электронный журнал
МОЛОДЕЖНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК
Издатель ФГБОУ ВПО "МГТУ им. Н.Э. Баумана". Эл No. ФС77-51038.

 # 11, ноябрь 2015

УДК 514.185.2

Построение 3D-модели развертки четырех мерного симплекса

Рожков А. С.*, студент*
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
кафедра «Радиоэлектронные системы и устройства»

Лапшина С. А.*, студентка*
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
кафедра «Системы обработки информации и управления»

Научный руководитель: ***Соколова Л.С.****, доцент*
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
кафедра «Инженерная графика»

Многомерное пространство

Многомерное пространство – это евклидово пространство имеющее размерность больше 3-х, по другому – n-мерное евклидово пространство. Существуют разные понятия многомерного пространства, связанные с разными науками. Так , например, при изложении физического принципа относительности пользуются 4-х мерным пространством, элементами которого являются «мировые точки». В понятии «мировой точки» объединяется ее положение в пространстве с положением по времени, поэтому «мировые точки» задаются 4-мя координатами.[1]

Мы же будем рассматривать евклидово 4-мерное пространство, связанное с геометрией.

В чем заключается метод развертки

Развёртка поверхности — фигура, получающаяся в плоскости при таком совмещении точек данной поверхности с этой плоскостью, при котором длины линий остаются неизменными. Другими словами развертка –это представление nмерной фигуры в n-1 пространстве так, что свернув данную n-1 фигуру в n-мерном пространстве, мы получим исходную фигуру.

В своей работе мы рассмотрим именно этот способ на примере 4-х мерного тетраэдра (симплекса).

4-х мерный симплекс - простейший многогранник 4-х мерного пространства, аналогичный тетраэдру в 3-х мерном пространстве. Пространство, в котором введены координаты (x1, x2, x3, x4) - называется 4-х мерным декартовым пространством и обозначается R4, где 4 — размерность пространства.

Геометрическое тело как часть пространства отделена от остальной части пространства поверхностью – границей этого тела($\overline{T} = T + \overline{\text{пов.}}T$).

Следовательно фигура(образ) состоит из основного тела (самой фигуры) и поверхности, которую можно развернуть и изучить. По поверхности фигуры мы можем составить представление о самой фигуре.

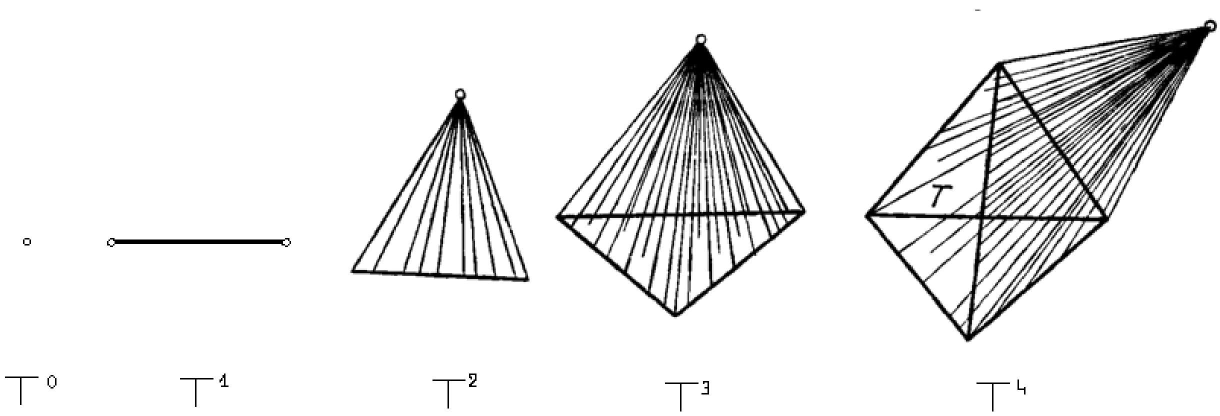

Рис. 1. Способ получения n-мерного геометрического образа через предыдущий

На рисунке (рис. 1) представлен способ получения 4-мерного геометрического образа путем умножения предыдущего образа на полуоткрытый отрезок (T^1+T^0) и добавления к нему точки T^0, который позволяет написать формулу состава образа :

