электронный журнал
МОЛОДЕЖНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК
Издатель ФГБОУ ВПО "МГТУ им. Н.Э. Баумана". Эл No. ФС77-51038.

УДК 531.552

Программное обеспечение для трёхмерного моделирования экспериментов на баллистической трассе

***Емельянова Н.С.**, студент*
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
кафедра «Динамика и управление полётом ракет и космических аппаратов»

Научный руководитель: Илюхин С.Н., ассистент
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана
кафедра «Динамика и управление полётом ракет и космических аппаратов»
kafsm3@sm.bmstu.ru

Современная баллистика, как наука, в настоящее время в большей степени оперирует математическими моделями движения летательных аппаратов (ЛА) и полученными причисленном интегрированииэтих моделей – траекториями. Постепенно уходят в историю таблицы стрельбы и теория поправок, которые по большому счёту остаются на данный момент рабочим инструментом исключительно в артиллерийских военных частях. Использование быстроразвивающейся компьютерной техники значительно расширяет возможности баллистических исследований, а повышение технической оснащённости баллистических установок приводит к увеличению точности экспериментов. В связи с этим актуальной проблемой является оперативная обработка большого объёма полученных экспериментальных данных, в частности разработка программных комплексов, позволяющих это сделать.

В 2014 году автором на кафедре СМ-3 МГТУ им. Н.Э. Баумана был разработан тривиальный программный пакет «Математическая обработка баллистических испытаний 2D» (МОБИ 2D), реализующий 2 функции:

– моделирование пассивного неуправляемого полёта статически устойчивого тела (как материальной точки) в вертикальной плоскости в плоскопараллельном гравитационном поле;

– статистическая обработка выборки попаданий в мишень.

Проведённые эксперименты на большой баллистической трассе кафедры СМ-3 выявили, что результаты математического моделирования с достаточной точностью

отражают опытные данные при стрельбе из гладкоствольного оружия (погрешность порядка 5%) [1].

Однако МОБИ 2D, являясь тривиальным программным обеспечением для первичной обработки результатов экспериментов с неуправляемыми пассивно летящими объектами и имея высокую оперативность, обладает достаточно ограниченным функционалом. Так, при использовании нарезных стрелковых систем двумерная модель движения, заложенная в комплексе, будет давать крупную методическую погрешность, и учитывать не все параметры. Кроме того, дополнительная погрешность возникнет, если в эксперименте рассматривается статически неустойчивый ЛА. Поэтому целью дальнейшей работы явилась разработка программного обеспечения, реализующего более полнуютрёхмерную математическую модель движения ЛА.

Таким комплексом стал «Математическая обработка баллистических испытаний 3D» (МОБИ 3D), разработанный в визуальной среде C++ Builder на языке C++. На рис. 1 изображено основное окно программы, отсюда начинается работа с пакетом.

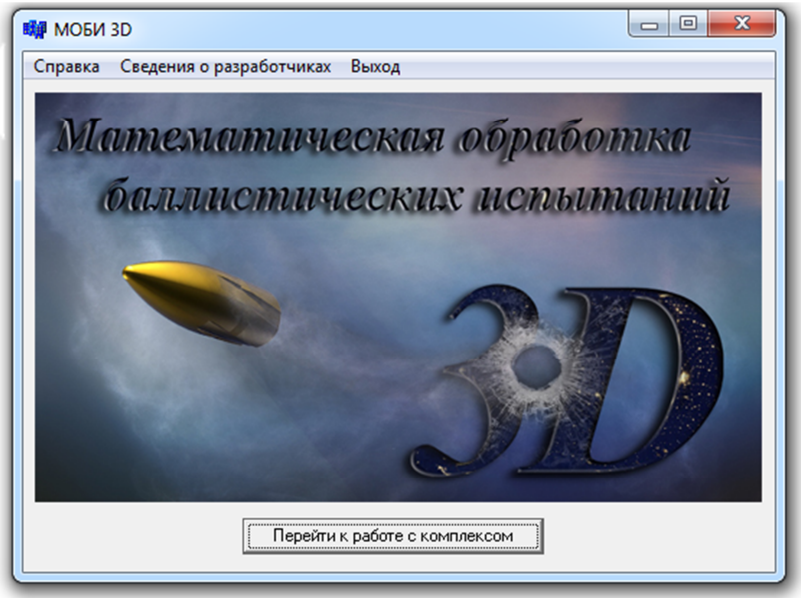


Рис. 1. Основное диалоговое окно программного комплекса МОБИ 3D

Функции данного программного обеспечения:

– моделирование пространственного пассивного неуправляемого полёта ЛА (как абсолютно твёрдого тела) в плоскопараллельном гравитационном поле;

– исследование траектории полёта ЛА под действием случайных и систематических возмущений (ветра и его порывов, отклонений начальных условий (НУ), погрешностей в характеристиках самого ЛА);

– анализ оружейной системы.

