

УДК 531.6.011.32:532.582.4:517.958

Математическое моделирование пространственного дозвукового обтекания фюзеляжа ЛА

Ковалева Е.А., студент

Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,

Аэрокосмический факультет,

кафедра «Вычислительная математика и математическая физика»

Научный руководитель: Тимофеев В.Н., к. т. н., доцент

Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,

кафедра «Вычислительная математика и математическая физика»

bauman@bmstu.ru

1. Введение

В данной работе для математического моделирования пространственного дозвукового обтекания фюзеляжа летательного аппарата (ЛА) используется подход, основанный на концепции вязко-невязкого взаимодействия [1]. В соответствии с положениями этой концепции предполагается, что давление на поверхности рассматриваемого фюзеляжа летательного аппарата Σ , обтекаемого потоком реальной вязкой среды, можно получать по результатам расчетов невязкого обтекания некоторого эквивалентного тела $\Sigma_{\text{э}}$. В предположении о малом влиянии толщины вытеснения пограничного слоя поверхность эквивалентного тела $\Sigma_{\text{э}}$ представляет собой поверхность обтекаемого тела, дополненную в области отрыва потока поверхностью, моделирующей спутный след [4].

При выборе формы спутного следа было принято во внимание, что давление вблизи линии схода спутного следа с поверхности обтекаемого тела должно быть близким к значениям давления в потоке реального газа, т.е. близким к так называемому донному давлению. При моделировании отрыва для тела, имеющего цилиндрический фюзеляж, указанного эффекта можно добиться, выбирая форму следа в соответствии с рекомендациями работ [5] и [6].

2. Построение математической модели

Рассматривается обтекание фюзеляжа летательного аппарата потоком газа с умеренной дозвуковой скоростью. Поэтому расчет обтекания эквивалентного тела проводится в рамках теории несжимаемой невесомой среды.

Считается, что течение является потенциальным всюду вне поверхности эквивалентного тела. Таким образом, скорость в произвольной точке M_0 на поверхности Σ находится как

$$\bar{V}(M_0) = \nabla \varphi(M_0) + \bar{V}_\infty, \quad (1)$$

где $\varphi(M_0)$ - потенциал возмущенных скоростей; ∇ - оператор Гамильтона; $\bar{V}_\infty$ - скорость набегающего потока.

Подстановка (1) в уравнение неразрывности приводит к уравнению Лапласа относительно потенциала возмущенных скоростей. В соответствии с граничными условиями непротекания поверхности обтекаемого тела и затухания возмущений на бесконечности потенциал возмущенных скоростей $\varphi(M_0)$ является решением внешней задачи Неймана для уравнения Лапласа:

$$\Delta \varphi(M_0) = 0 \quad (2)$$

$$\left. \frac{\partial \varphi(M_0)}{\partial \bar{n}} \right|_\Sigma = -\bar{V}_\infty \cdot \bar{n}(M_0) \Big|_\Sigma \quad (3)$$

$$\varphi(M_0) \rightarrow 0, M_0 \rightarrow \infty \quad (4)$$

$$\nabla \varphi(M_0) \rightarrow 0, M_0 \rightarrow \infty. \quad (5)$$

Внешняя задача Неймана имеет единственное решение, которое ищется в виде потенциала двойного слоя

$$\varphi(M_0) = \frac{1}{4\pi} \int_\Sigma \frac{\bar{r} \cdot \bar{n}(M)}{r^3} g(M) d\Sigma,$$

где $\bar{r}$ - вектор, направленный из точки M , расположенной на элементе площади $d\Sigma$, в точку вычисления скорости M_0 ; r - модуль вектора $\bar{r}$; $g(M)$ - поверхностная плотность потенциала двойного слоя.

