

11, ноябрь 2015

УДК 621.396.969.181.4

Исследование работы обнаружителя с постоянным уровнем ложных тревог при малом отношении сигнал/шум

*Тунгушпаев А.А., студент
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
кафедра «Автономные информационные и управляющие системы»*

*Научный руководитель: Павлов Г. Л., доцент
кафедра «Автономные информационные и управляющие системы»,
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана
wave@sm.bmstu.ru*

Рассмотрим метод выбора порога путем «усреднения по отсчетам», так же называемом «cell-averaging» (CA). Линия задержки с отводами запоминает пачку импульсов и помещает их в опорные отсчеты, расположенные по разные стороны от исследуемого (CUT), причем некоторое количество отсчетов, соседних с исследуемым, исключены из процесса усреднения. Расстояние между отсчетами определяется разрешающей способностью радара. Далее содержимое исследуемого отсчета сравнивается с адаптивным порогом для принятия решения о наличии или отсутствии цели. Порог получается путем умножения усредненной оценки от всех ссылочных отсчетов на постоянную K_1 , используемой для масштабирования. Таким образом, порог отображает условия окружающей среды. Структурная схема такого обнаружителя приведена на рис.1.

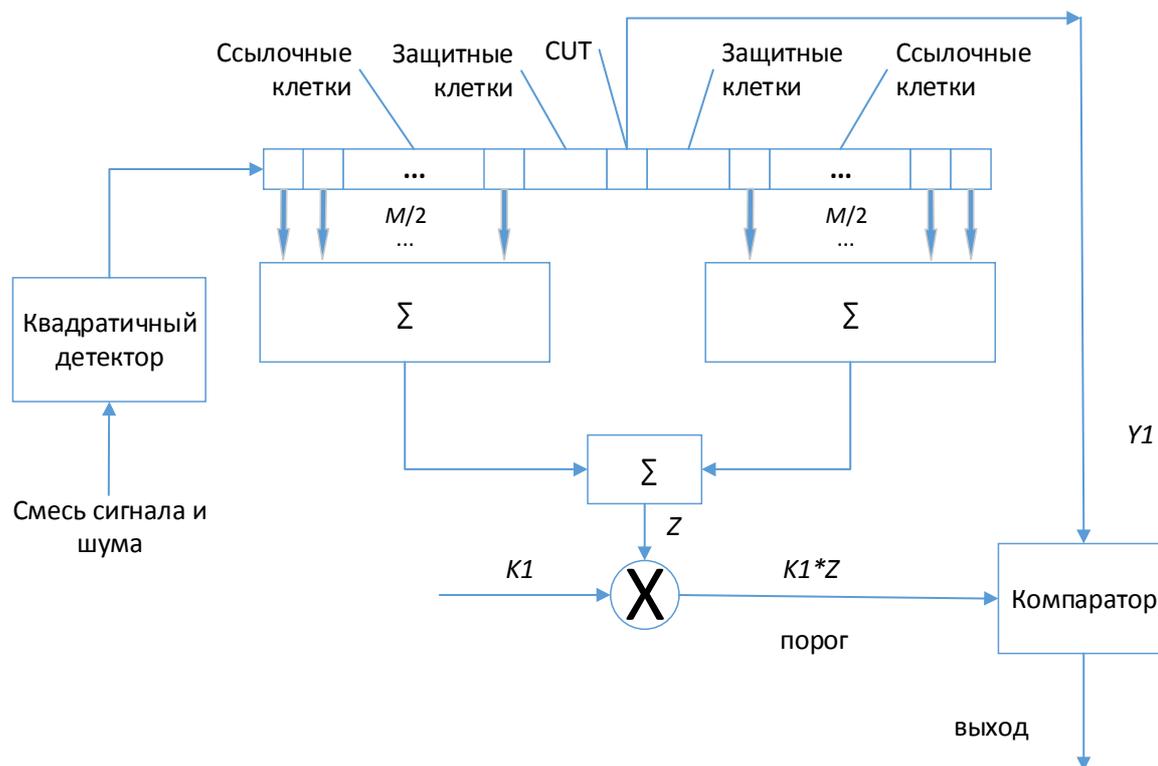


Рис. 1. Структурная схема обнаружителя

Вероятность ложной тревоги P_{fa} определяется как вероятность того, что в одной из выборок R сигнала $r(t)$ будет превышено пороговое напряжение V_T при условии, что на радаре присутствует один лишь шум:

$$P_{fa} = \int_{V_T}^{\infty} \frac{r}{\Psi^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\Psi^2}\right) dr = \exp\left(\frac{-V_T^2}{2\Psi^2}\right) \quad (1)$$

$$V_T = \sqrt{2\Psi^2 \ln\left(\frac{1}{P_{fa}}\right)} \quad (2)$$

На Рис.2 изображена зависимость порога обнаружения в зависимости от вероятности ложной тревоги. Как видно из этого рисунка, P_{fa} чувствительна к небольшим изменениям порогового значения.

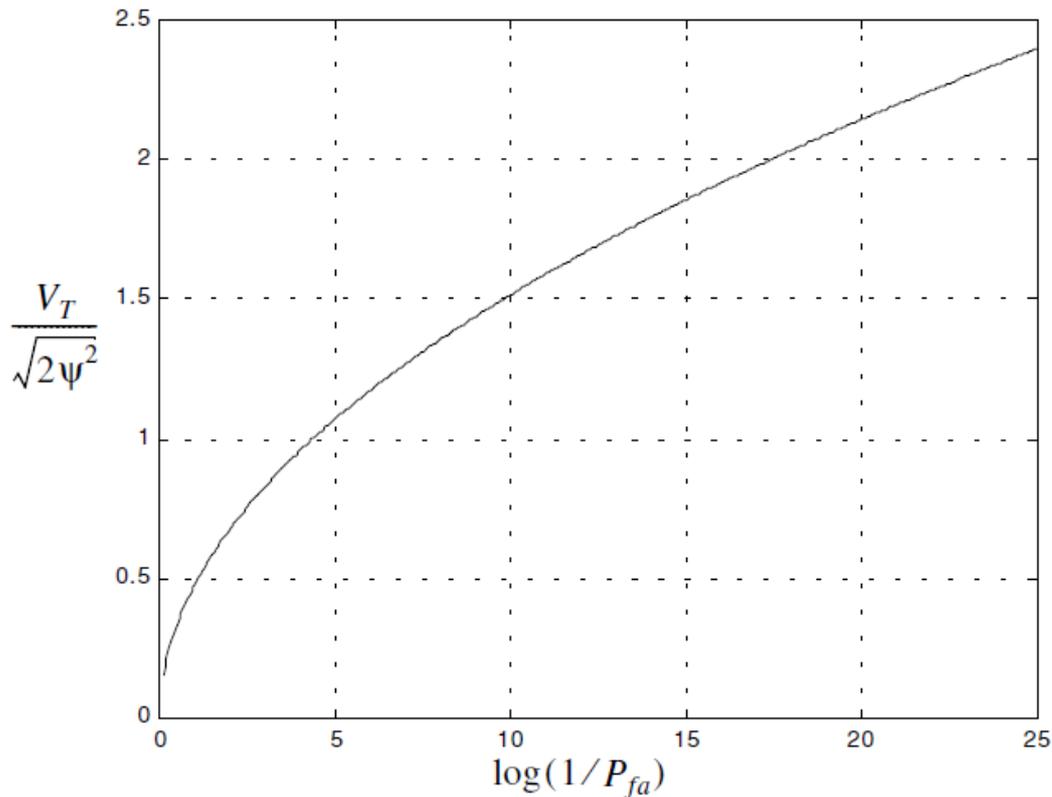


Рис.2 . Зависимость порога обнаружения от P_{fa}

Вероятность обнаружения P_D – вероятность того, что выборка R сигнала $r(t)$ будет превышать пороговое значение в случае наличия на приемнике радара и шума, и сигнала:

$$P_D = \int_{V_T}^{\infty} \frac{r}{\Psi^2} I_0\left(\frac{rA}{\Psi^2}\right) \exp\left(-\frac{r^2 + A^2}{2\Psi^2}\right) dr, \quad (3)$$

где I_0 – функция Бесселя.