Для выполнения первой из обозначенных функций служит модуль «Расчёт траектории ЛА», представленный на рис. 2. Здесь происходит моделирование полёта ЛА, движение разделяется на поступательное и вращательное, что существенно упрощает математическую модель движения, но и позволяет получить приемлемую точность расчётов, результаты которых хорошо согласуются с результатами опытных стрельб.

Численное интегрирование формализованной математической модели движения ЛА производится в двух системах координат (в соответствии с [4]): нормальной земной СК $O_gX_gY_gZ_g$ (первые 6 уравнений) и связанной СК OXYZ (остальные). Начало отсчёта нормальной земной системы координат расположено в нижнем левом углу рассматриваемой баллистической трассы.

Запишем систему дифференциальных уравнений, описывающую движение центра масс и вокруг центра масс ЛА в пассивном неуправляемом полёте. Уравнения поступательного движения ЛА:

$$m\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} V_{xg} \\ V_{yg} \\ V_{zg} \end{bmatrix} = A_{св_н.з.}\cdot\begin{bmatrix} -X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -mg \\ 0 \end{bmatrix},$$

где X, Y, Z – проекции аэродинамических сил на оси связанной СК.

Координаты ЛА в нормальной земной СК:

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} x_g \\ y_g \\ z_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{xg} \\ V_{yg} \\ V_{zg} \end{bmatrix}.$$

Принимается, что оси связанной СК совпадают с главными осями инерции ЛА, поэтому центробежные моменты инерции: $J_{xy} = J_{yz} = J_{xz} = 0$. Тогда уравнения вращательного движения ЛА:

$$\frac{d\omega_x}{dt} = \frac{1}{J_x}\left[M_{x\Sigma} - \left(J_z - J_y\right)\cdot\omega_z\omega_y\right];$$

$$\frac{d\omega_y}{dt} = \frac{1}{J_y}\left[M_{y\Sigma} - \left(J_x - J_z\right)\cdot\omega_x\omega_z\right];$$

$$\frac{d\omega_z}{dt} = \frac{1}{J_z}\left[M_{z\Sigma} - \left(J_y - J_x\right)\cdot\omega_y\omega_x\right],$$

где $M_{x\Sigma}$, $M_{y\Sigma}$, $M_{z\Sigma}$ – проекции аэродинамических моментов на оси связанной СК; $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ – проекции угловой скорости.

Дифференциальные уравнения для параметров Родриго-Гамильтона:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{1}{2}\left(\omega_x\lambda + \omega_y\mu + \omega_z\upsilon\right);$$
$$\frac{d\lambda}{dt} = \frac{1}{2}\left(\omega_x\rho - \omega_y\upsilon + \omega_z\mu\right);$$
$$\frac{d\mu}{dt} = \frac{1}{2}\left(\omega_x\upsilon + \omega_y\rho - \omega_z\lambda\right);$$
$$\frac{d\upsilon}{dt} = \frac{1}{2}\left(-\omega_x\mu + \omega_y\lambda + \omega_z\rho\right).$$

Переход между указанными системами координат осуществляется с помощью матрицы перехода в параметрах Родриго-Гамильтона. Преимущество параметров Родриго-Гамильтона перед другими способами задания ориентации твёрдого тела состоит в том, что кинематические уравнения, записанные в этих параметрах, не имеют особых точек (то есть не вырождаются ни при каких положениях тела) и не содержат тригонометрических функций.

Матрица перехода из нормальной земной в связанную СК в параметрах Родриго-Гамильтона:

$$A_{н.з._св} = \begin{bmatrix} \rho^2+\lambda^2-\mu^2-\upsilon^2 & 2(\rho\upsilon+\lambda\mu) & 2(-\rho\mu+\lambda\upsilon) \\ 2(-\rho\upsilon+\lambda\mu) & \rho^2+\mu^2-\lambda^2-\upsilon^2 & 2(\rho\lambda+\mu\upsilon) \\ 2(\rho\mu+\upsilon\lambda) & 2(-\rho\lambda+\upsilon\mu) & \rho^2+\upsilon^2-\lambda^2-\mu^2 \end{bmatrix}.$$

Для осуществления перехода из связанной в нормальную земную СК используется транспонированная матрица $A_{н.з._св}$, то есть: $A_{св_н.з.} = A^T_{н.з._св}$.

