

11, ноябрь 2015

УДК 519.863

Применение муравьиного алгоритма в задачах маршрутизации транспорта

Новиков А.К., студент

*Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
кафедра «Системы обработки информации и управления»*

Научный руководитель: Тоноян С.А., к.т.н, доцент

*Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
кафедра «Системы обработки информации и управления»*

chernen@bmstu.ru

Введение

В последние годы в задачах оптимизации все большее применение получают математические методы, основанные на механизмах природных принятий решений. Неоднократные исследования показали, что большинство протекающих в природе процессов организованы крайне рационально. В частности, был проведен ряд научных наблюдений, объектом которых выступали муравьиные колонии. В ходе наблюдений было установлено, что длина маршрутов, прокладываемых муравьями от муравейника до источника пищи, близка к оптимальной величине. Более того, при изменении окружающей среды муравьиная колония быстро адаптируется и находит новые кратчайшие пути. Результаты данных исследований вдохновили итальянского математика Марко Дориго на создание подхода, получившего название «Муравьиный алгоритм», который приобрел широкое применение в оптимизационных задачах.

В данной статье рассматривается применение муравьиного алгоритма для задачи маршрутизации транспорта с ограничением по грузоподъемности, являющейся NP-полной, что означает крайне высокое время решения классическим методом перебора при большом объеме входных данных. Этот факт вынуждает искать альтернативные решения способные за приемлемое время с высокой достоверностью находить оптимальный результат.

1. Постановка задачи маршрутизации транспорта

Задача маршрутизации транспорта с ограничением по грузоподъемности (Capacitated Vehicle Routing Problem, CVRP) — задача комбинаторной оптимизации, в которой для парка транспортных средств, расположенных в одном или нескольких депо, должен быть определен набор маршрутов до нескольких отдаленных точек-потребителей, при этом общий вес всех заказов по каждому из маршрутов не должен превышать грузоподъемности транспортного средства, осуществляющего перевозку.

Основная цель задачи — минимизация парка транспортных средств и суммарной дистанции пройденной всеми транспортными средствами. Графическая иллюстрация задачи представлена на рис. 1.

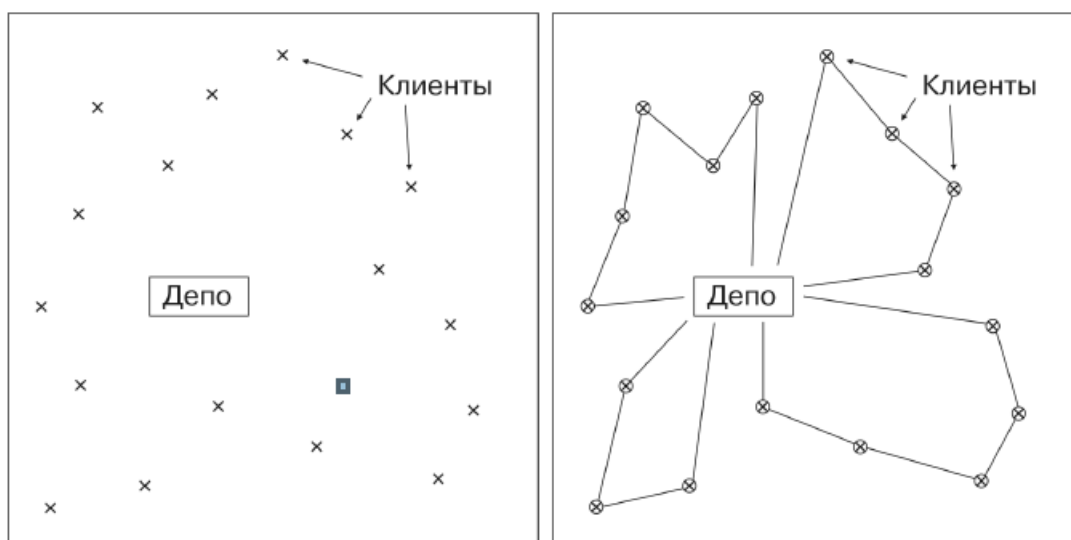


Рис. 1. Графическая иллюстрация задачи маршрутизации

Данную задачу можно представить в виде графа $G(V, E)$, где:

$V = \{v_0, v_1, \dots, v_n\}$ — множество вершин (v_0 — депо, $v_{1..n}$ — потребители);

