12, декабрь 2015

УДК 662.997:697.3

Математическая модель солнечного водонагревателя с плоским листочковым коллектором

Селиванов И.А., студент

*Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
Аэрокосмический факультет*

Научный руководитель: Бушуев А.Ю., к.т.н

*Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
кафедра «Вычислительная математика и математическая физика»
bauman@bmstu.ru*

В наше время вопросам использования возобновляемых источников энергии уделяется серьезное внимание. Эти источники энергии рассматриваются как существенное дополнение к традиционным. Среди возобновляемых источников энергии солнечная радиация по масштабам ресурсов, экологической чистоте и повсеместной распространенности наиболее перспективна.

Существуют довольно большие возможности применения солнечных установок для индивидуальных потребителей. Расширение масштабов применения солнечных установок не только даст значительную экономию энергоресурсов, но и позволит смягчить экологическую ситуацию.

Применения солнечных установок замещает дорогое топливо и предотвращает загрязнение окружающей среды вредными выбросами топливоиспользующих установок.

Наиболее просты в конструктивном отношении солнечные водонагревательные системы, имеющие годовой КПД 30-50%.

Солнечный водонагреватель (далее – СВН) предназначен для производства горячей воды путём поглощения солнечного излучения, преобразование его в тепло, аккумуляции и передачи потребителю.

СВН состоит из солнечного коллектора (СК) и бака-аккумулятора (БА), соединенных между собой трубами (Тр) в замкнутую теплогидравлическую систему – гелиоконтур.

Солнечный коллектор обеспечивает сбор солнечного излучения в любую погоду, ослабляя зависимость от внешней температуры. Коэффициент поглощения энергии коллекторов достигает 98 %, но из-за потерь, связанных с отражением света стеклянными трубками и их неполной светопрозрачностью, он ниже.

Пассивные (Термосифонные) СВН работают на основе естественной циркуляции воды в замкнутом контуре. Давление, вызывающее это движение воды, определяется градиентом плотности, возникающим вследствие нагрева воды в солнечном коллекторе и охлаждение её по мере удаления от него.

Солнечный коллектор включает в себя:стеклозащищенное покрытие (СП) – прозрачная теплоизоляция; теплоприемную панель (ТПП) – поверхность, которая поглощает солнечную энергию и передает её теплоносителю, текущему по трубкам; корпус (К).

В мировой практике производства солнечных коллекторов для нагрева жидкого теплоносителя по технологичности изготовления, надежности эксплуатации и, соответственно, масштабы применения ведущее место занимает листотрубная конструкция лучепоглощающих теплообменных панелей [1]. Классический вариант этой конструкции состоит из элемента, поглощающего солнечное излучение (абсорбер), прозрачного покрытия и термоизолирующего слоя. Абсорбер связан с теплопроводящей системой. Он покрывается чёрной краской либо специальным селективным покрытием (обычно чёрный никель) для повышения эффективности. Прозрачный элемент обычно выполняется из закалённого стекла с пониженным содержанием металлов, либо особого рифлёного поликарбоната. Задняя часть панели покрыта теплоизоляционным материалом. Трубки, по которым распространяется теплоноситель, изготавливаются из сшитого полиэтилена либо меди. Сама панель является воздухонепроницаемой, для чего отверстия в ней заделываются силиконовым герметиком.

Как показывают результаты исследований [2], расчетные выражения, выведенные для определения теплотехнических характеристик теплообменных панелей рассматриваемого типа, применимы для большинства конструкций лучепоглощающих теплообменных панелей плоских солнечных коллекторов для нагрева жидкого теплоносителя.

Повышение эффективности гелиосистем отопления зданий связано с применением наиболее совершенного гелиотехнического оборудования в сочетании с оптимальными теплотехническими решениями, направленными на сокращение тепловых потерь и

соответствующее снижение потребности в энергии, а так же на использование конструкции самого здания для улавливания солнечной энергии.

Ключевым вопросом является разработка, оптимизация, конструирование и производство гелиоустановок, имеющих высокую эффективность при допустимых затратах.

Целью данной работы является математическое моделирование солнечного водонагревателя с плоским листотрубным коллектором.