Работа с модулем начинается с ввода данных, необходимых для проведения расчёта, к ним относятся исходные данные, параметры ЛА, параметры трассы, параметры среды и параметры интегрирования. Для удобства пользования комплексом было также предусмотрено сохранение введённых в диалоговом окне данных во внутренний формат бинарного файла. При последующих запусках программы пользователь за считанные секунды может восстановить один из вариантов введённых ранее начальных условий.

Рассмотрим более подробно каждую вкладку модуля. В окне «Исходные данные» задаются координаты старта ЛА, начальные угловые координаты и скорости вращения ЛА, а также значение его начальной скорости.

Во вкладке «Параметры ЛА» вводятся его масса, длина, диаметр миделевого сечения и центральные моменты инерции. Здесь также необходимо определить «Аэродинамику ЛА», выбрав нужный текстовый файл с данными, который предварительно должен быть заполнен.

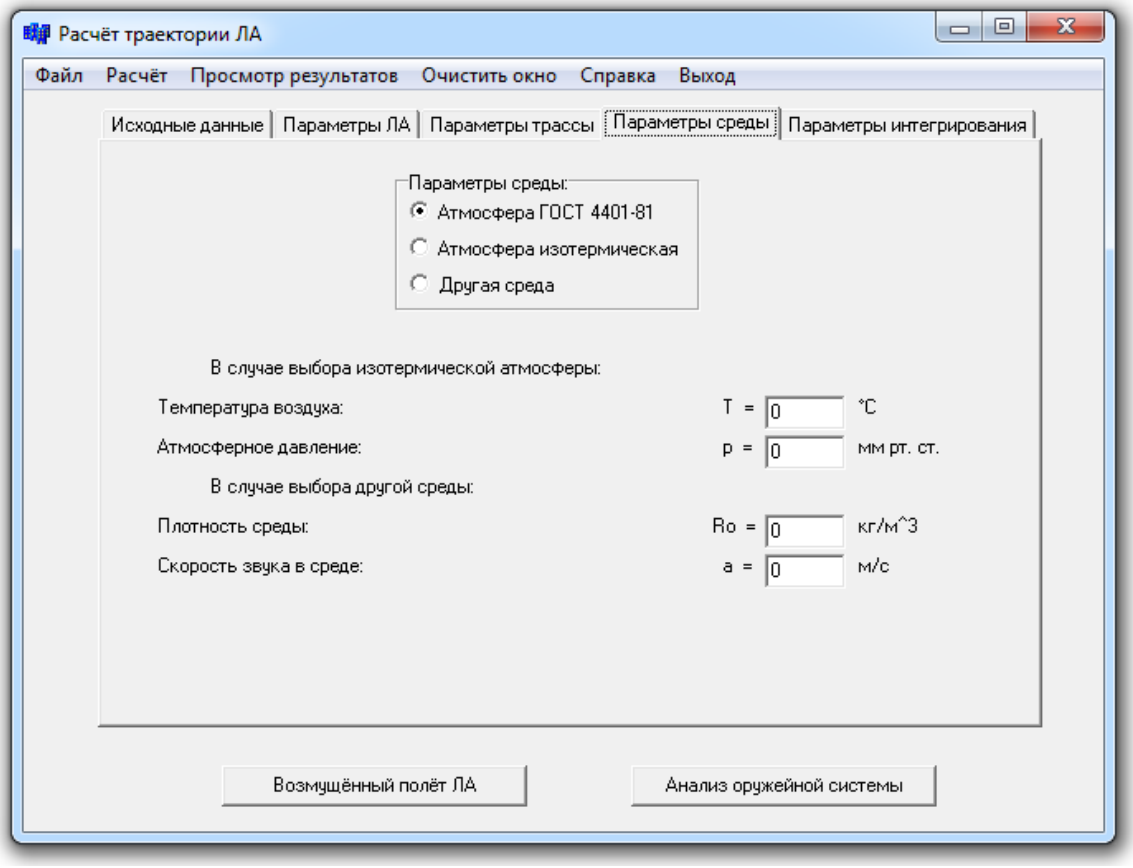


Рис. 2. Диалоговое окно программного модуля «Расчёт траектории ЛА»

«Параметры трассы» требуют задания её длины, высоты над уровнем моря, а также в случае закрытой баллистической трассы – её диаметра.

При задании параметров среды в соответствующей вкладке можно выбрать стандартную модель атмосферы [3], ввести текущие параметры атмосферы (температуру воздуха и атмосферное давление), либо задать характеристики произвольной среды (плотность и скорость звука).