Для отрезка :

$$\overline{T}^1 = T^1+2T^0 \quad (1)$$

Для плоскости:

$$\overline{T}^2 = T^1(T^1+T^0) +T^0 = T^2 + (3T^1+3T^0) \quad (2)$$

Для тетраэдра

$$\overline{T}^3 = T^2(T^1+T^0) +T^0 = T^3 + (4T^2+6T^1+4T^0) \quad (3)$$

Для 4-х мерного симплекса

$$\overline{T}^4 = T^3(T^1+T^0) +T^0 = T^4 + (5T^3+10T^2+10T^1+5T^0) \quad (4)$$

Как видно из приведенных выше формул поверхность фигуры имеет размерность на единицу меньше. Так равносторонний треугольник (2) состоит из треугольника(тела фигуры) и его поверхности, которая в свою очередь состоит из трех отрезков и трех точек.

Тетраэдр (3) состоит из «твердого» тела – тетраэдра и поверхности, состоящей из 4 плоскостей – равносторонних треугольников, имеет 6 отрезков – ребер и 4 точки.

Развертка состоит из фигур этого же тела, но на размерность меньше. К примеру : у 3-х мерного тетраэдра основной фигурой развертки является 2-х мерный тетраэдр - равносторонний треугольник. И следовательно анализ поверхности 4-х мерного симплекса (4) показывает, что она состоит из 5 тетраэдров: один в основании и еще 4-ре боковых. Тетраэдр – основная фигура из которых строится развертка 4-х мерного симплекса . Ее двумерные грани – треугольники, их всего 10. И наконец она имеет 10 ребер и 5 вершин. Увидеть этот геометрический образ 4-х мерного пространства мы не можем, но зато его состав нам известен.

Как выяснено, поверхность любого n-мерного многогранника состоит из элементов - граней, которые сами тоже являются многогранниками, только низших размерностей.. Вся поверхность 4-х мерного симплекса представляет собой трехмерное множество точек. Однако они расположены в 4-х мерном пространстве и перенести их в 3-х мерное без искажений - невозможно. Поэтому необходимо сделать разделить поверхность на простые тетраэдры, сделав несколько разрезов и разложить поверхность в 3-х мерном пространстве. Тогда она станет его разверткой. При разделении необходимо сохранить кол-во гране T^2 и формулу отдельных элементов, но кол-во ребер T^1 и вершин T^0 изменяется за счет разрезания.

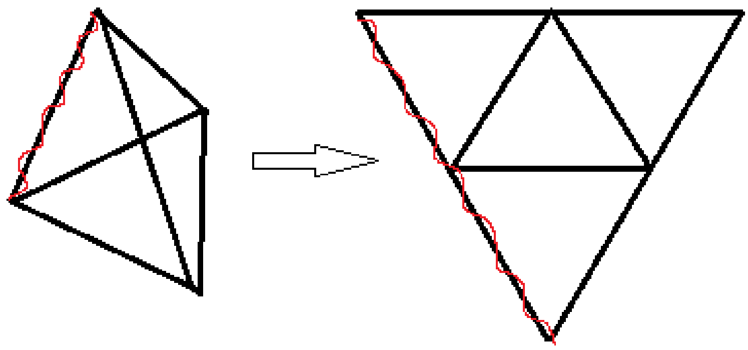

Рис. 2. Развертка поверхности 3-х мерного тетраэдра

Как видно на примере с 3-х мерным тетраэдром (рис.2) , при перенесении поверхности фигуры в 2-х мерное пространство, количество ребер увеличилось за счет разрезания фигуры, поэтому удобней выделить ребра, по которым данную развертку можно сложить в изначальную фигуру.

При построении развертки 4-х мерного симплекса основной фигурой выступает тетраэдр.

Поэтому сначала создадим эту основную фигуру. Для этого выбираем из библиотеки фигуру «пирамида» и задаем ей параметры :сторон – 3, вписанная в окружность d = 20, высотой $20\sqrt{2}$.