Предположим, что сигнал гармонический с амплитудой A . Тогда его мощность равна $A^2/2$. Используя соотношение сигнал/шум $SNR = A^2/2\Psi^2$ и $(V_T^2/2\Psi^2) = \ln(1/P_{fa})$, перепишем уравнение (3) при условии, что P_{fa} мало, а P_D относительно велико:

$$P_D = F\left(\frac{A}{\Psi} - \sqrt{2\ln\left(\frac{1}{P_{fa}}\right)}\right) \quad (4)$$

Порог обнаружения вычислен так, чтобы приемник радара поддерживал постоянную, заранее определенную вероятность ложной тревоги.

$$V_T = \sqrt{2\Psi^2 \ln\left(\frac{1}{P_{fa}}\right)} \quad (5)$$

Статическая модель с равномерным фоновым шумом описывает классическую сигнальную обстановку, когда в опорном окне присутствует стационарный шум. В такой модели интересны два случая:

1. Сигнал от одиночной цели в исследуемом отсчете на фоне равномерного шума.
2. Равномерный шум в пределах всего опорного окна.

В обоих случаях шум в соседних отсчетах имеет равномерное распределение. В случае отсутствия цели случайная величина исследуемого отсчета статически независима от соседних отсчетов и имеет аналогичное с ними распределение.

В отсчете CUT объявлено обнаружение, если

$$Y_1 \geq K1 * Z \quad (6)$$

Так как мы считаем, что цель находится в отсчете CUT, и все ссылочные отсчеты содержат гауссов шум с дисперсией Ψ^2 , то выход ссылочных отсчетов Z представляет собой переменную величину с гамма-распределением с $2M$ степенями свободы. В этом случае функция плотности совместной вероятности (ФПВ) выглядит так

$$f(z) = \frac{z^{(M/2)-1} e^{(-z/2\Psi^2)}}{2^{M/2} \Psi^M \Gamma(M/2)}; \quad z > 0, \quad (7)$$

где Γ – гамма-функция, Z - некогерентная интеграция x_n импульсов, вычисляемая по формуле

$$z = \sum_{n=1}^{n_p} x_n \quad (8)$$

Ранее вероятность ложной тревоги была получена для постоянного порога. Когда реализован ПУЛТ-обнаружитель, вероятность ложной тревоги может быть получена из условной вероятности ложной тревоги, которая усреднена по всем возможным значениям порога чтобы достичь безусловной вероятности ложных тревог. Условную вероятность ложных тревог, когда $y=V_T$, можно записать так

$$P_{fa}(V_T = y) = e^{-y/2\Psi^2}, \quad (9)$$

Из этого следует безусловная вероятность ложных тревог

$$P_{fa} = \int_0^{\infty} P_{fa}(V_T = y) f(y) dy \quad (10)$$

где $f(y)$ – это ФПВ порогового значения, которое совпадает с уравнением (7) с точностью до константы KI . Поэтому

$$f(y) = \frac{y^{(M/2)-1} e^{(-y/2K1\Psi^2)}}{(2K1\Psi^2)^M \Gamma(M)}; \quad z > 0 \quad (11)$$

Подставим уравнения (9) и (11) в (10) и получим

$$P_{fa} = \frac{1}{(1 + K1)^M} \quad (12)$$

Теперь, как можно заметить, вероятность ложной тревоги независима от мощности шума, что и являлось целью ПУЛТ-обнаружителя.

СА-алгоритм обеспечивает лучшие характеристики обнаружения и минимальную вероятность ложной тревоги при значительных уровнях шума. Однако неравномерный шум в реальных условиях работы радаров обуславливает невозможность его практического применения.

Причинами неравномерности шума являются присутствие множества целей и скачки фонового шума. В случае наличия множества целей вероятность обнаружения СА-алгоритма падает из-за невозможности избежать в оценке шума мощности отраженного от мешающей цели сигнала. Это, в свою очередь, ведет к завышению порога обнаружения.