Во вкладке «Параметры интегрирования» пользователь может выбрать метод численного интегрирования, задать шаг расчёта, а также шаг вывода результатов в текстовые файлы. Численное интегрирование системы уравнений в программном комплексе может быть реализовано двумя стандартными методами: методом Эйлера и методом Рунге-Кутты 4-го порядка.

Когда все параметры, необходимые для проведения расчёта заданы, можно приступить к вычислению параметров полёта ЛА. Непосредственно после расчёта становится возможным посмотреть результаты. Пользователь в любой момент может обратиться к справке, где подробно описан алгоритм работы с программным комплексом.

С вкладки основного окна программного комплекса можно вызвать модуль «Возмущённый полёт ЛА».

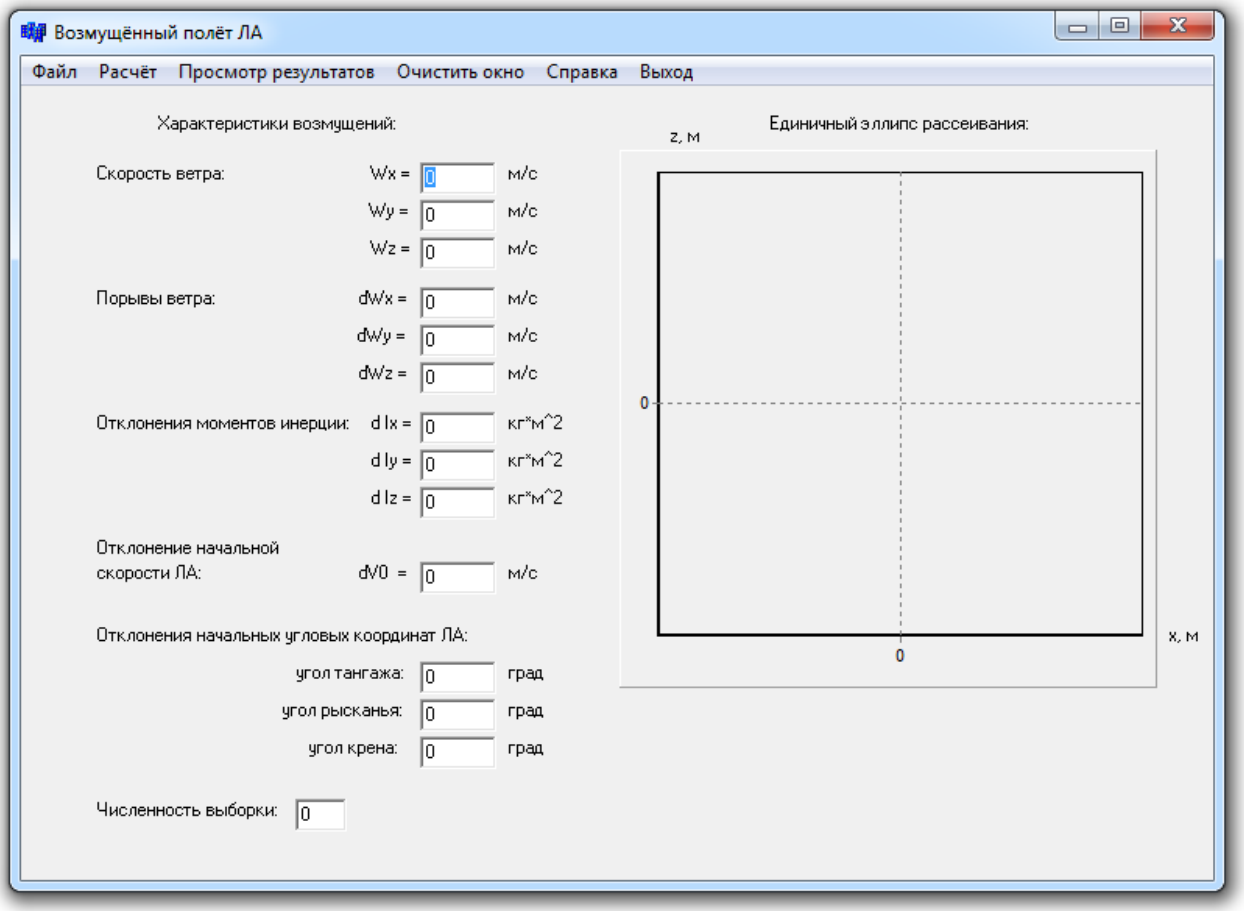


Рис. 3. Диалоговое окно программного модуля «Возмущённый полёт ЛА»

Программный модуль позволяет провести исследование влияния начальных систематических возмущений, а также случайных воздействий в процессе движения на траекторию полёта ЛА. По результатам точек попадания происходит построение единичного эллипса рассеивания, а также расчёт следующих величин [5] (численность выборки задаётся пользователем).