E — множество ребер $\{(v_i, v_j) \mid i \neq j\}$;

C — матрица неотрицательных расстояний (стоимости пути) c_{ij} между потребителями;

q_i — объем груза, поставляемый i -му потребителю;

m — количество машин;

W — грузоподъемность одной машины;

R_i — маршрут i -й машины ($i=1..m$);

$C(R_i)$ — стоимость маршрута R_i ;

На задачу накладываются следующие ограничения:

- Каждый маршрут начинается и заканчивается в депо;
- Каждая вершина входит в маршрут только один раз;
- Каждая вершина посещается только одной машиной;
- Суммарный вес заказа по всем вершинам в маршруте не превосходит W .

Решением задачи будет являться разбиение всего множества вершин V на маршруты и порядок их обхода на данном маршруте.

2.1. Основные концепции муравьиного алгоритма

Основная идея муравьиного алгоритма заключается в моделировании поведения колонии муравьев в процессе поиска пути к источнику пищи. Не смотря на то, что отдельный муравей (агент системы) достаточно примитивен и, в одиночку, не способен к принятию оптимальных решений, поведение всей колонии в своей совокупности оказывается разумным. Интеллектуальность такой системы обоснована низкоуровневым взаимодействием между агентами, которое происходит через химическое вещество – феромон, откладываемого муравьями на своем пути. Выбирая направление движения, каждый агент системы основывается на опыте предыдущих поколений (количестве феромона, отложенного колонией ранее). Таким образом, чем чаще муравьи предпочитают данный маршрут, тем больше феромона будет на нем отложено, и, следовательно, вероятность того, что следующий муравей будет двигаться в этом направлении, увеличивается. Однако, такая положительная обратная связь может быстро привести к тому, что такой маршрут вскоре станет единственным, и все муравьи будут двигаться только по одному пути. Поэтому в качестве отрицательной обратной связи вводится процесс испарения феромона, который гарантирует нам исследования новых маршрутов.

Опишем поведение муравьев и их свойства при выборе пути:

- 1) Муравьи имеют собственную «память», которая представлена в виде списка вершин, в которых данный муравей уже побывал.
- 2) Муравьи обладают «зрением». За зрение муравья принимается величина обратно пропорциональная длине ребра: $\eta_{ij} = 1/D_{ij}$.
- 3) Муравей способен улавливать след феромона, которое будет определять желание муравья пройти по данному ребру. Уровень феромона в момент времени t на ребре D_{ij} будет соответствовать $\tau_{ij}(t)$.
- 4) Вероятность перехода муравья из вершины i в вершину j будет определяться следующим соотношением:

$$\begin{cases} P_{ij,k}(t) = \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot \frac{1}{[D_{ij}(t)]^\beta}}{\sum_{l \in J_{i,k}} [\tau_{il}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{il}(t)]^\beta}, j \in J_{i,k}, \\ P_{ij,k}(t) = 0, j \notin J_{i,k} \end{cases} \quad (1)$$

где:

α – эмпирический коэффициент «жадности» алгоритма,

β – эмпирический коэффициент «стадности» алгоритма,

$J_{i,k}$ – список вершин которые ещё не были посещены данным муравьем.

- 5) На своем пути каждый муравей откладывает феромон, количество которого определяется по следующей формуле:

$$\Delta \tau_{ij,k}(t) = \begin{cases} \frac{Q}{L_k(t)}, (i, j) \in T_k(t) \\ 0, (i, j) \notin T_k(t) \end{cases}, \quad (2)$$

где Q – параметр, имеющий значение порядка длины оптимального пути, $L_k(t)$ – длина маршрута $T_k(t)$.

- 6) Испарение феромона определяется следующим выражением:

$$\tau_{ij}(t+1) = (1-p) \cdot \tau_{ij}(t) + \sum_{k=1}^m \Delta \tau_{ij,k}(t), \quad (3)$$

где m – количество муравьев, p – коэффициент испарения ($0 \leq p \leq 1$).

- 7) Максимальный вес груза, который способен перенести каждый муравей на одном пути не превосходит значение W .

2.2. Описание муравьиного алгоритма для задачи CVRP

В качестве входных данных для данной задачи выступает множество вершин $V = \{v_0, v_1, \dots, v_n\}$, у которых заданы координаты и вес груза, который необходимо доставить в каждую из вершин.