Потенциал возмущенных скоростей $\varphi(M_0)$ является решением сформулированной внешней задачи Неймана для уравнения Лапласа (2)-(5), если его поверхностная плотность удовлетворяет интегральному уравнению

$$\frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial \bar{n}_{M_0}} \int_{\Sigma} \left(\frac{\bar{r} \cdot \bar{n}(M)}{r^3} \right) g(M) d\Sigma = -\bar{V}_{\infty} \cdot \bar{n}(M_0).$$

Для численного моделирования процесса обтекания рассматриваемого тела поверхность эквивалентного тела Σ_0 аппроксимируется конечным числом панелей Σ_k , $k=1, \dots, N$, с постоянной плотностью потенциала двойного слоя g_k .

При этом скорость жидкости в каждой точке, не лежащей на поверхности, определяется формулой

$$\bar{V}(M_0) = \bar{V}_{\infty} + \sum_{k=1}^N g_k \left(\frac{1}{4\pi} \nabla_{M_0} \int_{\Sigma_k} \frac{\bar{r} \cdot \bar{n}(M)}{r^3} d\Sigma \right).$$

Градиент потенциала двойного слоя, размещенного на панели Σ_k с постоянной плотностью g_k , равен скорости, индуцированной замкнутой вихревой нитью L_k , расположенной на границе $\partial \Sigma_k$ и имеющей циркуляцию Γ_k , равную $-g_k$. Следовательно, справедливо следующее соотношение

$$\frac{g_k}{4\pi} \nabla_{M_0} \int_{\Sigma_k} \frac{\bar{r} \cdot \bar{n}(M)}{r^3} d\Sigma = \frac{\Gamma_k}{4\pi} \int_{L_k} \frac{d\bar{s} \times \bar{r}}{r^3}.$$

Поэтому по контуру каждой панели размещены вихревые нити, интенсивность которых полагается неизвестной. Вихревые нити индуцируют скорости, вычисляемые в соответствии с законом Био-Савара. Скорость в произвольной точке M_0 отыскивается в виде суммы скоростей, индуцируемых всеми вихревыми рамками, моделирующими поверхность тела, и скорости набегающего потока

$$\bar{V}(M_0) = \bar{V}_{\infty} + \sum_{k=1}^N \Gamma_k \overline{w_k}(M_0),$$

где $\overline{w_k}(M_0)$ - вектор функции скорости, равный скорости, индуцированной k -ой вихревой нитью L_k с единичной циркуляцией.

Далее используется метод дискретных вихрей[2]. В каждой вихревой рамке специальным образом выбирается контрольная точка C_v , в которой записывается условие непротекания поверхности тела (3). Для определения неизвестных циркуляций Γ_k решается система линейных алгебраических уравнений:

$$\sum_{k=1}^N \Gamma_k (\overline{w_k}(C_v) \cdot \bar{n}(C_v)) = -\bar{V}_{\infty} \cdot \bar{n}(C_v), \quad (6)$$

где $\bar{n}(C_v)$ – орт нормали к панели Σ_k в контрольной точке C_v .

Нахождение распределения скорости и давления на поверхности обтекаемого тела производилось в соответствии с расчетными соотношениями, представленными в работах [3], [4] и [5]. Для учета влияния донного давления использовалась методика, изложенная в работах [6] и [7].

Коэффициент аэродинамического сопротивления

$$C_x = \frac{X}{q_\infty S},$$

где X - сила лобового сопротивления; q_∞ - скоростной напор.

При наличии у обтекаемой поверхности донного среза сопротивление от давления обычно разделяют еще на две составляющие, а именно: сопротивление от давления на боковую поверхность (головное сопротивление) и сопротивление от давления на донный срез (донное сопротивление). Таким образом, сила аэродинамического сопротивления разделяется на три составляющие:

$$X = X_p + X_{дон} + X_f,$$

где X_p - сопротивление давления, $X_{дон}$ - донное сопротивление, X_f - сопротивление трения.

3. Результаты

На основе представленной методики было проведено численное моделирование обтекания фюзеляжа летательного аппарата, представляющего собой цилиндрический корпус, снабженный головной частью оживальной формы.