1) Оценки математических ожиданий: $\bar{M}_x = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$; $\bar{M}_z = \frac{\sum_{i=1}^{n} z_i}{n}$,

где x_i и z_i – координаты точки падения ЛА; n – численность выборки.

2) Оценки дисперсий: $\bar{D}_x = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \bar{M}_x\right)^2}{n-1}$; $\bar{D}_z = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(z_i - \bar{M}_z\right)^2}{n-1}$.

3) Оценки корреляционного момента: $\bar{K}_{xz} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{M}_x\right)\cdot\left(z_i - \bar{M}_z\right)}{n-1}$.

4) В случае неравенства нулю оценки корреляционного момента определяется направление главных осей рассеивания, для которых корреляционный момент случайных значений координат будет равен нулю.

Угол поворота главных осей рассеивания относительно выбранной системы координат*x0z*: $tg\,2\alpha = \dfrac{2\bar{K}_{xz}}{\bar{D}_z - \bar{D}_x}$.

5) Оценки дисперсий по главным осям рассеивания:

$$\bar{D}_\xi = \bar{D}_x \sin^2\alpha + \bar{D}_z \cos^2\alpha + \bar{K}_{xz}\sin 2\alpha;$$
$$\bar{D}_\eta = \bar{D}_x \cos^2\alpha + \bar{D}_z \sin^2\alpha - \bar{K}_{xz}\sin 2\alpha.$$

6) Оценки значений средних квадратичных отклонений:

$$\sigma_x = \sqrt{\bar{D}_x};\quad \sigma_z = \sqrt{\bar{D}_z};\quad \sigma_\xi = \sqrt{\bar{D}_\xi};\quad \sigma_\eta = \sqrt{\bar{D}_\eta}.$$

Стоит отметить, что при расчёте траекторий используются параметры номинальной траектории, определённые в предыдущем модуле программы. Случайные возмущения задаются с помощью датчика псевдослучайных чисел, установленного в коде программы. На данном этапе работы используется равномерное распределение.

В рассматриваемом модуле также предусмотрено сохранение введённых в диалоговом окне данных во внутренний формат бинарного файла, а также последующее считывание.

Третьим модулем программного комплекса МОБИ 3D является модуль «Анализ оружейной системы», служащий для оперативного расчёта основных параметров ствольной нарезной системы при условии стрельбы в атмосфере на уровне моря. Здесь задаются: начальная скорость, масса и длина снаряда, калибр ствола оружия, коэффициент лобового сопротивления и шаг нарезов ствола.

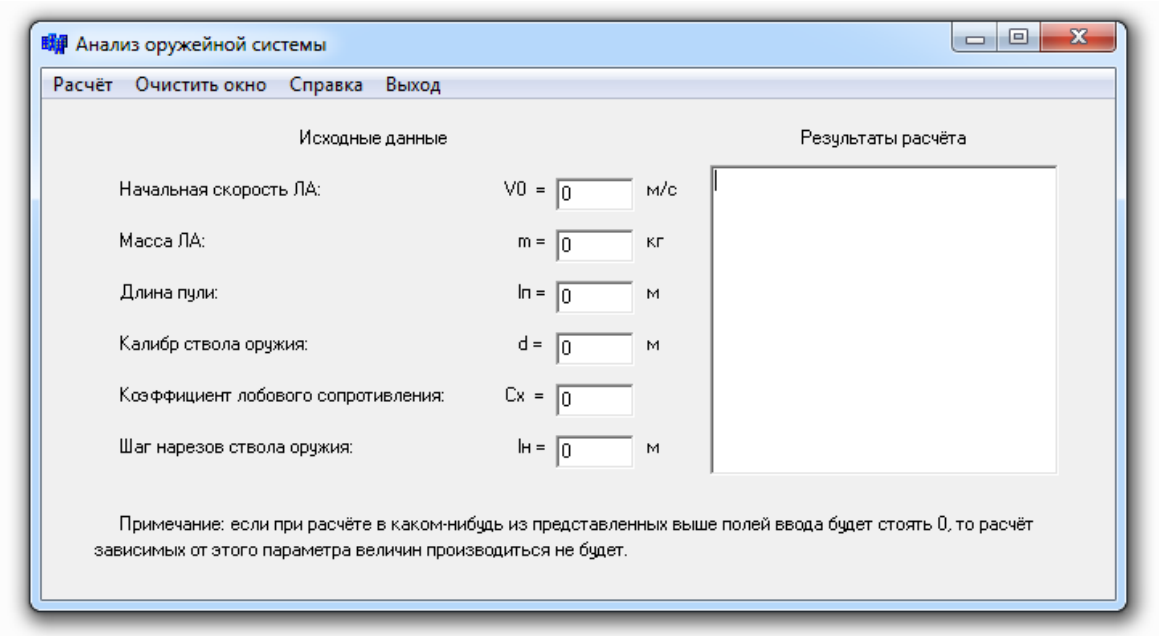


Рис. 4. Диалоговое окно программного модуля «Анализ оружейной системы»

По эмпирическим зависимостям рассчитываются представленные ниже параметры.