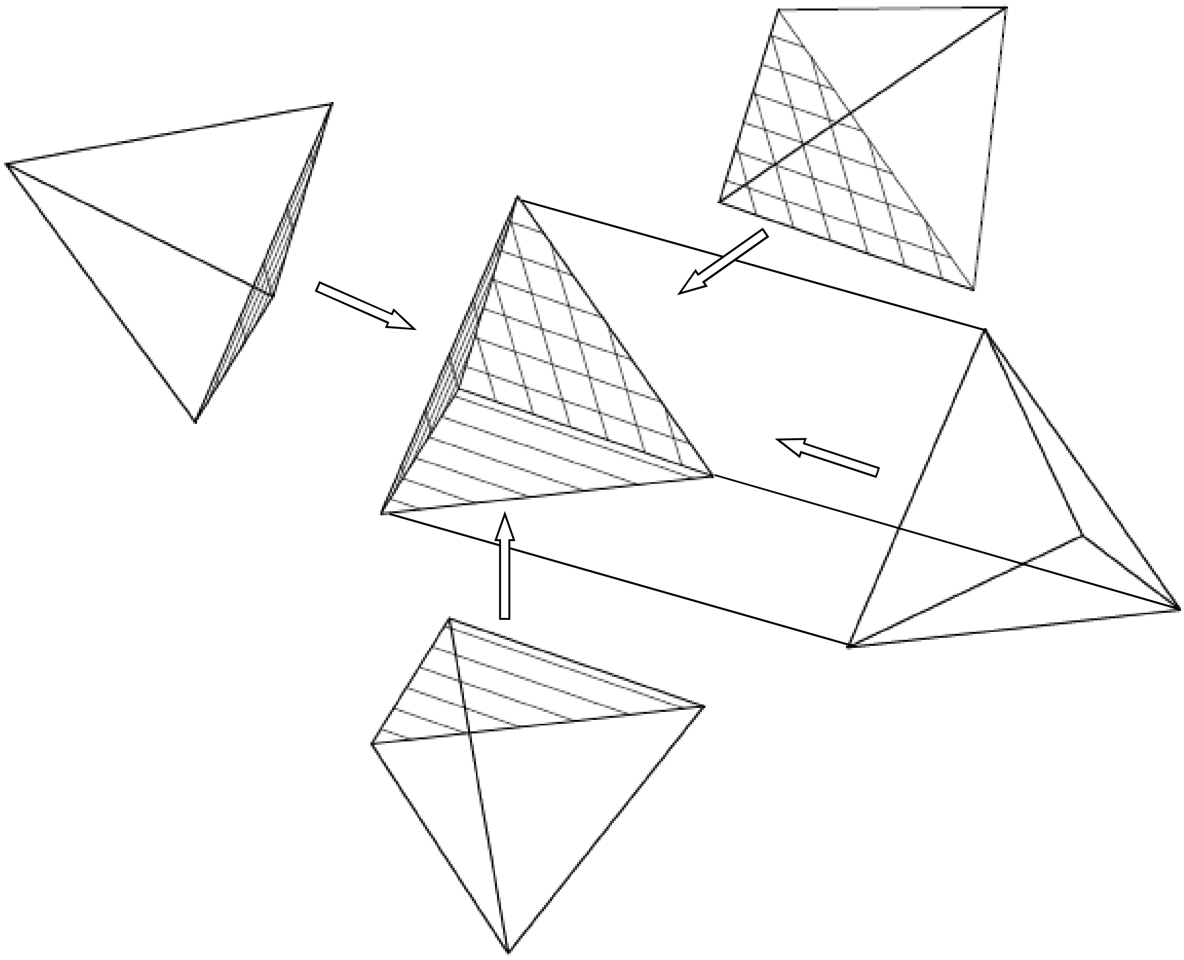

Рис. 3. Присоединение 4-х тетраэдров к основному

Далее присоединяем со всех сторон такие же тетраэдры– всего 5 (рис. 3). Или можно просто отразить данную фигуру от каждой из ее сторон. Мы получили развертку фигуры (По аналогии с разверткой 3-х мерного тетраэдра) (рис. 4) Так как это развертка, то чтобы получить фигуру нам нужно ее свернуть. Для наглядности мы обозначили грани, которые нужно совместить одинаковыми знаками (рис. 5, рис. 4).

