

УДК 681.391

Исследование помехоустойчивости турбо-кодов

Кондаков А.В., студент

*Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана
кафедра «Радиоэлектронные системы и устройства»*

*Научный руководитель: Ахияров В.В., к.т.н,
доцент кафедры «Радиоэлектронные системы и устройства»
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана
rl1@bmstu.ru*

Основной характеристикой при оценке эффективности помехоустойчивых кодов является отношение энергии бита к спектральной плотности мощности шума E_b/N_0 при требуемой вероятности ошибки декодирования бита. В современных системах связи типичным требованием к качеству декодирования или вероятности ошибки на бит (*Bit Error Rate - BER*), является величина $BER = 10^{-5} \dots 10^{-7}$.

В работе [1] было показано, что с использованием турбо-кода возможно получение $BER=10^{-5}$ при $E_b/N_0 = 0,7\text{дБ}$ в канале с аддитивным белым гауссовым шумом (АБГШ) при скорости кодирования $BER=1/2$ и двоичной фазовой манипуляции (*Binary Frequency Shift Keying - BPSK*), что очень близко к пределу Шеннона:

$$C = \Delta f \log_2(1 + SNR),$$

где C – пропускная способность канала;

Δf – полоса частот системы;

SNR – отношение мощности сигнала к мощности шума.

Турбо-кодирование основано на трех фундаментальных идеях: построение кодов с кодовыми словами, обладающими квазислучайными свойствами; построение декодеров, основанных на легко реализуемых алгоритмах итеративного декодирования и применение вероятностных решений при декодировании, называемых *мягкими решениями*. Под итеративным понимают декодирование, при котором происходит последовательная передача мягких решений от первого декодера ко второму и обратно. Итеративное декодирование основано на связи между мягкими выходами декодеров сверточных кодов,

специальным кодированием и информационными методами передачи, что позволило создать новую мощную технику декодирования и привело к появлению турбо-кодов.

Есть две важные категории алгоритмов с мягкими решениями, которые основаны на алгоритме максимального правдоподобия. В первом случае минимизируется вероятность ошибки символа, как максимума апостериорной вероятности (такой алгоритм называется *Maximum a Posteriori* или *MAP-алгоритм*). Ко второй группе относятся алгоритмы, минимизирующие вероятность ошибки слова или последовательности. Это хорошо известный алгоритм Витерби или мягкий выход алгоритма Витерби (*Soft Output Viterbi Algorithm*).

Определение турбо-кода дано впервые в [2]. В настоящее время турбо-коды развиваются по двум альтернативным направлениям — это "сверточные" турбо-коды (*Turbo Convolutional Codes*), появившиеся исторически первыми [1], и турбо-коды произведения на основе блочных кодов (*Turbo Product Codes*) [2]. Оба класса кодов характеризуются итеративными алгоритмами декодирования и мягкими решениями на входе и выходе каждой итерации. В работе рассматриваются турбо-коды на основе сверточных кодов и алгоритма декодирования MAP.

Наиболее распространенная схема турбо-кодера состоит из двух одинаковых сверточных кодеров, между которыми находится блок перемежителя. Каждый сверточный кодер добавляет к информационной последовательности проверочную группу.

Турбо-код использует алгоритм — "мягкий вход — мягкий выход" (*Soft Input — Soft Output*). Мягкий выход первого декодера дает вещественное число, которое является мерой вероятности ошибки при декодировании информационного бита. Эта дополнительная информация поступает на мягкий вход второго декодера и используется при декодировании. Второй декодер также обеспечивает мягкие решения, необходимые для следующей итерации в процессе декодирования. Для гауссова канала восьмиуровневое квантование мягких решений, по сравнению с двухуровневым, приводит в результате к улучшению отношения сигнал/шум на 2 дБ при той же вероятности появления ошибочного бита [3].

На рис.1 и рис.2 представлены структурные схемы каналов связи с использованием турбо-кодов, разработанные в программе Simulink среды Matlab [4, 5]. При проведении расчетов использовались как модели Simulink, так и программы (m-файлы). Исследования проводились по методу Монте-Карло, который заключается в усреднении результатов достаточно большого числа реализаций эксперимента.