Получено распределение скорости и коэффициента давления на поверхности обтекаемого тела как для нулевых, так и для ненулевых углов атаки (рис. 1-3).

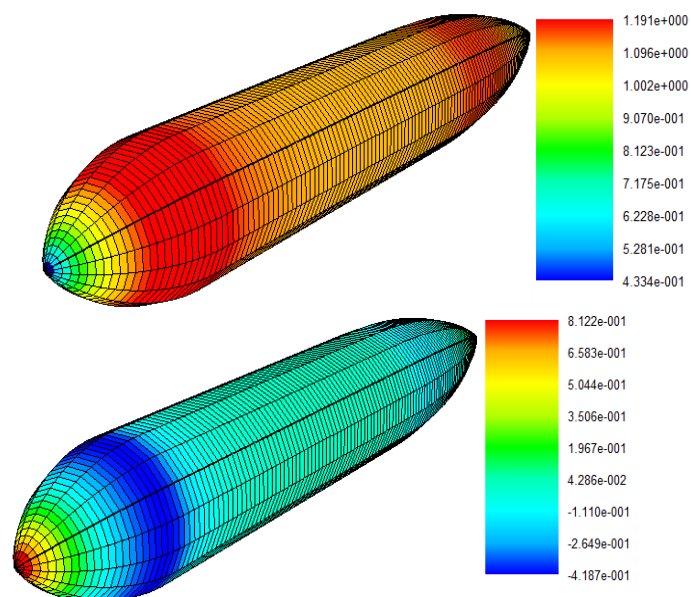


Рис. 1. Распределение модуля скорости V и коэффициента давления C_p на поверхности эквивалентного тела при угле атаки $\alpha = 0^\circ$ ($L_f = 1, L_{cl} = 3, L_c = 2.2$)

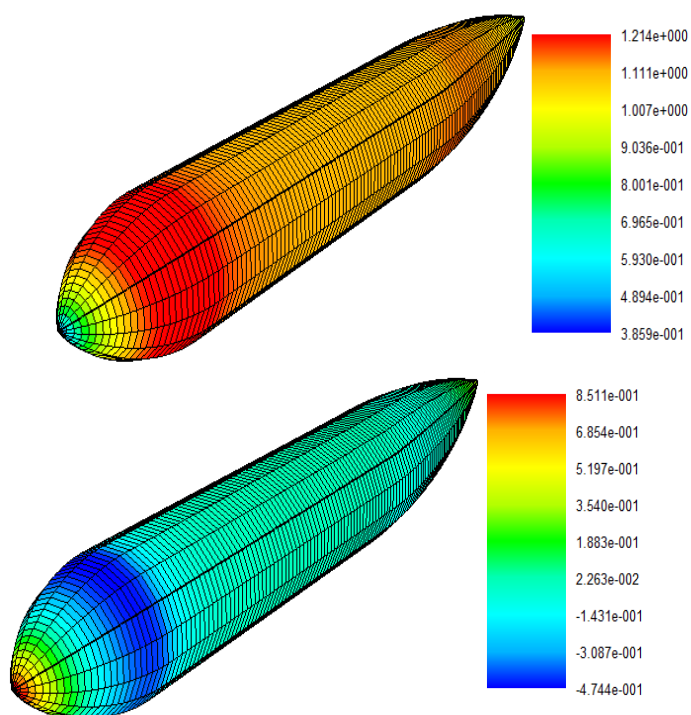


Рис. 2. Распределение модуля скорости V и коэффициента давления C_p на поверхности эквивалентного тела при угле атаки $\alpha = 5^\circ$ ($L_f = 1, L_{cl} = 3, L_c = 2$)