Примем следующие допущения, идеализирующие характер происходящих процессов в СВН:

1. Температура воды на каждом участке гелиоконтуродинакова по длине участка (модель с сосредоточенными параметрами): T_1 – температура воды в канале СК; T_2 – температура воды в трубке между СК и БА; T_3 – температура воды в БА; T_4 – температура воды в трубке между БА и СК.
2. Профиль температуры вдоль пластины примем параболическим от температуры T_5 на трубке канала СК до температуры T_6 в середине межтрубного пространства.
3. Температура БА равна температуре жидкости в баке T_3 .
4. В системе предусмотрено устройство, препятствующее обратной циркуляции воды в ночное время.
5. Местными гидравлическими потерями, связанными с поворотом, разветвлением или слиянием потока, расширением при входе в БА, сужением при выходе из БА, пренебрегаем.
6. Рассмотрим режим работы СВН без потребления воды.
7. Потерями теплоты через боковые стенки СК пренебрегаем.

На основании сделанных допущений и закона сохранения энергии нестационарные тепловые процессы в СВН могут быть описаны системой обыкновенных дифференциальных уравнений. Приведем уравнения баланса энергии для каждого элемента тепловой модели СВН.

Уравнение баланса теплоты в объеме одной трубки СК имеет вид

$$\rho_1 c_1 V_1 \frac{dT_1}{dt} + G_1 c_1 (T_1 - T_4) = \alpha_{1-5} S_1 (T_5 - T_6), \quad (1)$$

где ρ_1 – плотность воды;

c_1 – теплоемкость воды;

V_1 – объем воды в одном канале СК;

t – время;

G_1 – расход воды через один канал СК;

α_{1-5} – коэффициент теплообмена между водой и трубкой СК;

S_1 – площадь внутренней поверхности трубки СК.

Аналогичные уравнения можно записать для соединительных труб между СК и БК, и самого бака. При этом учитывается наличие слоя теплоизоляции как на трубках, так и на баке.

Уравнение баланса теплоты в баке в рамках сделанных допущений имеет вид:

$$\rho_1 c_1 V_3 \frac{dT_3}{dt} = (T_c - T_3) \left[\frac{S_3^{(1)}}{R_3^{(1)}} + \frac{S_3^{(2)}}{R_3^{(2)}} + \frac{S_3^{(3)}}{R_3^{(3)}} \right] + G c_1 (T_2 - T_3). \quad (2)$$

Здесь V_3 – объем воды в баке;

T_c – температура окружающей среды;

$S_3^{(1)}$ – площадь средней поверхности теплоизоляции на боковой поверхности бака;

$S_3^{(2)}$ – площадь верхнего днища бака;

$S_3^{(3)}$ – площадь нижнего днища бака;

$R_3^{(i)}$ – термическое сопротивление на единицу площади поверхности при переносе теплоты от жидкости через стенку бака в окружающую среду:

$$R_3^{(i)} = \frac{1}{\alpha_{3-0_1}^{(i)}} + \frac{h_3^{(i)}}{\lambda_3} + \frac{1}{\alpha_{3-0_2}^{(i)}}, i = 1, 2, 3,$$

где $\alpha_{3-0_1}^{(i)}$ – коэффициент теплообмена на наружной поверхности бака с окружающей средой; $\alpha_{3-0_2}^{(i)}$ – коэффициент теплообмена между водой в баке и внутренней поверхностью бака; G – расход воды в гелиоконтуре.

Запишем уравнение баланса энергии для трубки СК. Плотность потока солнечного излучения падающего на поверхность СК можно аппроксимировать зависимостью

$$q_s^{(0)} = q_{\max} \sin \left(\pi \frac{t - t_B}{t_D} \right),$$

где $q_{\max}$ – максимальная плотность потока, Вт/м²;

t_B – время восхода Солнца;

t_D – продолжительность светового дня.

Введя коэффициент A_{cn} пропускания солнечного излучения стеклозащитным покрытием и коэффициент ε восприятия солнечного излучения теплоприемной панелью, представим солнечный поток, поглощенный трубкой СК, в виде:

$$Q_5 = q_s^{(0)} A_{cn} \varepsilon l_1 d_5,$$

где l_1 – длина трубки;

d_5 – диаметр трубки.

Тепловой поток от теплоприемной панели, поглощенный трубкой СК, можно представить как $2l_1 h_6 q_{6-5}$, где h_6 – толщина ТПП, а q_{6-5} – плотность теплового потока от ТПП к трубке.

В силу сделанного допущения распределение температуры вдоль оси, проходящей в плоскости ТПП перпендикулярно оси трубки СК, имеет вид

$$T(y) = \alpha y^2 + \beta y + \gamma, \quad (3)$$

где y – расстояние вдоль указанной оси с началом в центре межтрубного промежутка.