Структуру на рис. 1 называют последовательным каскадным сверточным кодом (*Serial Concatenated Convolutional Code — SCCC*). В данной схеме выходные биты первого кодирующего устройства после перемежителя повторно кодируются во втором сверточном кодере. Другая схема, представленная на рис. 2, называется параллельным каскадным сверточным кодом (*Parallel Concatenated Convolutional Code — PCCC*), так как один и тот же информационный поток параллельно кодируется дважды.

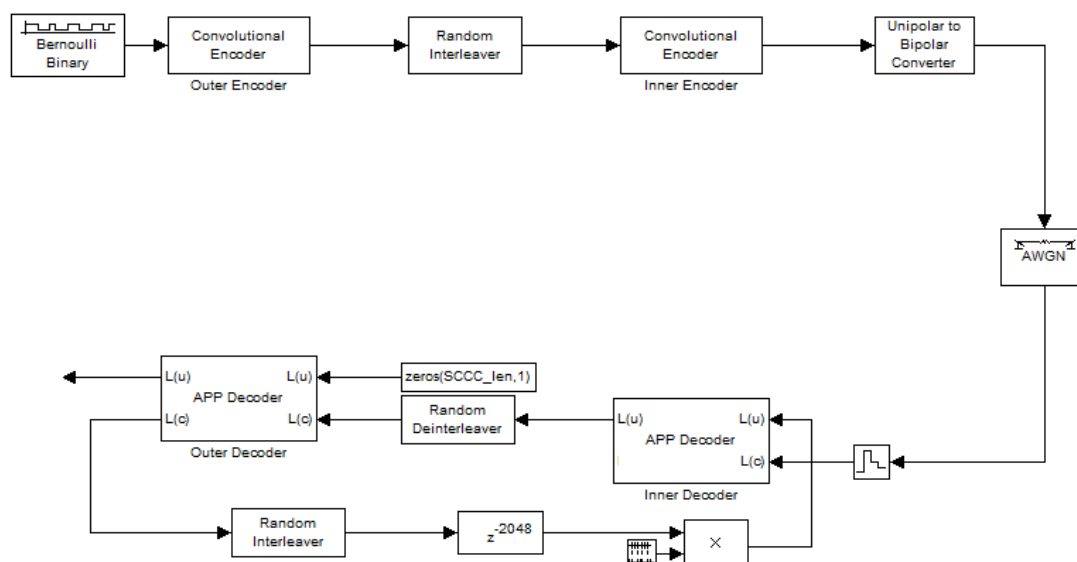


Рис. 1. Структурная схема системы связи с использованием SCCC турбо-кодов

В данной работе приведены результаты исследования помехоустойчивости схем турбо-кодов с последовательным и параллельным соединением сверточных кодов в канале с АБГШ и BPSK модуляцией при различном количестве итераций и различной длине информационной последовательности. Также рассматриваются схемы с различными образующими полиномами сверточных кодов. Исследование начнем с турбо-кодов, построенных по схеме SCCC (см. рис. 1).