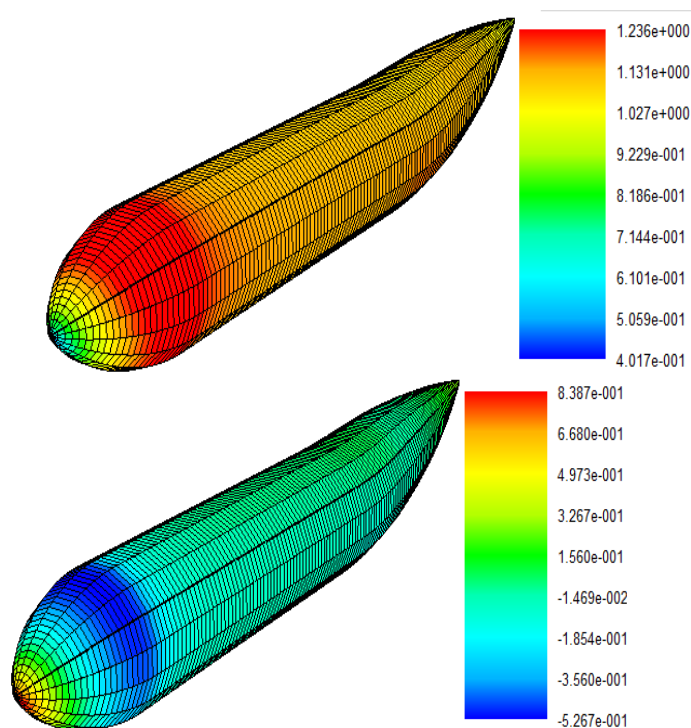


Рис. 3. Распределение модуля скорости V и коэффициента давления C_p на поверхности эквивалентного тела при угле атаки $\alpha = 10^\circ$ ($L_\Gamma = 1, L_\Pi = 3, L_C = 2$)

Для осесимметричного обтекания изучено влияние длины спутного следа L_C на распределенные и суммарные характеристики.

На рис. 4 представлено распределение скорости V и коэффициента давления C_p на поверхности эквивалентного тела Σ_γ от безразмерной продольной координаты X при фиксированной длине головной части $L_\Gamma = 1.6$ и длине цилиндрической части $L_\Pi = 4$ и различной длине спутного следа: $L_C = 2, L_C = 2.4, L_C = 2.8$.

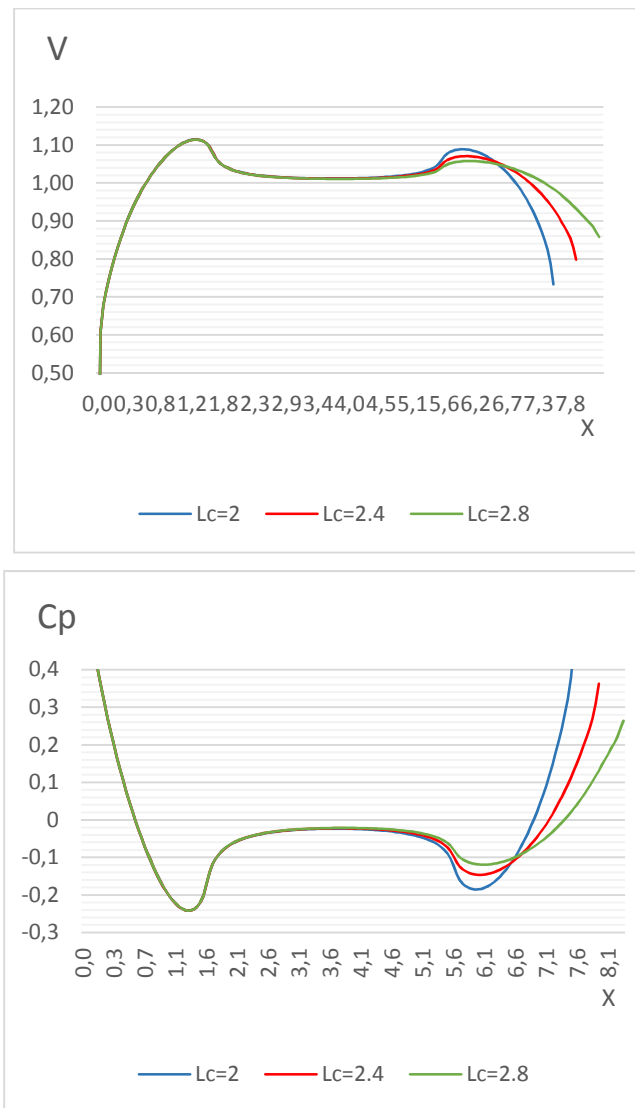


Рис. 4. Распределение модуля скорости V и коэффициента давления C_p по образующей эквивалентного тела от безразмерной продольной координаты X при различной длине спутного следа L_C

