

Математическая модель шагающего робота

07, июль 2015

доцент, к.т.н. Трудоношин В. А.^{1,*},

Чернышов Н. С.¹

УДК: 621.865, 681.3

¹Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана

^{*}trudonoshin@mail.ru

Введение

Моделирования поведения шагающего робота с точки зрения динамических нагрузок на элементы необходимо на этапе его эскизного проектирования. Оценка результатов моделирования позволит обоснованно подойти к выбору и проектированию конструктивных элементов робота. Кроме того, на динамической модели возможна отработка управляющих воздействий на привод, для обеспечения того или иного вида движения. В рамках комплекса моделирования динамических систем ПА9 имеются математические модели элементов трехмерной механики, которыми возможно воспользоваться при построении модели шагающего робота. Но выяснилось, что элементов привода в комплексе нет. Такие модели были разработаны, проведено их тестирования и выполнено моделирование четырехногого робота с учетом сервоприводов.

1. Строение робота

Из рис.1 можно получить сведения о структуре робота, представлено изображение из программы Inventor. Строение ноги робота представлено на рис.2. Каждая нога робота состоит из 3 сервоприводов и 2 элементов ноги.

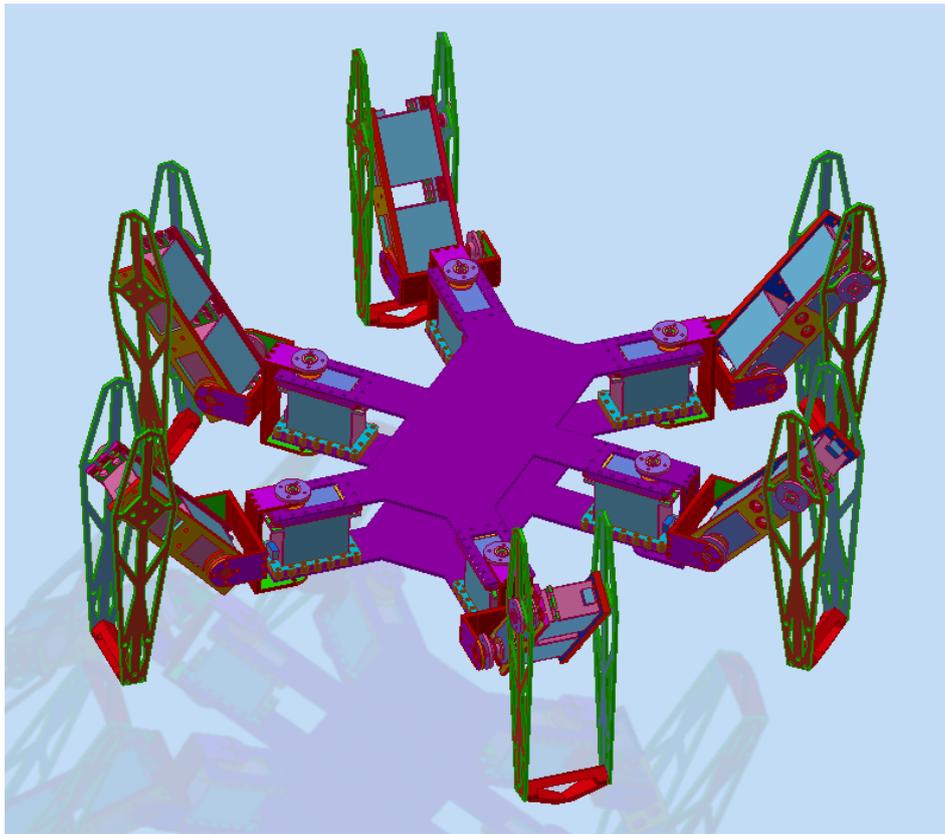


Рисунок 1. 3D модель робота

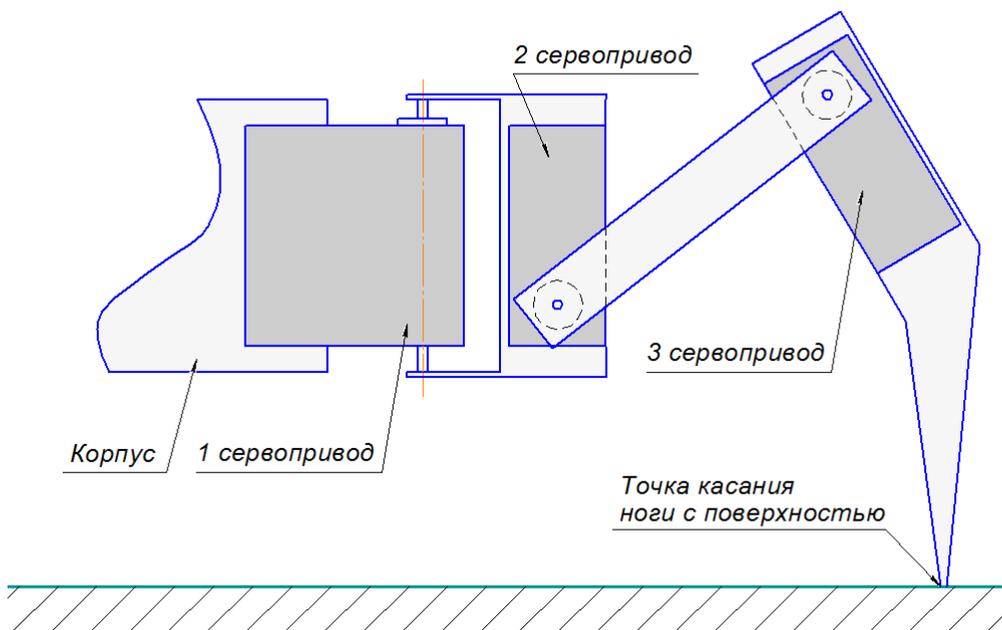


Рисунок 2. Строение ноги робота

2. Математическая модель расчета рассогласования

Для корректной работы математической модели сервопривода необходимо вычислять угол в шарнирном соединении между двумя соединяемыми элементами. Рассогласо-