Для того, чтобы избежать этих проблем, разработаны альтернативные алгоритмы обнаружения и их модификации, например, метод порядковых статистик(OS). Вкратце, этот алгоритм оценивает мощность шума, выбирая K -й наибольший отсчет среди N -опорных. Модифицированные обнаружители: максимальный(MX-CFAR) и минимальный(MN-CFAR) обнаружители. Эти алгоритмы обеспечивают характеристики лучше, чем классические СА- и OS- обнаружители за счет полного использования информации в отсчетах. Эти ПУЛТ обнаружители комбинируют СА и OS методы.

MX-обнаружитель позволил решить проблему увеличения вероятности ложной тревоги при скачке шума. Финальная оценка мощности шума определяется наибольшей из оценок, рассчитанных по алгоритмам СА и OS.

MN-обнаружитель предотвращает подавление сигналов близко расположенных целей. Мощность шума оценивается как минимальная из оценок СА и OS.

Исследуем работу ПУЛТ обнаружителя при отношении сигнал/шум, равным 3,125.

Моделирование проведем в программном комплексе MathCad. В качестве исходных данных используем гауссов шум с такими параметрами (Рис.3):

- количество отсчетов – 75
- мат.ожидание – 0
- СКО – 4

$j := 0..75$

$rs := \text{rnorm}(75, 0, 4)$

$ms := \text{rnorm}(75, 0, 4)$

$\text{var}(rs) = 15.311$

$\text{var}(ms) = 15.218$

$\text{mean}(rs) = -0.275$

$\text{mean}(ms) = -0.595$

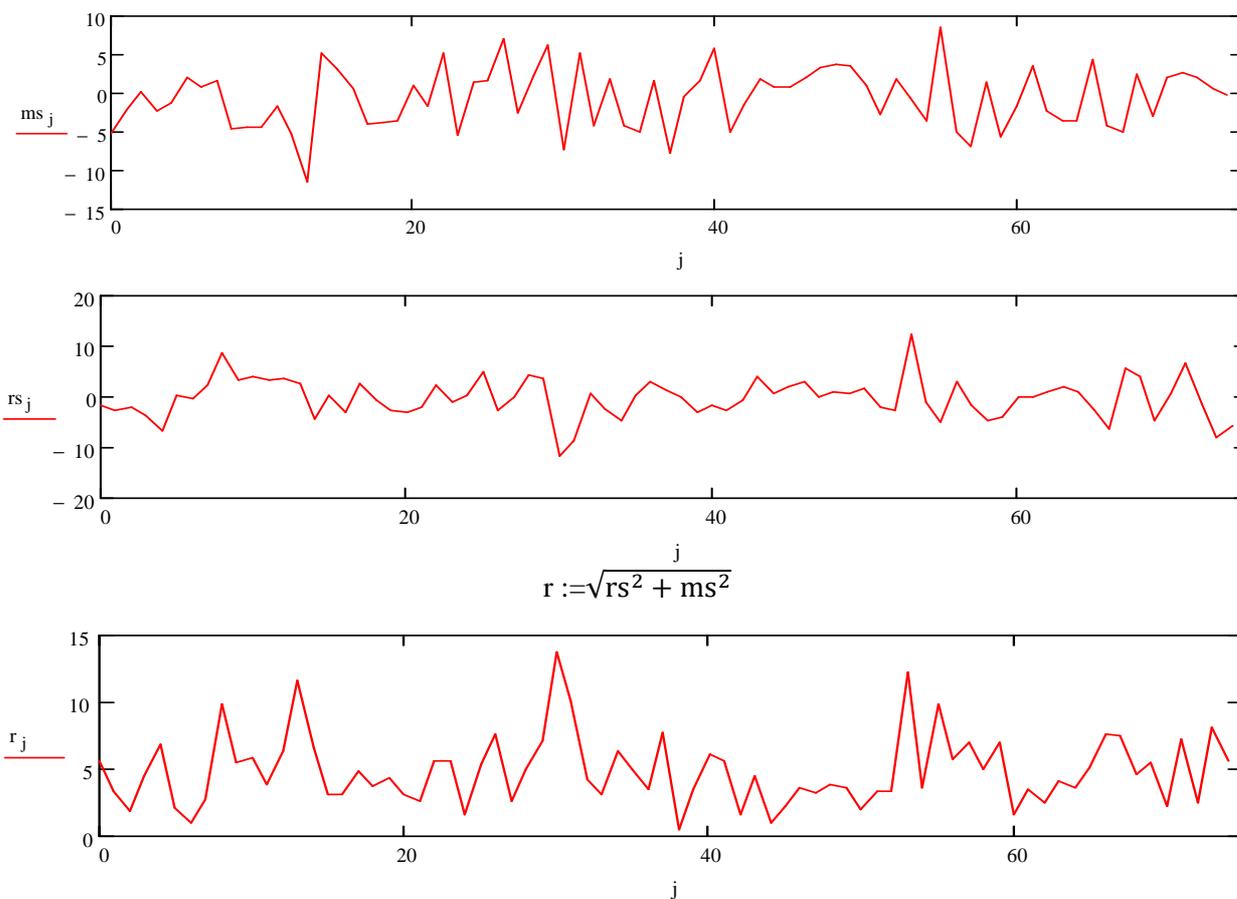


Рис. 3. Гауссов шум

Зададим наличие цели в 21 отсчете:

$$r_{19} := 40; \text{ sh} = 3.125$$

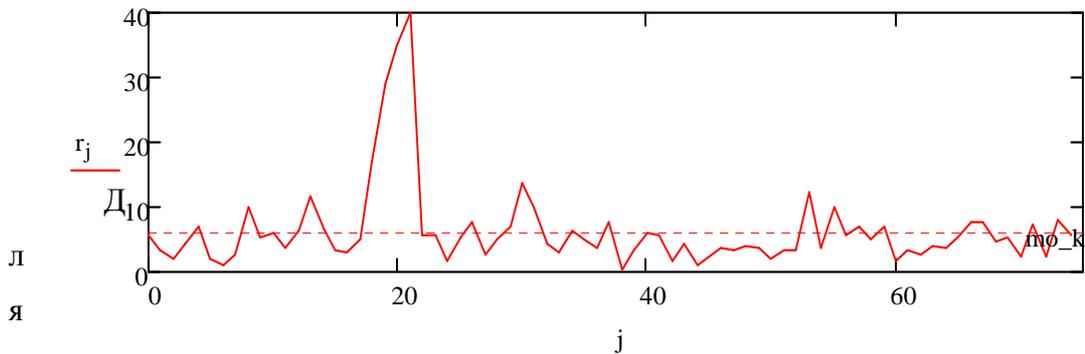


Рис. 4. Смесь шума и сигнала, отраженного от цели

М

Усредненная оценка отсчетов, находящихся левее исследуемой клетки, показана на рисунке 4:

$$n := 8, 9..67$$

$$sl_n := \frac{1}{6} \sum_{j=n-7}^{n-2} (r_j)$$

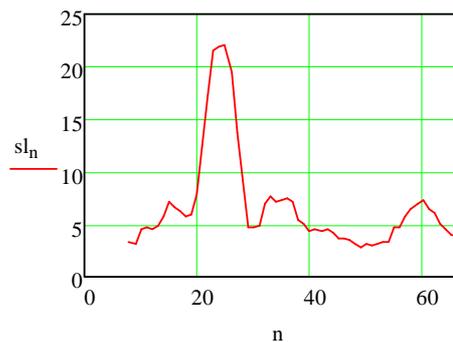


Рис. 5. Усредненная оценка «левых» ячеек

Усредненная оценка отсчетов, находящихся правее исследуемой клетки, показана на рисунке 5:

$$n := 8, 9..67$$

$$sp_n := \frac{1}{6} \sum_{j=n+2}^{n+7} (r_j)$$

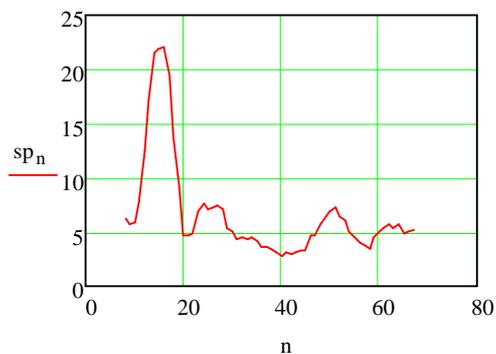


Рис. 6. Усредненная оценка «правых» ячеек

Для MN-CFAR порог вычислен по формуле (13). Результат расчета приведен на графике ниже:

$$s_{\min_n} := \min(sl_n, sp_n) \quad (13)$$

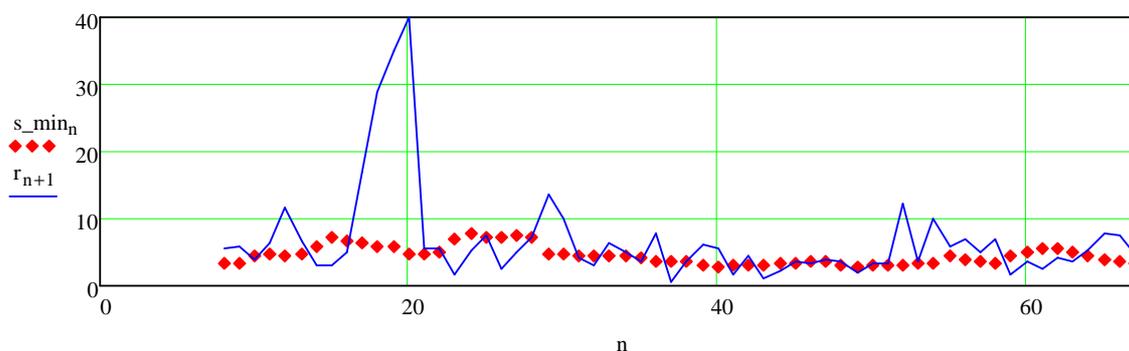


Рис. 7. Порог MN-CFAR

Для MX-CFAR порог вычислен по формуле (14). Результат расчета приведен на графике ниже:

$$s_{\max_n} := \max(sl_n, sp_n) \quad (14)$$

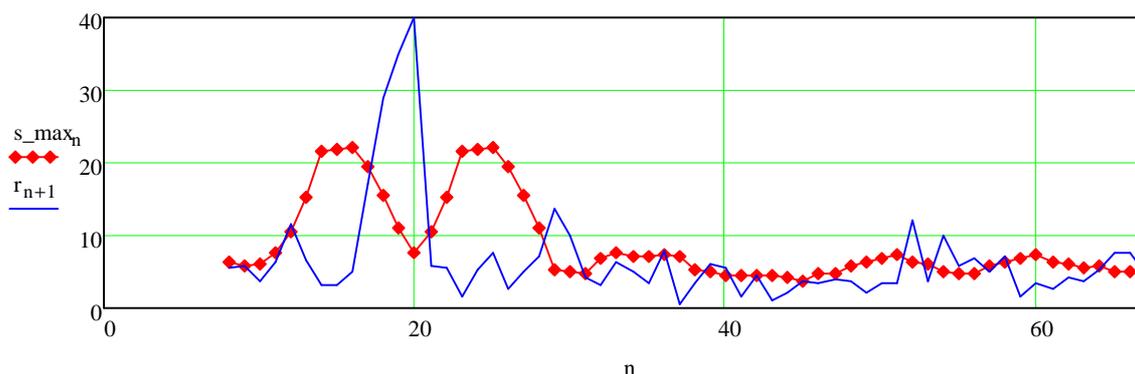


Рис. 8. Порог MX-CFAR

В результате моделирования показано, что при отношении сигнал/шум равном 3.125, порог обнаружения по критерию (MN- и MX- CFAR) составит 5.1. При этом вероятность ЛТ не превысит 10^{-2} .