На подготовительном этапе нам необходимо рассчитать матрицу расстояний D между всеми вершинами, задать начальное количество феромона на всех дугах, а также определить коэффициенты α , β , Q , p . Правильный выбор этих коэффициентов оказывает

большое влияние на оптимальность полученного алгоритмом ответа. В ходе неоднократных опытов были выбраны следующие значения коэффициентов $\alpha = 1$, $\beta = 5$, $p = 0.4$, значение Q выбирается пропорционально длине маршрута.

Далее инициализируем цикл по всем муравьям. Каждый муравей начинает передвигаться из вершины в вершину. Для выбора следующей вершины оценивается вероятности перехода в каждую из ещё не посещенных муравьем вершин. Значения вероятностей зависят от величины обратно пропорциональной длине дуги соединяющей текущую и выбранную вершины, а также от количества феромона на данной дуге. Расчет вероятностей производится по правилу (1). Затем генерируется случайное число и в зависимости от того, в какой вероятностный диапазон оно попало, выбирается следующая вершина.

Если грузоподъемность муравья W достигла максимально возможной грузоподъемности $W_{\max}$, он вынужден вернуться в стартовую вершину (депо), а затем снова продолжить обход оставшихся вершин. Этот процесс завершается, как только список $J_{i,k}$ не посещенных муравьем вершин становится пуст.

После обхода всех вершин происходит обновление количества феромона на пройденном муравьем маршруте согласно формуле (2) и испарение феромона на всех вершинах согласно формуле (3).

На следующем этапе длина всех путей L пройденных k -ым муравьем сравнивается с лучшей длиной маршрутов на текущий момент L^* . Если полученное значение меньше текущего лучшего, то мы обновляем информацию о лучшем маршруте.

Работа алгоритма заканчивается, как только все муравьи пройдут по всем вершинам. Ответом на задачу будет множество маршрутов T^* и их суммарная длина L^* .

Блок-схема алгоритма представлена на рис. 2.

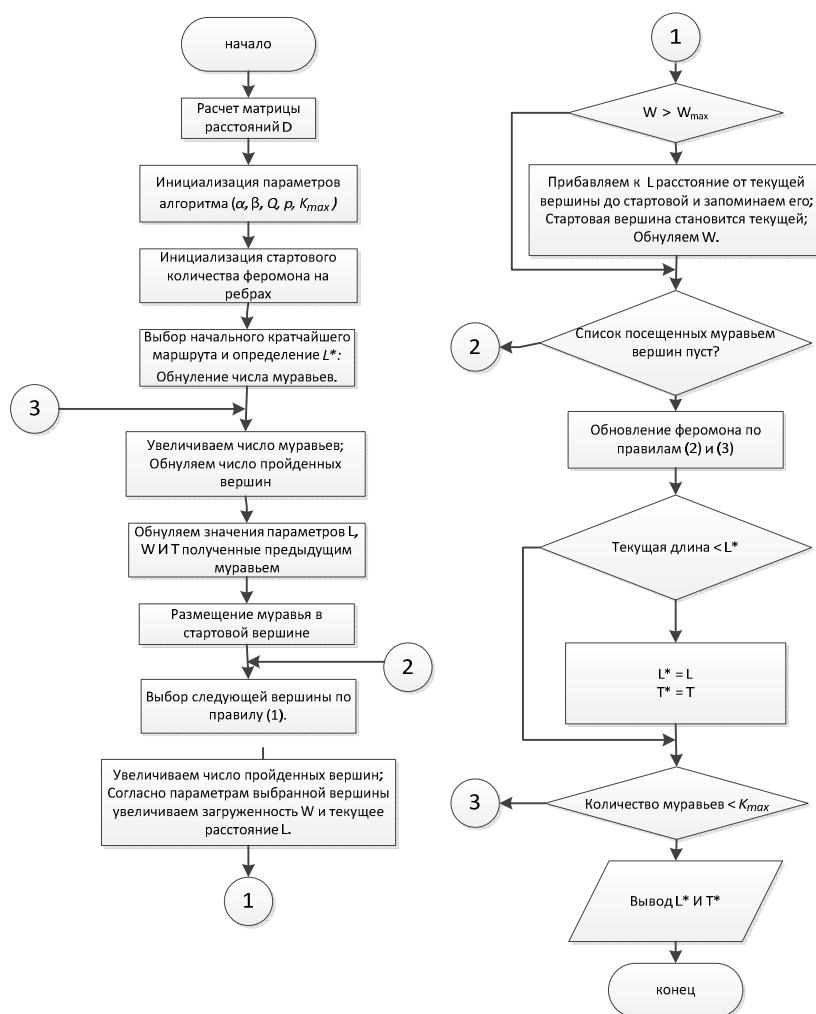


Рис. 2. Блок-схема алгоритма

3. Результаты работы алгоритма

Для проверки работоспособности алгоритма была написана программа, находящая для множества вершин с заданным весом заказа, разбиение на m маршрутов, количество и суммарная длина которых минимальна.