1) Дульная энергия (основной параметр системы): $E = \frac{mV_0^2}{2}$ [Дж], где m – масса ЛА; V_0 – начальная скорость ЛА.

2) Начальная угловая скорость: $\omega = \frac{2\pi V_0}{l_H}$ [об/с], где l_H – шаг нарезов ствола пусковой установки.

3) Оптимальный шаг нарезов (формула Гринхилла): $l_H^{опт} = \frac{k_Г \cdot d^2}{l_П}$ [м], где d – калибр ствола оружия; $l_П$ – длина пули; $k_Г$ – константа Гринхилла, зависящая от начальной скорости пули.

$$k_Г = \begin{cases} 180 \text{ при } V_0 > 850 \text{ м/с}; \\ 150 \text{ при } 450 < V_0 \le 850 \text{ м/с}; \\ 125 \text{ при } V_0 \le 450 \text{ м/с}. \end{cases}$$

4) Коэффициент формы снаряда, определяемый в соответствии с эталонным законом Сиаччи: $i = \frac{C_{Xa}(M)}{C_{Xa}^{ЭТ}(M)}$ [–].

Здесь $C_{Xa}^{ЭТ}(M)$ определяется для начального числа Маха путём линейной интерполяции по следующей таблице.

M	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	1,0	1,1	1,3	1,5
$C_{Xa}^{ЭТ}(M)$	0,252	0,252	0,253	0,261	0,386	0,536	0,629	0,707	0,725

5) Баллистический коэффициент: $c = \frac{i \cdot d^2}{m \cdot g} \cdot 1000 \left[\frac{\text{м} \cdot \text{с}^2}{\text{кг}} \right]$. Используется при расчёте аэродинамического воздействия, к примеру, силы лобового сопротивления, посредством эталонных аэродинамических коэффициентов обобщённым параметром конкретного типа ЛА.

Таким образом, в модуле «Анализ оружейной системы», после ввода исходных данных можно приступить к расчёту. При этом следует отметить, что вычисляются лишь те параметры ствольной нарезной системы, для определения которых заданы все условия.

Для иллюстрации работоспособности и эффективности программного комплекса МОБИ 3D на большой баллистической трассе кафедры СМ-3 были проведены 2 эксперимента: полёт вращающегося ЛА в водной среде и полёт ЛА без продольного вращения в атмосфере.

Условия проведения первого эксперимента (в воде):

– масса пули: m = 0,49 г;

– калибр пневматической пружинно поршневой винтовки: 4,5 мм;

– начальная скорость ЛА: V_0 = 150 м/с;

– начальный угол бросания: θ = 0°.

В ходе эксперимента производилась стрельба в пластмассовые тонкостенные лотки равных габаритов длиной 21,5 см из пневматической пружинно-поршневой винтовки МР-512. Первая часть эксперимента иллюстрировала полёт пули в воздушной среде. В результате эксперимента пуля пробила первую стенку лотка, пролетела в его внутреннем объёме, пробила вторую его стенку и углубилась в пластилин, стоящий непосредственно за лотком на глубину около 3 см.

Второй лоток был наполнен водой, эта часть эксперимента демонстрировала прохождение пули в соответствующей среде. В результате данного опыта пуля пробила первую стенку лотка, преодолела его внутренний объём, однако её энергии уже не хватило для пробития второй стенки лотка, что свидетельствует о практически полной потере кинетической энергии при преодолении водной среды.

Результаты эксперимента с высокой степенью точности согласуются с результатами численного моделирования, произведенного в комплексе. Траектория полёта ЛА в условиях второй части эксперимента продемонстрирована на рис. 5, изменение кинетической энергии на рис. 6.

Для проведения моделирования полёта пули в комплексе, были измерены габариты пули и массово-инерционные характеристики. Значение начальной скорости было также измерено на баллистической трассе.

На рис. 6 представлена зависимость кинетической энергии ЛА от дистанции, полученная при расчёте в комплексе. Видно, что тело практически полностью лишается её при преодолении слоя воды толщиной около 21,5 см, что полностью соответствует результатам эксперимента.