$$\text{por} := 5.1$$

MIN-CFAR

$$ob_min_{n+1} := \text{if}(r_{n+1} > s_min_n * \text{por}, 1, 0)$$

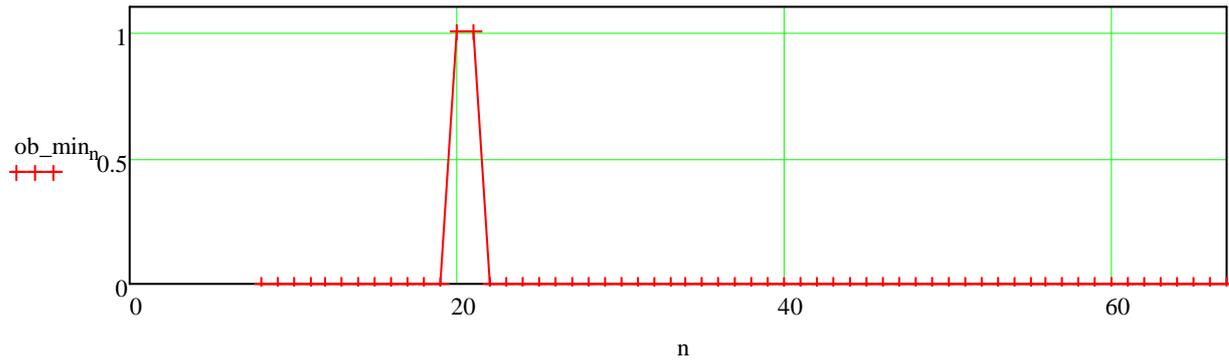


Рис. 9. Обнаружения MN-CFAR

MX-CFAR

$$ob_max_{n+1} := \text{if}(r_{n+1} > s_max_n * \text{por}, 1, 0)$$

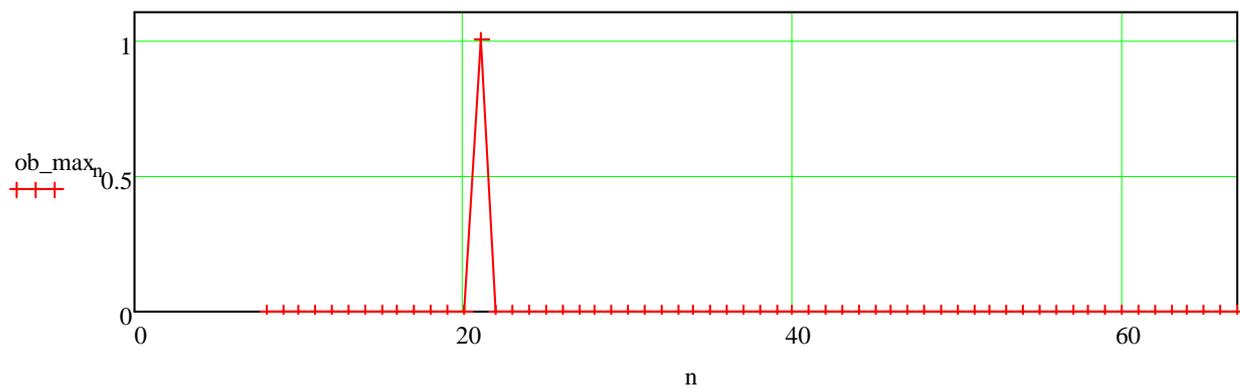


Рис. 10. Обнаружения MX-CFAR

Выводы

В статье рассмотрена модель ПУЛТ-обнаружителя с постоянным уровнем ложных тревог, основанном на усреднении по отсчетам дальности (СА), и модифицированные алгоритмы, такие как MX-CFAR и MN-CFAR. Эти алгоритмы работают на основании двух оценок уровня шума для N ячеек опорного окна: одна из них основана на подходе «усреднения по отсчетам», а другая – на основе метода «порядковых статистик». В дальнейшем планируется изучение совмещения этих обнаружителей в одном устройстве.

Список литературы

1. Бакулев П.А., Степин В.М. Методы и устройства селекции движущихся целей. М.: Радио и связь, 1986. 288 с., ил.

2. Bassem R Mahafza Radar Systems Analysis and Design Using Matlab. Huntsville, Alabama: Crc Press Inc, 2000. 533 с
3. Эль Машад М.Б. Анализ характеристик модифицированных CFAR обнаружителей в случае множества целей и неравномерном фоновом шуме // Известия вузов. Радиоэлектроника. Электрон. журн. 2013. № 8. Режим доступа: <http://radio.kpi.ua/article/view/S0021347013080013> (дата обращения 12.03.2015).