вание между этим углом и углом, задаваемым извне, в качестве возмущающего воздействия, является аргументом для зависимого источника момента, о котором идет речь в следующем разделе. Математическая модель элемента, вычисляющая рассогласование, была разработана и включена в комплекс ПА9. Модель подключается к элементам шарнирного соединения и внешнему источнику, определяющему заданный угол, выходом является рассогласование, умноженное на задаваемый коэффициент k .

3. Математическая модель привода

Математическая модель привода основана на математической модели цилиндрического шарнира из программы ПА9. В нее был добавлен управляемый источник момента относительно оси шарнира, с помощью которого моделируется электропривод. Значение момента определяется рассогласованием, полученным с помощью ранее описанной модели. Математическую модель привода образует следующая система уравнений:

Соотношения для линейных скоростей в глобальной системе координат:

$$\begin{aligned} V_{x1x2} &= r_{z1} * \omega_{y1} - r_{z2} * \omega_{y2} - r_{y1} * \omega_{z1} + r_{y2} * \omega_{z2}, \\ V_{y1y2} &= -r_{z1} * \omega_{x1} + r_{z2} * \omega_{x2} - r_{x1} * \omega_{z1} + r_{x2} * \omega_{z2}, \\ V_{z1z2} &= r_{y1} * \omega_{x1} - r_{y2} * \omega_{x2} - r_{x1} * \omega_{y1} + r_{x2} * \omega_{y2}. \end{aligned}$$

где V_{x1x2} – разность скоростей центров масс 1-го и 2-го тел по оси X;

V_{y1y2}, V_{z1z2} – то же по осям Y и Z;

$\omega_{x1}, \omega_{x2}, \omega_{y1}, \omega_{y2}, \omega_{z1}, \omega_{z2}$ – угловые скорости 1 и 2 тела по осям X, Y, Z,