Зависимость коэффициента аэродинамического сопротивления C_X и его составляющих: коэффициента сопротивления от давления C_{X_p} и коэффициента донного сопротивления $C_{X_{дон}}$ от длины спутного следа L_C при фиксированной длине головной части $L_\Gamma = 1.6$ и цилиндрической части $L_\Pi = 4$ представлена на рис. 5.

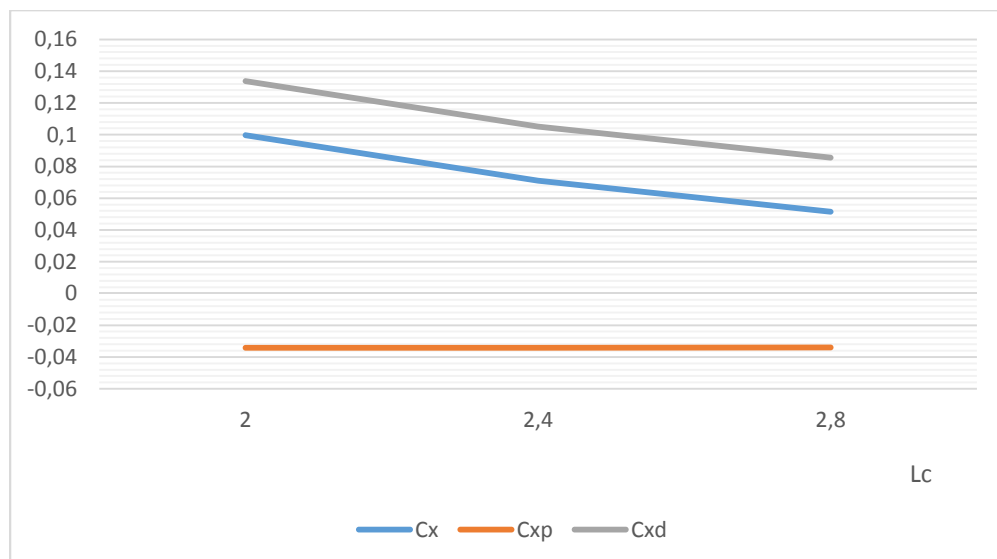


Рис. 5. Зависимость коэффициента аэродинамического сопротивления C_x и его составляющих: коэффициента сопротивления от давления C_{x_p} и коэффициента донного сопротивления $C_{x_{дон}}$ от длины спутного следа L_c

Далее была установлена зависимость коэффициента аэродинамического сопротивления C_x от длины обтекаемого тела и числа Рейнольдса.

При нахождении коэффициента аэродинамического сопротивления C_x должно быть учтено донное давление. В соответствии с предположением о том, что отрыв потока происходит на линии донного среза, выбиралась такая длина хвостового участка эквивалентного тела L_c , при которой на донном срезе обтекаемого тела коэффициент донного сопротивления $C_{x_{дон}}$ принимал бы значение, равное коэффициенту $C_{x_{дон}}$, вычисленному по формуле Хорнера

$$C_{x_{дон}} = 0.015 \sqrt{\frac{D}{C_f L_T}},$$

где D - диаметр миделевого сечения; $L_T = L_f + L_{ц}$ - суммарная длина тела при фиксированной длине головной L_f и цилиндрической $L_{ц}$ части обтекаемого тела; C_f - коэффициент поверхностного трения плоской пластины в потоке несжимаемой среды, зависящий от числа Рейнольдса и координаты точки перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный.