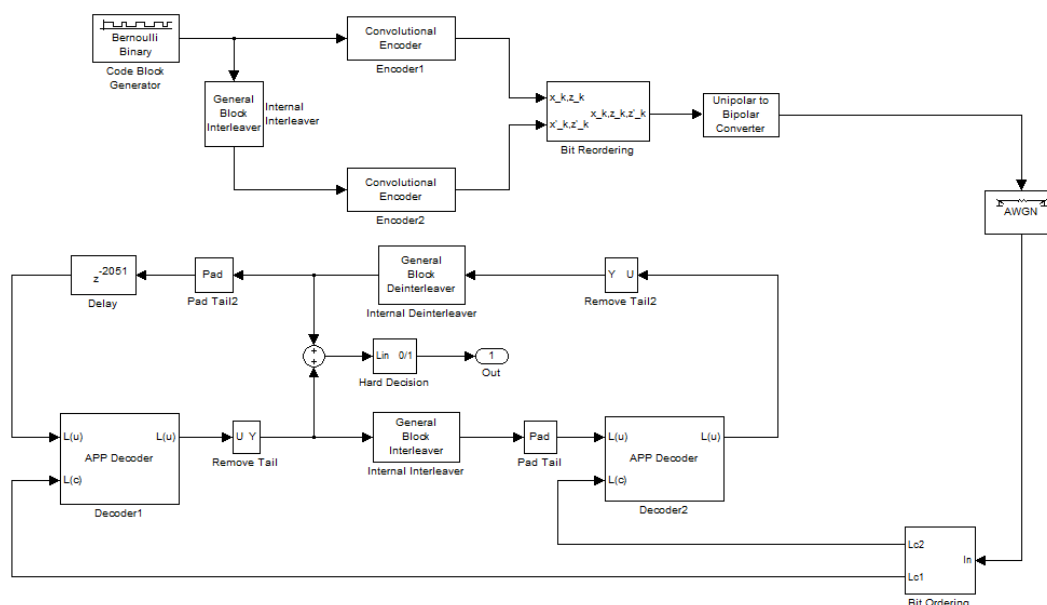


Рис. 2. Структурная схема системы связи с использованием PCCC турбо-кодов

Кодеры сверточных кодов в данной схеме задаются полиномом $G = (3, [7 \ 5], 0)^1$. На рис. 3 представлены зависимости BER от E_b/N_0 , полученные методом Монте – Карло (длина информационного блока $L=1024$, количество реализаций при усреднении – 10^4). Длина блока перемежителя совпадает с длиной информационной последовательности, скорость кода $R = 1/3$.

Видно, что увеличение числа итераций при декодировании улучшает помехоустойчивость. С увеличением числа итераций энергетический выигрыш уменьшается. Представленные кривые иллюстрируют интересную особенность турбо-кодов. Видно, что кривые вероятности ошибки декодирования имеют область, где их наклон резко уменьшается. Данная область называется *этажом ошибки* (в англоязычной литературе - *error floor*). При этом вероятность ошибки продолжает снижаться, но с гораздо меньшей скоростью, поэтому для достижения значений ошибки $10^{-8} \dots 10^{-9}$ необходимы значительные энергетические затраты. Это объясняется относительно малым минимальным кодовым расстоянием турбо-кодов, которое начинает доминировать при средних и больших значениях отношения E_b/N_0 [5].

1 – В полиноме сверточного кода $G = (K, [b \ c] \ d)$ используются обозначения: K – длина кодового ограничения; b, c – числа, которые определяют выходные соединения для каждой входной информационной последовательности; d – определяет соединения обратной связи для входных последовательностей.

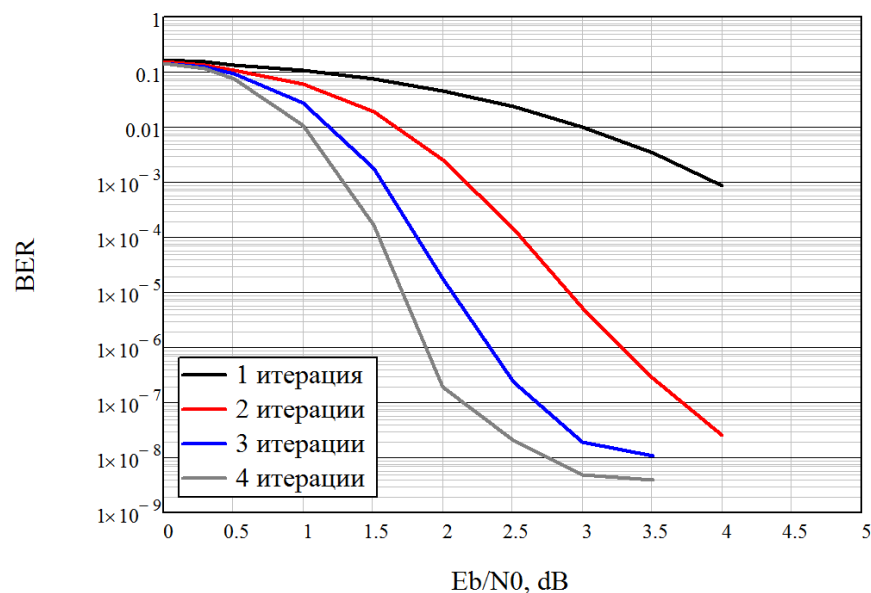


Рис. 3. Кривые зависимости BER от E_b/N_0 для SCCC структуры

Далее показаны результаты моделирования схемы PCCC с параллельным соединением сверточных кодов (см. рис. 2).