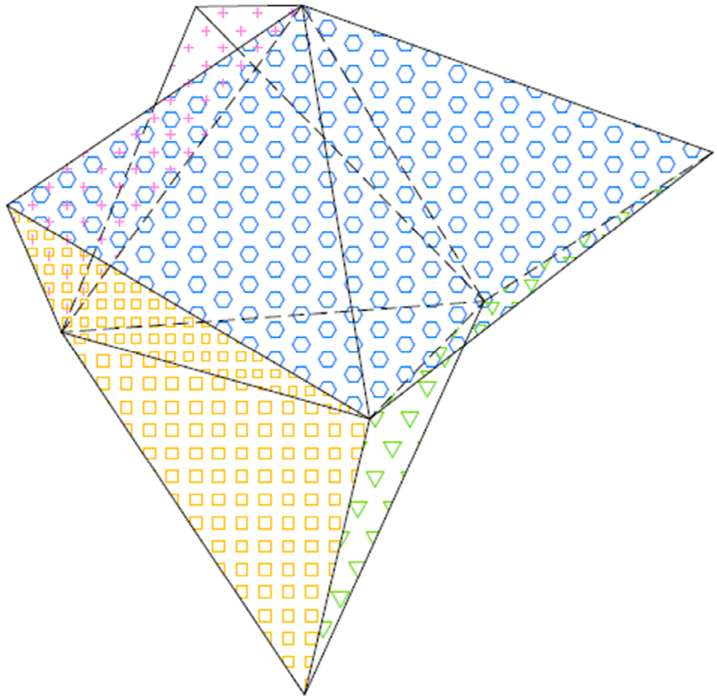

Рис. 4. 3D-модель развертки 4-х мерного симплекса. Вид спереди

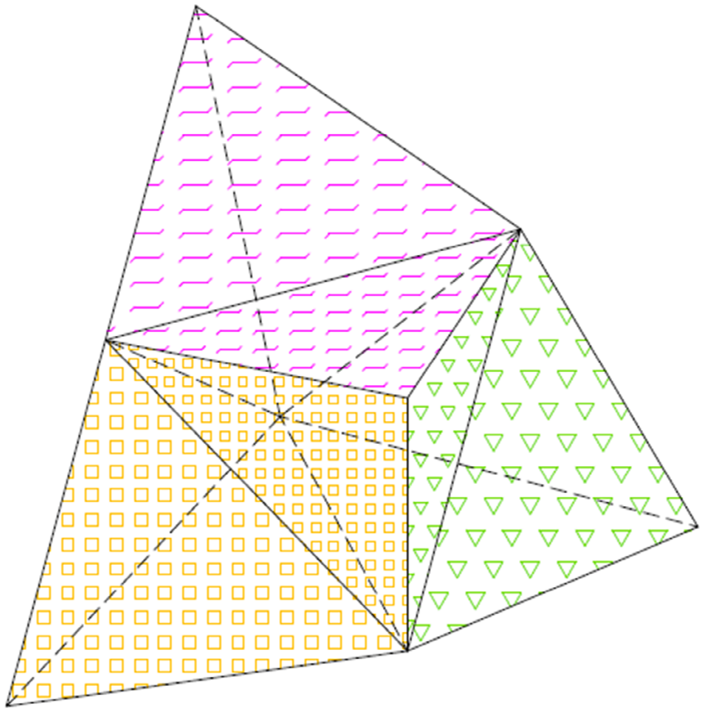

Рис. 5. 3D-модель развертки 4-х мерного симплекса. Вид снизу

Чтобы получить изображение 4-х мерной фигуры нужно сложить ее развертку по разрезам(раскрашенным граням). Отметим, что «увидеть» сам 4-х мерный многогранник нам не дано природой, но 3D – модель его развертки позволяет нам приблизиться к пониманию 4-х мерного пространства.

Список литературы

1. Гордевский Д.З., Лейбин А.С. Популярное введение в многомерную геометрию. Харьков: Изд-во Харьковского государственного университета, 1964. 191 с.
2. Боголюбов С.К. Инженерная графика: учебник для средних специальных учебных заведений. М : Машиностроение, 2009. 392 с.
3. Колмогорова А.Н., Лаврентьева М.А. Математика, ее содержание, методы и значение / под ред. А.Д. Александрова. М: Изд-во. Академии наук СССР, 1956. В 3 т. Т.1. 296 с.