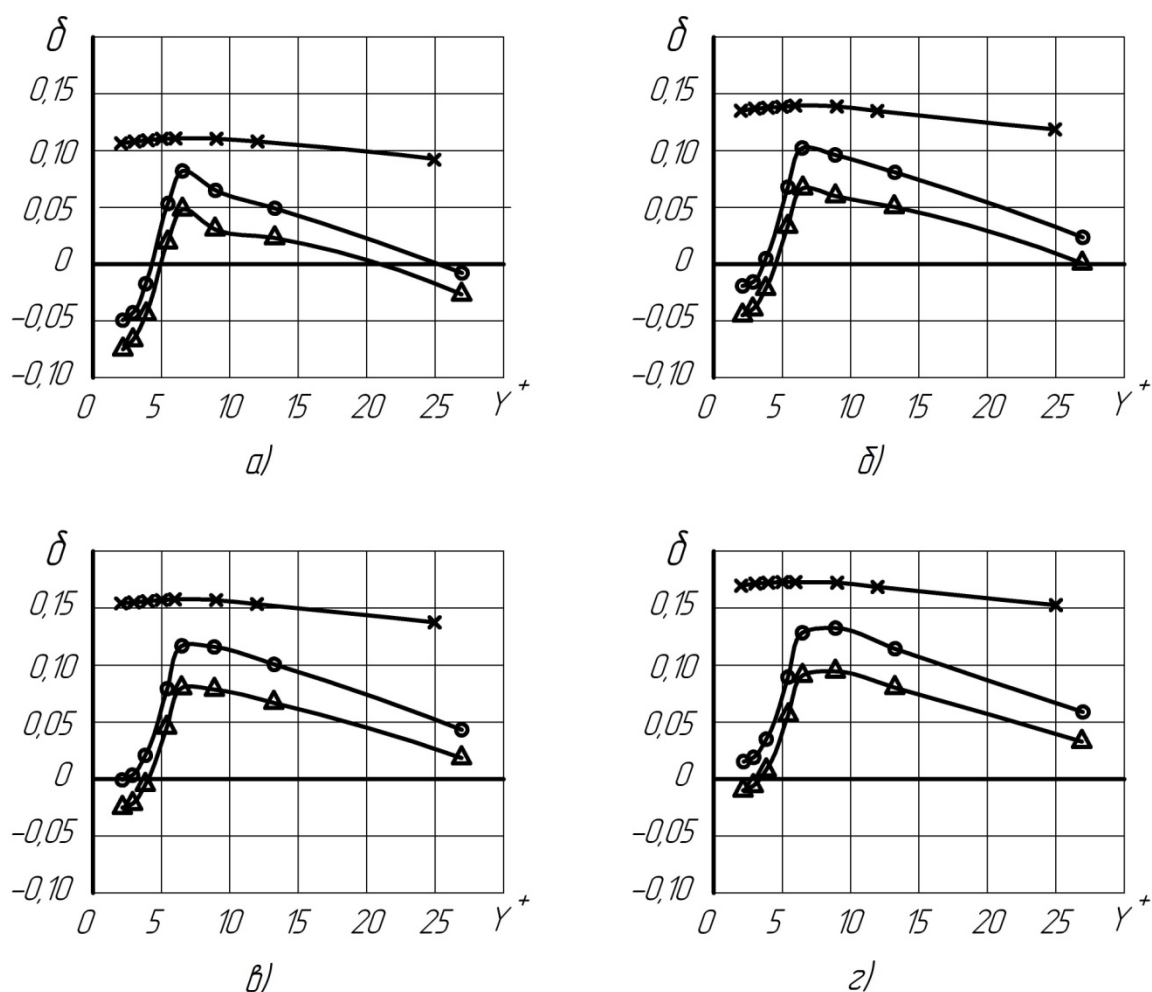


Рис. 4. Зависимость δ от y^+_{cp} для режима обтекания №1: а) $Re = 2,77 \cdot 10^6$ ($x = 100$ мм); б) $Re = 5,54 \cdot 10^6$ ($x = 200$ мм); в) $Re = 8,31 \cdot 10^6$ ($x = 300$ мм); г) $Re = 11,08 \cdot 10^6$ ($x = 400$ мм); $\circ$ - $k-\omega$, Δ - SST, $\times$ - $k-\epsilon$

На рис. 6 и 7 приведены зависимости распределения δ по длине пластины для различных значений y^+_{cp} (модели турбулентности $k-\omega$ и SST). Одним из основных показателей точности решения является максимальное значение модуля относительного рассогласования δ_{max} , (зависящее от y^+_{cp}), которое затем используется с целью исключения влияния координаты x (числа Re) из рассмотрения.