На рис. 4 приведены результаты расчетов BER для турбо-кода со скоростью $R = 1/3$ и образующим полиномом сверточных кодов $G = (3, [7 \ 5], 0)$ при использовании различного числа итераций и различной длины информационной последовательности.

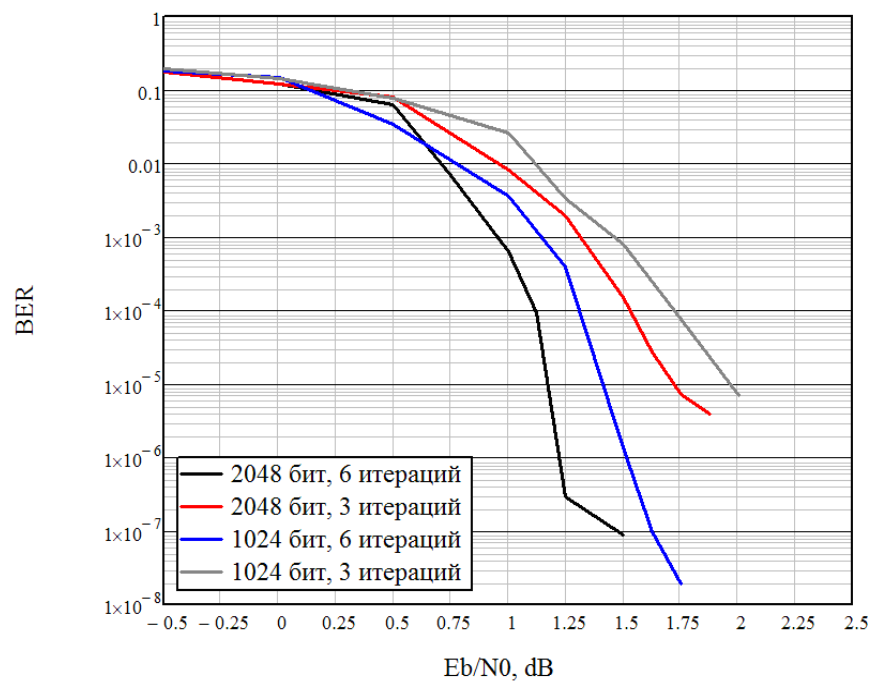


Рис. 4. Графики зависимости BER от E_b/N_0

Из графиков видно, что при увеличении числа итераций помехоустойчивость кода значительно улучшается, особенно в области значений $E_b/N_0 \approx 1,5$ дБ. Также следует отметить, что применение информационных сообщений длиной $L = 1024$ бита и шести итераций дает энергетический выигрыш порядка 0,35 дБ при $BER = 10^{-5}$ по сравнению с $L=2048$ бит и тремя итерациями. Однако, для декодирования одинакового объема информации в первом случае понадобится в 1,5-2,5 раза больше времени.

На рис. 5 приведена зависимость BER от E_b/N_0 при различных схемах формирования сверточных кодов, входящих в состав турбо-кодов. Схемы отличаются длиной кодового ограничения, выходными соединениями и обратными связями. Очевидно, что увеличение длины кодового ограничения приводит к усложнению всей системы.