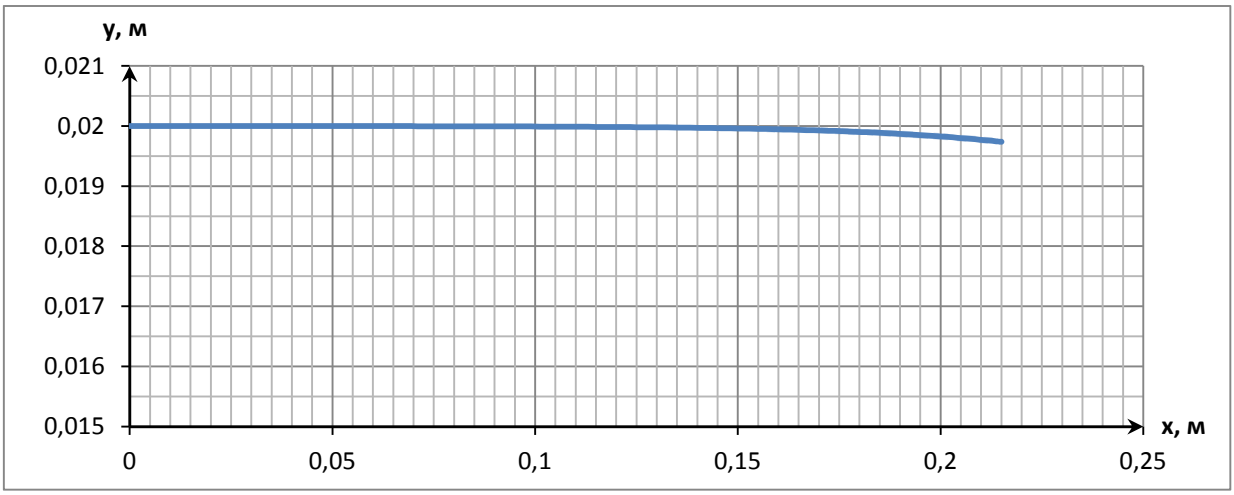


Рис. 5. Траектория полёта ЛА в водной среде

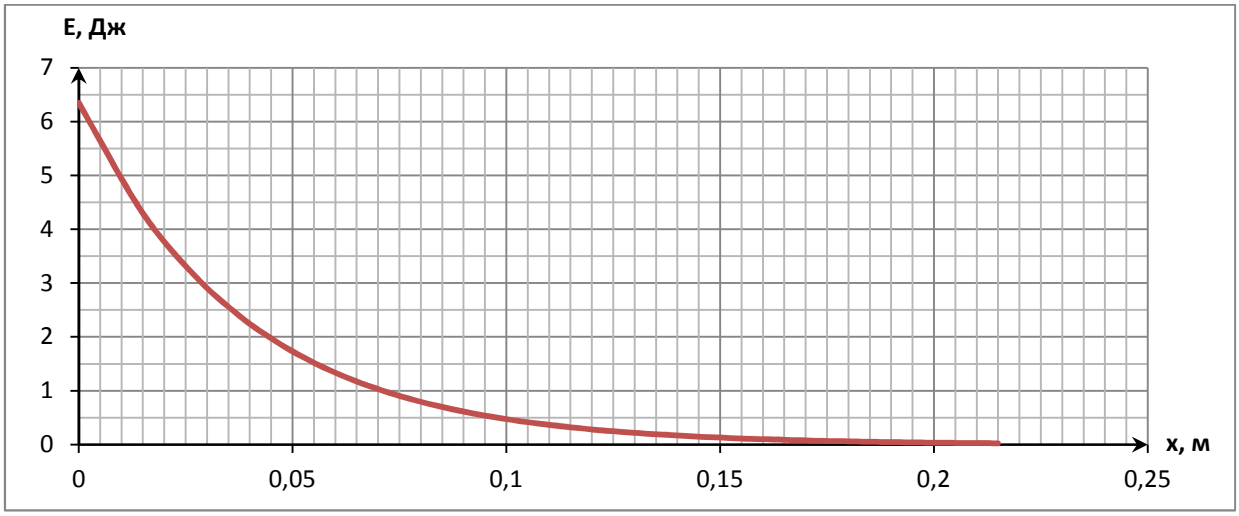


Рис. 6. Изменение кинетической энергии ЛА в водной среде

Условия проведения второго эксперимента (в атмосфере):

– масса пули: m = 28,86 г;

– калибр пневматической винтовки: 17 мм;

– начальная скорость ЛА: V_0 = 300 м/с;

– начальный угол бросания: θ = 0,5°.