Пусть общее количество вершин за n , то сложность муравьиного алгоритма можно оценить как: $O(k * n^2)$, что по сравнению с сложностью алгоритма полного перебора

($O(n!)$), является очень хорошим показателем. Поэтому даже на большом числе вершин программа работает достаточно быстро.

Достоверность полученных результатов оказалась высока (в более чем 90% случаях результат являлся оптимальным). Такая погрешность вызвана особенностью алгоритма, давать лучший результат на момент останова (т.е. алгоритм не гарантирует, что при продолжении работы, не будет найден результат лучше, чем текущий). Уменьшить погрешность можно с помощью увеличения числа муравьев k .

Графические результаты работы алгоритма представлены на рис. 3.

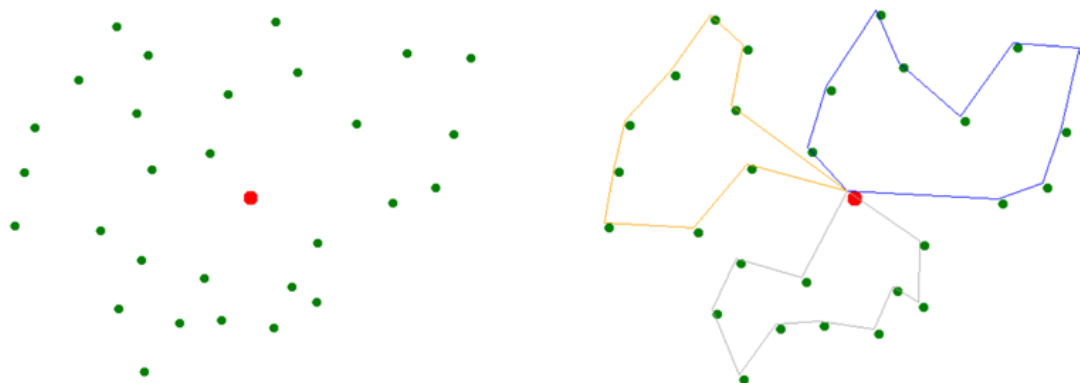


Рис. 3. Графические результаты работы алгоритма

Выводы

В ходе работы была продемонстрирована простота и удобство модификации муравьиного алгоритма для задач маршрутизации транспорта с ограничениями. Достоверность полученного результата оказалась высокой, а время работы достаточно низким.

Важно особенностью алгоритма является то, что благодаря отрицательной обратной связи, даже после большого числа итераций, одновременно исследуется множество вариантов решения, что позволяет минимизировать время задержки в локальных экстремумах.

Решение задач маршрутизации транспорта классическим методом, позволяет получить результат абсолютной достоверности. Однако в реальных задачах размерность входных данных оказывается высокой. В этом случае время поиска решения классическим методом становится неприемлемо. В таких случаях применение муравьиного алгоритма, позволяющего за короткое время найти решение, близкое по величине к оптимальному, становится крайне эффективным.

Список литературы

1. Bonavear E., Dorigo M. Swarm Intelligence: from Natural to Artificial Systems. Oxford: University Press, 1999. 307 p.
2. Штовба С.Д. Муравьиные алгоритмы // Exponenta Pro. Математика в приложениях. 2003. № 4. С.70-75.
3. Свами М., Тхуласираман К. Графы, сети и алгоритмы. М.: Мир, 1984. 454 с.

4. Кажаров А. А., Курейчик В. М. Муравьиные алгоритмы для решения транспортных задач. // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2010. № 1. С. 32-45.
5. Варламов О.О. Эволюционные базы данных и знаний для адаптивного синтеза интеллектуальных систем. Миварное информационное пространство. М: Радио и связь, 2002. 286 с.