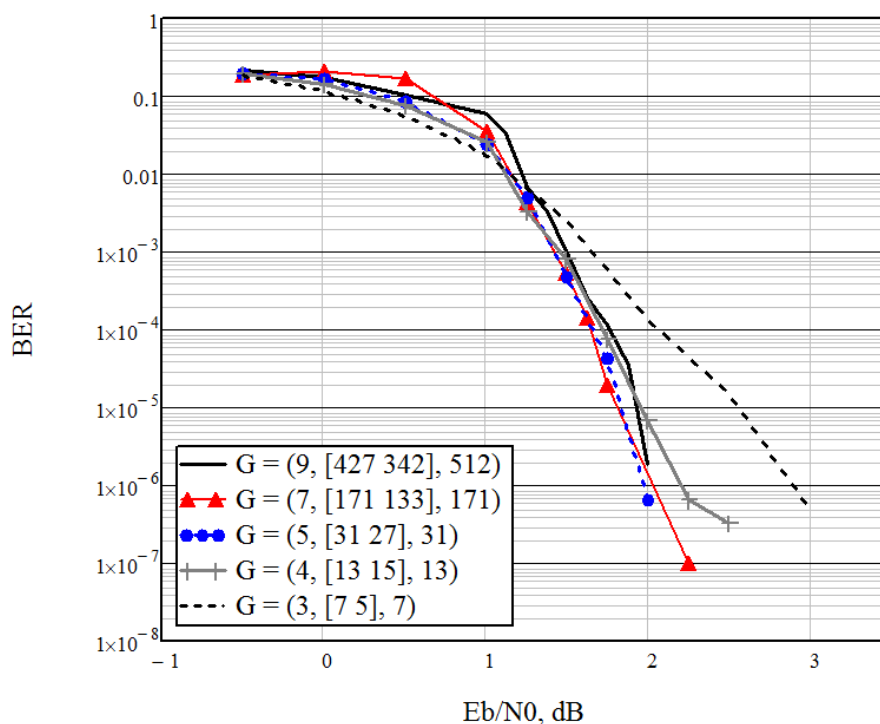


Рис. 5. Графики зависимости BER от E_b/N_0 для различных схем сверточных кодов, образующих турбо-код

Как видно из результатов, представленных на рис. 5, усложнение схемы сверточного кодера, образующего турбо-код, улучшает помехоустойчивость. Однако применение схем с длиной кодового ограничения $K > 5$ не дает значительного выигрыша и их применение нецелесообразно из-за усложнения кодека.

Результаты, представленные на рис. 3...5, были получены путем вычисления отношения правдоподобия с использованием MAP-алгоритма [3], что требовало

значительных временных затрат (до 10 часов на компьютере с тактовой частотой процессора 2,4 ГГц). Для увеличения скорости расчетов можно использовать не отношение правдоподобия, а его аппроксимации MAX и MAX^* , представленные в работе [6]. Результаты расчетов для турбо-кода с длиной информационной последовательности $L = 1024$ бита и тремя итерациями с использованием данных аппроксимаций показаны на рис. 6.