Найдем коэффициенты α, β и γ этой аппроксимации, воспользовавшись граничными условиями. При $y = 0$ получаем $T(0) = T_6$, отсюда $\gamma = T_6$; $\left. \frac{dT}{dy} \right|_{y=0} = 0$, отсюда

$\beta = 0$. На стыке ТПП и трубки СК при $y = \frac{b-d_5}{2}$ (b – расстояние между трубками СК)

получаем

$$T\left(\frac{b-d_5}{2}\right) = T_5 = T_6 + \alpha \left(\frac{b-d_5}{2}\right)^2,$$

$$\text{отсюда } \alpha = 4 \frac{T_5 - T_6}{b - d_5}$$

Следовательно, плотность теплового потока q_{6-5} может быть записана как

$$q_{6-5} = 4\lambda_6 \frac{T_6 - T_5}{b - d_5}.$$

Итак, теплота, поглощенная трубкой, расходуется на увеличение энтальпии трубки $\rho_5 c_5 V_5 \frac{dT_5}{dt}$, и на нагрев воды в ней $\alpha_{1-5} S_1 (T_5 - T_1)$, и уходит в окружающую среду с

температурой T_c через дно СК $\left(l_1 d_5 \frac{T_5 - T_c}{R_5^{(2)}} \right)$ и через СП $\left(l_1 d_5 \frac{T_5 - T_c}{R_5^{(1)}} \right)$.

Таким образом, уравнение баланса энергии имеет вид

$$\rho_5 c_5 V_5 \frac{dT_5}{dt} + \alpha_{1-5} S_1 (T_5 - T_1) + l_1 d_5 (T_5 - T_c) \left(\frac{1}{R_5^{(1)}} + \frac{1}{R_5^{(2)}} \right) = q_s^{(0)} A_{cn} \varepsilon l_1 d_5 + 8 l_1 h_6 \lambda_6 \frac{T_6 - T_5}{b - d_5}. \quad (4)$$

Здесь $R_5^{(1)} = \frac{1}{\alpha_{5-0}^{(1)}} + \frac{h_{cn}}{\lambda_{cn}} + \frac{1}{\alpha_{5-0}^{(2)}}$, где h_{cn} – толщина СП;

$\alpha_{5-0}^{(1)}$ – коэффициент теплообмена между СП и окружающей средой;

$\alpha_{5-0}^{(2)}$ – коэффициент теплообмена между СП и ТПП;

$$R_5^{(2)} = \frac{1}{\alpha_{5-0}^{(3)}} + \frac{h_5}{\lambda_5},$$

где $\alpha_{5-0}^{(3)}$ – коэффициент теплообмена между изоляцией СК и окружающей средой;

λ_5 – коэффициент теплопроводности теплоизоляции СК;

h_5 – толщина изоляции.

Для построения уравнения баланса энергии, описывающего нестационарный процесс в теплоприемной панели, учитывая ее симметрию, достаточно рассмотреть половину панели между трубками СК.

Уравнение баланса энергии для выделенного элемента ТПП шириной Δy и длиной l_1 имеет вид

$$\rho_6 c_6 h_6 l_1 \Delta y \Delta T = \left[q_s^{(0)} A_{cn} \varepsilon \Delta y l_1 + l_1 \Delta y (T_0 - T) \left(\frac{1}{R_5^{(1)}} + \frac{1}{R_5^{(2)}} \right) + \left(-\lambda_6 \frac{dT}{dy} \Big|_y + \lambda_6 \frac{dT}{dy} \Big|_{y+\Delta y} \right) h_6 l_1 \right] \Delta t,$$

разделив на Δy и Δt и перейдя к пределу при $\Delta y \rightarrow 0$, получим

$$\rho_6 c_6 h_6 l_1 \frac{\Delta T}{\Delta t} = q_s^{(0)} A_{cn} \varepsilon l_1 + l_1 (T_c - T) \left(\frac{1}{R_5^{(1)}} + \frac{1}{R_5^{(2)}} \right) + \lambda_6 \frac{d^2 T}{dy^2} h_6 l_1.$$

Упростим последнее уравнение. Используя предположение о характере распределения температуры (3) можно записать, что

$$\frac{d^2 T}{dy^2} = 8 \frac{(T_5 - T_6)}{(b - d_5)^2}.$$

Далее, проинтегрировав уравнение баланса по y в пределах от 0 до $\frac{b-d_5}{2}$ и устремив Δt к 0, окончательно получаем

$$\rho_6 c_6 V_6 \left(2 \frac{dT_6}{dt} + \frac{dT_5}{dt} \right) = \left[3 q_s^{(0)} A_{cn} \varepsilon + \left(\frac{1}{R_6^{(1)}} + \frac{1}{R_6^{(2)}} \right) (3T_c - 2T_6 - T_5) \right] S_6^{(1)} + 12 S_6^{(2)} \lambda_6 \frac{T_5 - T_6}{b - d_5} \quad (5)$$