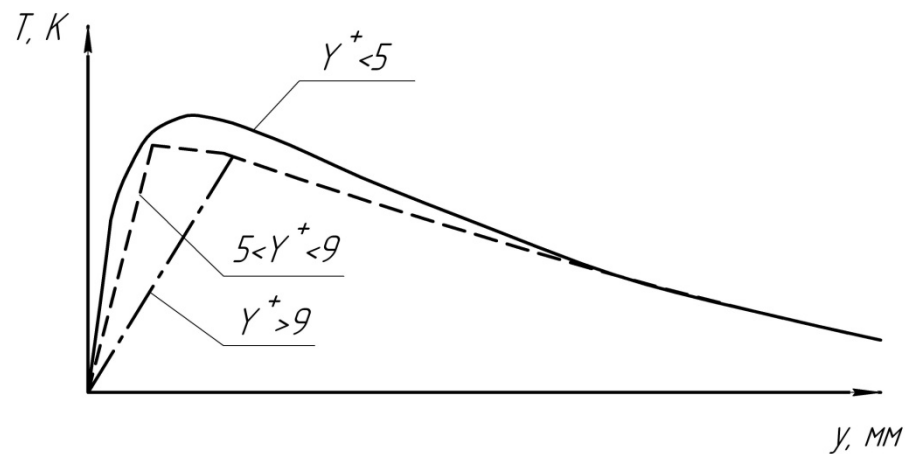


Рис. 5. Профили температурного пограничного слоя при различных значениях γ^+

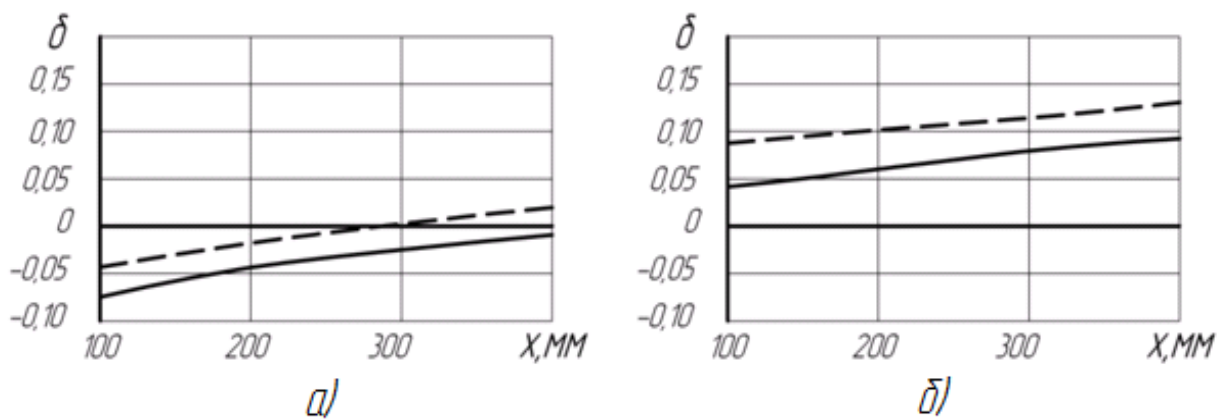


Рис. 6. Зависимость δ по длине канала для режима обтекания №1:

а) $\gamma_{cp}^+ = 2,1538$; б) $\gamma_{cp}^+ = 6,0548$;
 ---- - k- ω ; — SST

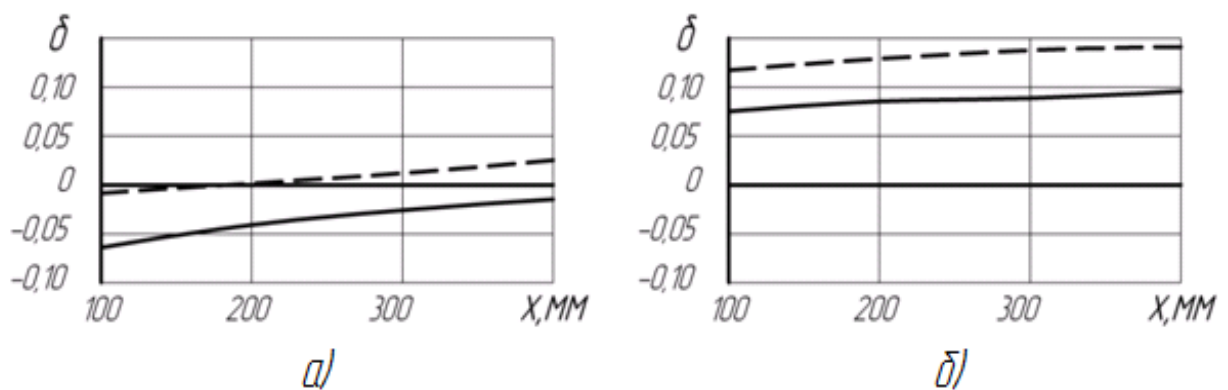


Рис. 7. Зависимость δ по длине канала для режима обтекания №2:

а) $\gamma_{cp}^+ = 1,3417$; б) $\gamma_{cp}^+ = 6,8613$;
 ---- - k- ω , — SST

На рис. 8 изображены зависимости $\delta_{\max}$ от параметра y_{cp}^+ для исследуемых моделей турбулентности при рассмотренных режимах обтекания пластины. Следует отметить, что наименьшее рассогласование ($\delta_{\max}=0,05$) наблюдается при использовании модели k- ω . При этом характер зависимости является схожим для рассмотренных режимов при $y_{\text{cp}}^+ < 9$ как качественно, так и количественно. Полученные результаты можно представить в виде обобщенных зависимостей, показанных на рис. 9

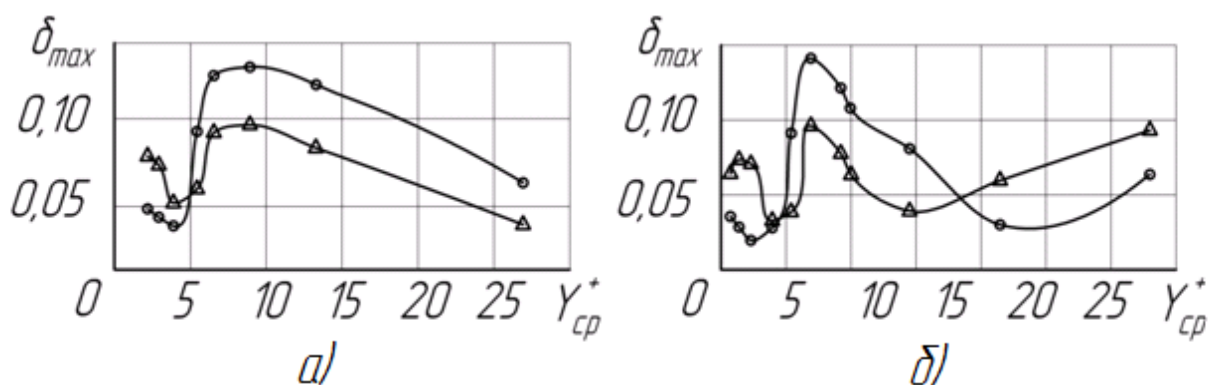


Рис. 8. Зависимость $\delta_{\max}$ от y_{cp}^+ : а) режим обтекания №1; б) режим обтекания №2; $\circ$ – k- ω , Δ – SST

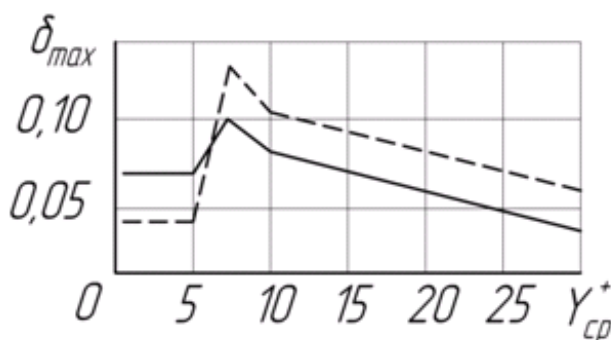


Рис. 9. Условное представление зависимости $\delta_{\max}$ от y_{cp}^+ : --- – k- ω , — – SST.

Выводы

Проведенный анализ полученных результатов и их сравнение с эмпирическими зависимостями показывают, что при моделировании конвективного теплообмена в задачах внешнего сверхзвукового обтекания ЛА следует учитывать следующие рекомендации.

1. При использовании моделей турбулентности $k-\omega$ и SST удовлетворительную точность расчетов удается получить при $y^+ < 5$, а модель $k-\epsilon$ для рассмотренных случаев дает наибольшие рассогласования.
2. Использование модели турбулентности $k-\omega$, позволяет получить рассогласование значений удельных тепловых потоков с полуэмпирической зависимостью в пределах 5%.
3. Модель турбулентности SST обеспечивает максимальное рассогласование значений удельных тепловых потоков с полуэмпирической зависимостью до 8%. Однако в области $y^+ = 5 \dots 9$ модель SST дает чуть лучшие результаты по сравнению с моделью $k-\omega$, что указывает на возможность применения модели SST при расчетах на более грубых расчетных сетках.

Список литературы

1. Андерсон Д. Вычислительная гидромеханика и теплообмен. В 2-х т. Т. 1. М.: Мир, 1990. 382 с.
2. User's manual on website Software products and services from ANSYS and Fluent. Available at: <http://www.fluent.com>, accessed 16.02.2015.
3. Кутателадзе С.С., Леонтьев А.И. Тепломассообмен и трение в турбулентном пограничном слое. 2-е изд. М.: Энергия, 1985. 320 с.
4. Авдеевский В.С., Галицейский Б.М., Глебов Г.А. Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике. М.: Машиностроение, 1992. 624 с.
5. Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука, 1972. 720 с.
6. Воронцовский А.В., Арефьев К.Ю., Гусев А.А. Особенности численного моделирования конвективного теплообмена при сверхзвуковом обтекании непроницаемой пластины // Актуальные проблемы российской космонавтики: материалы XXXIX академических чтений по космонавтике. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2015. С. 45-46.