$r_{x1}, r_{x2}, r_{y1}, r_{y2}, r_{z1}, r_{z2}$ – координаты шарнира относительно центров масс 1 и 2 тела по соответствующим осям в глобальной системе координат;

Поскольку во вращательном шарнире возможен поворот только вокруг одной локальной оси (X), можно записать уравнения связи для угловых скоростей по осям Y и Z в глобальной системе координат:

$$\begin{aligned} \omega_{y1y2} &= -c_{yx} * (\omega_{x1} - \omega_{x2}); \\ \omega_{z1z2} &= -c_{zx} * (\omega_{x1} - \omega_{x2}); \end{aligned}$$

Формулы расчета моментов:

$$\begin{aligned} M_{x1x2} &= -(c_{yx} * M_{\omega_{y1y2}} + c_{zx} * M_{\omega_{z1z2}}); \\ M_{x1} &= -r_{z1} * F_y + r_{y1} * F_z + M_{xUpr}; \\ M_{x2} &= r_{z2} * F_y - r_{y2} * F_z - M_{xUpr}, \\ M_{y1} &= r_{z1} * F_x - r_{x1} * F_z + M_{yUpr}; \\ M_{y2} &= -r_{z2} * F_x + r_{x2} * F_z - M_{yUpr}, \\ M_{z1} &= -r_{y1} * F_x + r_{x1} * F_y + M_{zUpr}; \\ M_{z2} &= r_{y2} * F_x - r_{x2} * F_y - M_{zUpr}, \end{aligned} \tag{1}$$

где F_x, F_y, F_z – реакции в шарнире по соответствующим осям;

$M_{\omega y_1 y_2}, M_{\omega z_1 z_2}$ – момент реакции 1 и 2 тела относительно оси X;

$M_{x_1 x_2}$ – момент между телами вокруг оси X, обусловленный поворотом локальной системы координат относительно глобальной;

$M_{x_1}, M_{x_2}, M_{y_1}, M_{y_2}, M_{z_1}, M_{z_2}$ – моменты на тела 1 и 2 вокруг соответствующих осей, обусловленные реакциями в шарнирах и внешним возмущением;

$M_{xUp}, M_{yUp}, M_{zUp}$ – проекции входного момента на соответствующие оси.

Уравнение (1) получено из соотношения $M_x * c_x + M_y * c_y + M_z * c_z = 0$, которое соответствует тому, что момент вокруг оси вращения равен нулю, отсюда

$$M_x = -(M_y * c_y + M_z * c_z) / c_x,$$

где M_x – проекция момента реакции на ось X,

c_x, c_y, c_z – направляющие косинусы оси вращения цилиндрического шарнира в глобальной системе координат.

Если направляющие косинусы определены в локальной системе, то формула расчета M_x будет рассчитываться следующим образом:

$$M_x = -(M_y * c_{yx} + M_z * c_{zx});$$
$$c_{yx} = \frac{m[yx]*c_x + m[yu]*c_y + m[yz]*c_z}{m[xx]*c_x + m[xy]*c_y + m[xz]*c_z};$$
$$c_{zx} = \frac{m[zx]*c_x + m[zy]*c_y + m[zz]*c_z}{m[xx]*c_x + m[xy]*c_y + m[xz]*c_z};$$

где $m[]$ – матрица перехода из локальной системы координат в глобальную.

4. Результаты моделирования

Корректность разработанных математических моделей была проверена на тестовой схеме, состоящей из математической модели расчета рассогласования, математической модели привода и 2 тел. Подавался возмущающий сигнал, который должен быть отработан сервоприводом. Результаты моделирования совпали с ожидаемым результатом.

На основе разработанных моделей была собрана модель четырехногого робота, составными частями которого являются корпус и четыре ноги. Возмущающим воздействием была сила тяжести элементов робота, под ее воздействием ноги робота не должны были разъезжаться, поскольку на сервоприводы задавались определенные углы.

На рис. 3 светло-голубым цветом (Z0) показано изменение положения центра масс корпуса по вертикали, остальные графики показывают управляющие воздействия, вырабатываемые сервоприводами для обеспечения заданных углов. Начальное увеличение высоты центра масс обусловлено тем, что начальное положение элементов не соответствует заданным углам.