Где $S_6^{(1)} = \frac{b-d_5}{2} l_1$, $S_6^{(2)} = h_6 l_1$, $V_6 = \frac{b-d_5}{2} S_6^{(2)}$, $q_s^{(1)} = q_s^{(0)} A_{cn} \varepsilon$.

Начальное условие задачи имеет вид

$$T_i|_{t=0} = T_{i0}, i = \overline{1, 6}. \quad (6)$$

В уравнение (2) входит величина расхода теплоносителя G . В случае естественной циркуляции воды в СВН расход G должен определяться совместно с решением задачи о температурном состоянии гелиоконтра на каждом временном шаге. Найдем связь между расходом и циркуляционным давлением Δp .

Известно [5], что избыточное давление, под влиянием которого происходит движение воды в замкнутом контуре (циркуляционное давление), может быть определено по формуле

$$\Delta p = g \sum_i H_i (\rho_{i+1} - \rho_i),$$

где g – ускорение силы тяжести;

H_i – высота i -го участка гелиоконтра;

ρ_i – плотность воды i -го участка гелиоконтра.

В установившемся режиме циркуляционное давление Δp уравнивается гидравлическими потерями Δp_i на всех участках i замкнутого контра:

$$\Delta p = \sum_i \Delta p_i; \Delta p_i = \Delta p_{M_i} + \Delta p_{\tau_i} = \xi_{M_i} \frac{\rho_i v_i^2}{2} + \xi_{\tau_i} \frac{\rho_i v_i^2}{2},$$

где ξ_{τ_i} , ξ_{M_i} – коэффициенты сопротивления трения и местного гидравлического сопротивления режима.

В случае ламинарного режима течения воды в гелиоконтре

$$\xi_{\tau_i} = \frac{64 \lambda_i}{\text{Re } d_i},$$

где $\text{Re} = \frac{v_i d_i}{\nu}$ – число Рейнольдса;

ν – коэффициент кинематической вязкости жидкости, $\text{м}^2/\text{с}^2$;

v_i – скорость воды;

d_i – диаметр трубки (или бака).

Далее, учитывая известное соотношение для массового расхода воды

$$G = S_i v_i \rho_i,$$

получаем уравнение для его определения

$$\sum_i \rho_{M_i} \frac{1}{2 \rho_i S_i^2} G^2 + 32 \nu \sum_i \frac{\lambda_i}{\alpha_i^2 S_i} G - g \sum_i H_i (\rho_{i+1} - \rho_i) = 0. \quad (7)$$

Математическую модель гелиоконтура (1), (2), (4) – (7) можно дополнить параметрами потребления воды в отдельные моменты времени.

В результате была получена математическая модель солнечного водонагревателя, работа которого основана на термосифонном эффекте. Математическая модель позволяет рассчитать температурный режим на каждом участке гелиоконтура. В дальнейшем, требуется дополнительное исследование с целью определения оптимальных параметров солнечного коллектора и солнечного водонагревателя в целом для создания эффективных конструкций.

Список литературы

1. Абуев И.М., Мышко Ю.Л., Смирнов С.И. О техническом уровне солнечных коллекторов и перспективах его повышения в СССР // Монтажные и специальные работы в строительстве. 1984. № 4. С. 8–9.
2. Авезов Р.Р., Орлов А.Ю., Солнечные системы отопления и горячего водоснабжения. Ташкент: Фан. 1988. 288 с.
3. Авезова Н.Р. Комплексная оптимизация параметров листотрубных лучепоглощающих теплообменных панелей плоских солнечных коллекторов для нагрева жидкого теплоносителя // Международный научный журнал ГЕЛИОТЕХНИКА. 2011. № 1. С.8–15.
4. Харченко Н.В. Индивидуальные солнечные установки. М.: Энергоатомиздат. 1991. 208 с.
5. Беляков А.П., Дульнев Г.Н., Савинцева Л.А., Сахова Е.В. Математическая модель гелиоконтура для горячего водоснабжения // Международный научный журнал ГЕЛИОТЕХНИКА. 1989 № 3. С. 25-30.