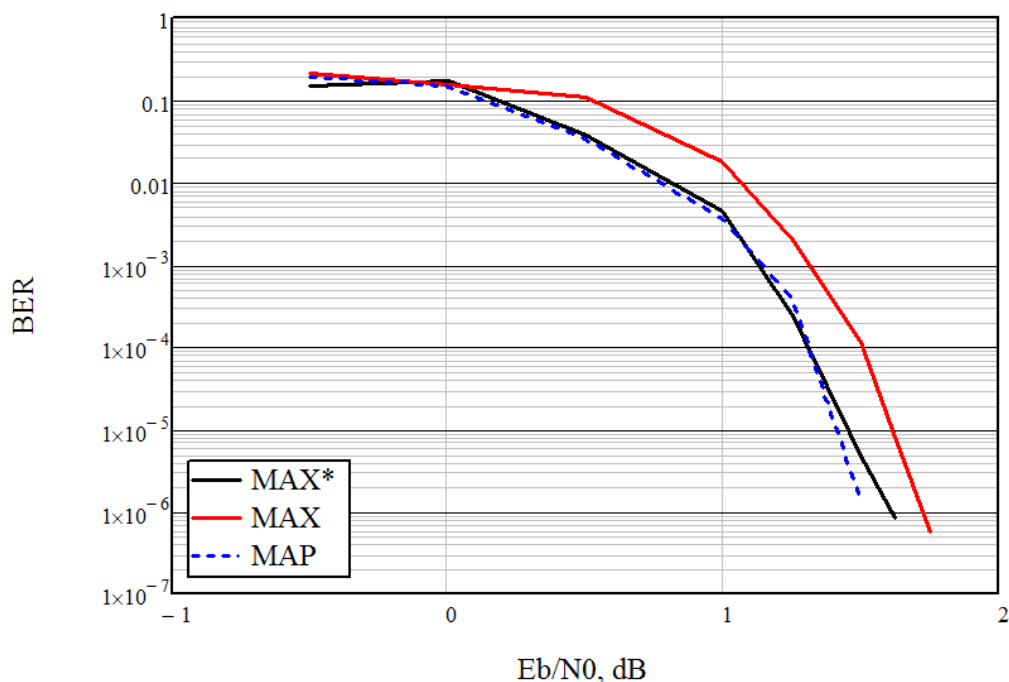


Рис. 6. График зависимости BER от E_b/N_0 при различных способах аппроксимации отношения правдоподобия

Видно, что результаты расчетов с использованием алгоритмов MAP и MAX^* практически идентичны, однако применение метода аппроксимации MAX^* требует значительно меньших вычислительных затрат.

Сравнивая результаты моделирования турбо-кодов, можно сделать следующие выводы:

- анализ результатов, представленных на рис. 3. и рис. 4 показывает, что схемы с параллельным соединением сверточных кодов лучше, чем с последовательным соединением при низком отношении E_b/N_0 , при увеличении E_b/N_0 последовательные схемы выигрывают у параллельных. Отметим, что аналогичные результаты были приведены в работе [7]: последовательное соединение сверточных кодов обеспечивает энергетический выигрыш 2 дБ для $BER = 10^{-11}$ по сравнению с параллельным соединением.

- при анализе турбо-кодов помимо основных характеристик (BER , E_b/N_0 , $C/\Delta f$), необходимо учитывать время декодирования и сложность технической реализации кодека;
- MAP алгоритм значительно превосходит остальные по сложности и времени вычислений, однако дает наиболее точные результаты. Поэтому данный алгоритм может использоваться для оценки потенциальной помехоустойчивости турбо-кодов и анализа эффективности других алгоритмов декодирования.

Список литературы

1. Витерби А. Границы ошибок для сверточных кодов и асимптотически оптимальный алгоритм декодирования // Некоторые вопросы теории кодирования: сб. переводов. М.: Мир, 1970. С. 142-165.
2. Berrou C., Glavieux A., Thitimajshima P. Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: turbo-codes // IEEE International Conference on Communication. Geneva, 1993, Vol. 2. P. 1064–1070.
3. Васильев В. И., Хоанг Тху Ха Турбокод – основные характеристики, особенности применения и моделирования // ВЕСТНИК ВГУ. Серия: Физика, математика. 2004. № 2. С. 8–15.
4. Serial Concatenated Convolutional Code. Available at: <http://www.mathworks.com/help/comm/ug/iterative-decoding-of-a-serially-concatenated-convolutional-code.html?nocookie=true> (accessed 5.03.2015).
5. Parallel Concatenated Convolutional Coding: Turbo Codes. Available at: <http://www.mathworks.com/help/comm/examples/parallel-concatenated-convolutional-coding-turbo-codes.html> (accessed 5.03.2015).
6. Benedetto S., Montorsi G., Divsalar D., Pollara F. Soft-Input Soft-Output Maximum A Posteriori (MAP) Module to Decode Parallel and Serial Concatenated Code // TDA Progress Report 42-127, Jet Propulsion Laboratory, Pasadena, California, 1996. Nov. P. 1-20.
7. Ташатов Н.Н., Ефимов Д.А. Устройство кодера и декодера турбо-кода. Режим доступа: http://repository.enu.kz/bitstream/handle/123456789/4832/ustroisvo_kodera.pdf (дата обращения 5.03.2015).