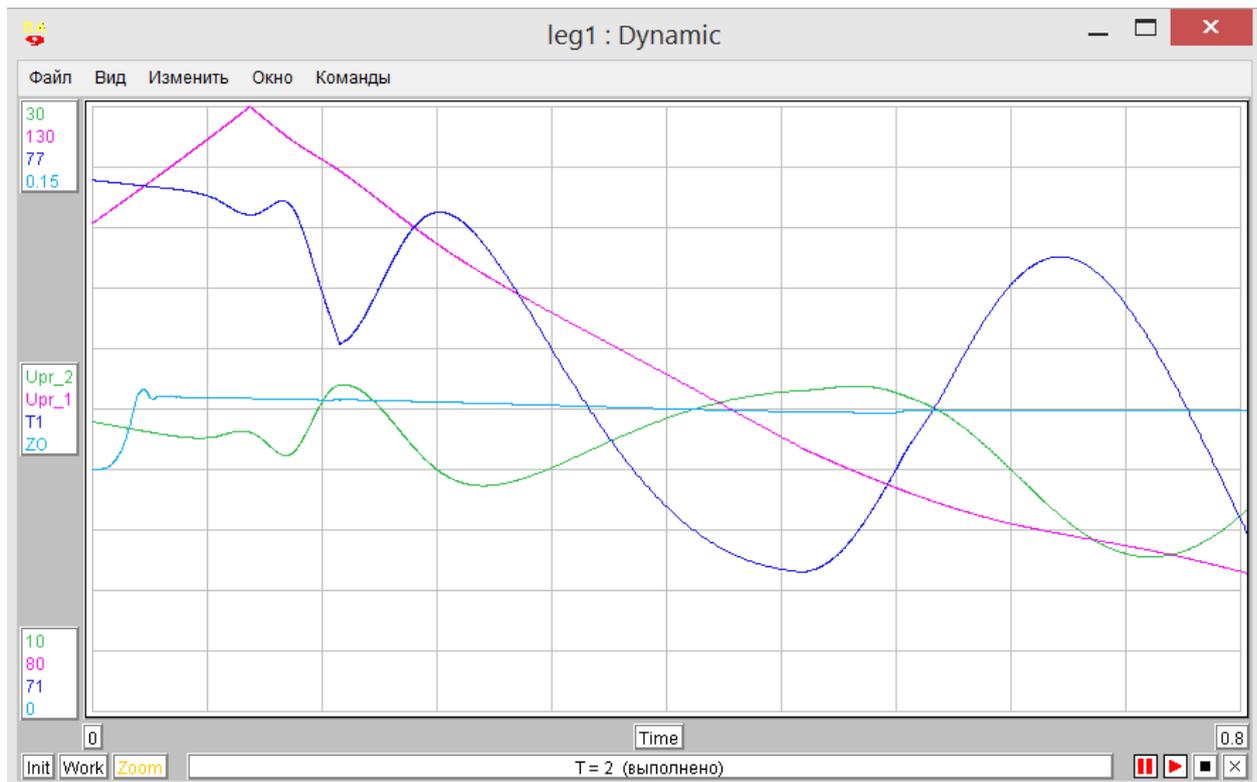


Рис.3. Зависимости положения центра масс и управляющих воздействий от времени.

Заключение

Разработанные математические модели элементов сервопривода для программного комплекса ПА9 позволили оценить динамику работы робота и могут быть использованы для дальнейших исследований.

Список литературы

1. Амелькин Н.И. Кинематика и динамика твердого тела. М.: МФТИ (ГУ) . 2000. 64 с.
2. [Моделирование в ПМК ПА9](http://bigor.bmstu.ru/?cnt/?doc=PA9/base.cou) // База и Генератор Образовательных Ресурсов. Режим доступа: <http://bigor.bmstu.ru/?cnt/?doc=PA9/base.cou> (Дата обращения: 5.07.2015)