Во время эксперимента производилась стрельба из гладкоствольной системы на расстояние 33,8 м (длина баллистической трассы кафедры СМ-3). Были рассчитаны массово-инерционные характеристики пули и промоделирован её полёт.

Таким образом, вследствие отсутствия начальных угловых скоростей и боковых возмущающих ускорений, рассматриваемый ЛА постоянно находится в плоскости стрельбы, то есть не происходит его бокового ухода. Результаты численного моделирования полностью согласуются с физической картиной, наблюдаемой в эксперименте.

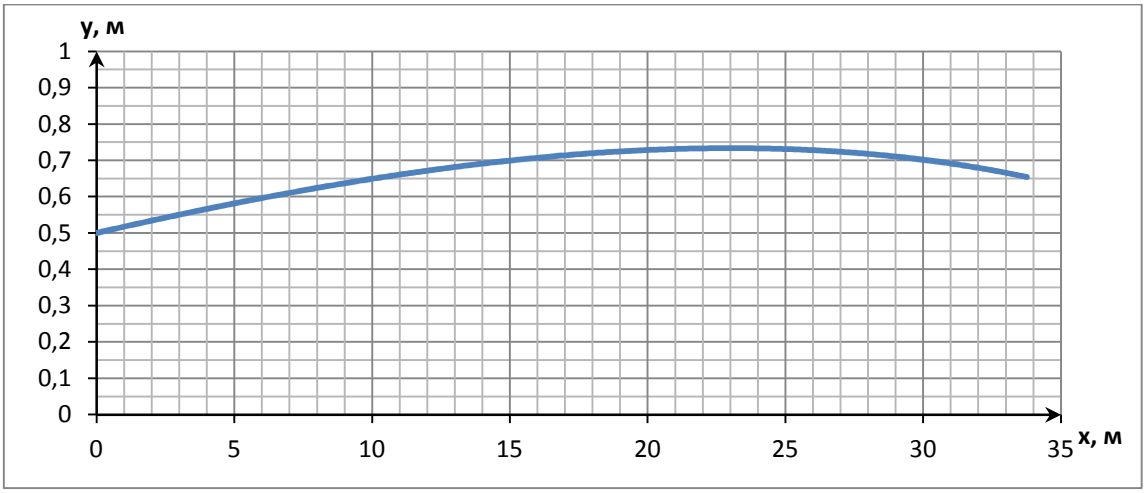


Рис. 7. Траектория движения пули в атмосфере

В заключение следует отметить, что МОБИ 3D может являться полноценной составляющей вычислительного комплекса, сопровождающего эксперименты на баллистической трассе. Программное обеспечение в данный момент внедряется в работу на баллистической трассе нашей кафедры наряду с уже отработанным МОБИ 2D.

Среди достоинств создаваемого комплекса можно отметить:

1) Отсутствие систематических погрешностей, вызванных упрощением математической модели плоского движения.

2) Решение широкого спектра «прямых» задач внешней баллистики.

3) Возможность непосредственного использования в процессе баллистического проектирования ЛА или ПУ.

4) Моделирование возмущенного движения как с систематическими, так и со случайными погрешностями эксперимента.

5) Автоматизация статистической обработки результатов стрельб и выборки смоделированных возмущённых траекторий.

Список литературы

1. Емельянова Н.С. Программное обеспечение экспериментальных исследований на баллистической трассе // Молодежный научно-технический вестник. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2014. № 6. Режим доступа: http://sntbul.bmstu.ru/doc/723443.html (дата обращения 01.04.2015).
2. Дмитриевский А.А., Лысенко Л.Н. Вешняя баллистика. 4-е изд. М.: Машиностроение, 2005. 608 с.
3. Казаковцев В.П., Жилейкин В.Д. Обработка стрельб: метод. указания к лабораторным работам. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009. 27 с.
4. ГОСТ 4401-81. Атмосфера стандартная. Параметры. Введ. 1982-07-01. М.: ИПК Изд-во стандартов, 2004. 180 с.
5. Илюхин С.Н. Методики нахождения коэффициента лобового сопротивления при проведении экспериментальных исследований на баллистической трассе // Молодежный научно-технический вестник. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2014. № 1. Режим доступа: http://sntbul.bmstu.ru/doc/704437.html (дата обращения 01.04.2015).
6. ГОСТ 20058-80. Динамика летательных аппаратов в атмосфере. Термины, определения и обозначения. Введ. 1981-07-01. М.: Изд-во стандартов, 1981. 52 с.
7. Илюхин С.Н. Метод импульса силы для оценки энергетики управления полётом // Молодежный научно-технический вестник. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2013. № 8. Режим доступа: http://sntbul.bmstu.ru/doc/606165.html (дата обращения 01.04.2015).