Коэффициент поверхностного трения вычислялся в предположении, что режим течения в пограничном слое полностью турбулентный

$$C_f = \frac{0.455}{(\lg Re)^{2.58}},$$

где Re - число Рейнольдса, определяемое для полной длины обтекаемого тела.

Составляющая аэродинамического сопротивления от сил давления C_{x_p} определялась путем интегрирования давления по поверхности обтекаемого тела.

$$C_{x_p} = -\frac{1}{q_\infty S_M} \iint_{\Sigma_T} (p - p_\infty) \cos(n, x) d\Sigma = -\frac{1}{q_\infty S_M} \sum_{k=1}^N (p_k - p_\infty) \cos(n_k, x) \Delta \Sigma_k,$$

где S_M - площадь миделевого сечения.

На рис. 6 представлена зависимость коэффициента аэродинамического сопротивления C_x , включающего в себя составляющую от сил давления C_{x_p} и коэффициент донного сопротивления $C_{x_{дон}}$, от суммарной длины тела $L_T = L_f + L_{ц}$ и следующих чисел Рейнольдса: $Re = 10^6$, $Re = 2 \cdot 10^6$, $Re = 5 \cdot 10^7$.

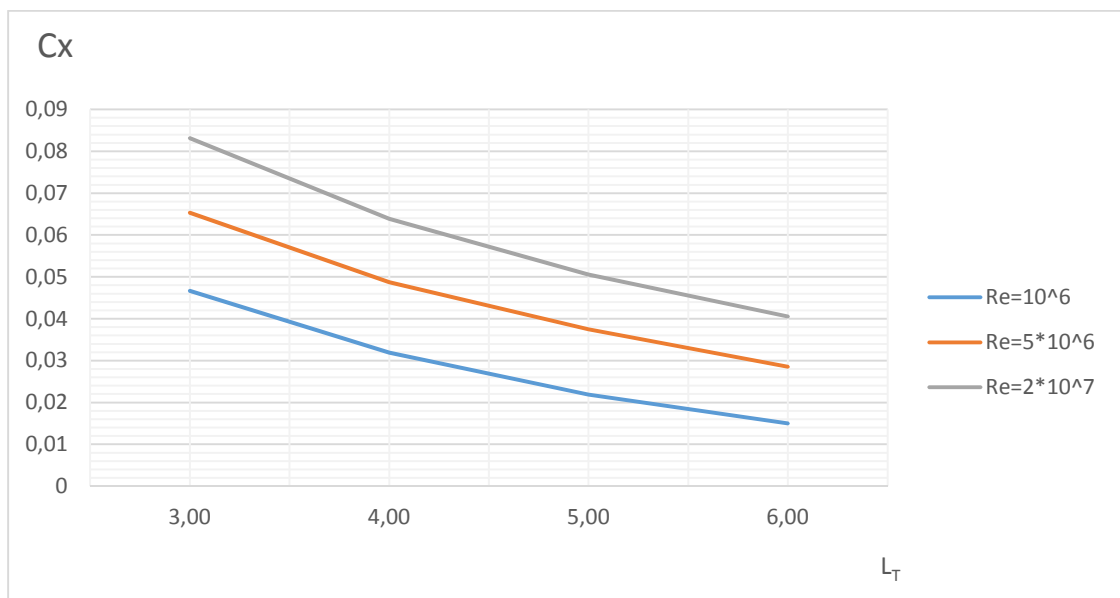


Рис. 6. Зависимость коэффициента аэродинамического сопротивления C_x от длины тела

L_T и чисел Рейнольдса

Пограничный слой, стекающий с поверхности тела, охватывает застойную зону за донным срезом, отделяя ее от внешнего потока. В результате этого эжектирующее действие внешнего потока ослабляется, поэтому, чем толще пограничный слой у донного среза (чем больше длина тела), тем меньше донное разрежение [8]. Зависимость

коэффициента донного сопротивления $C_{x_{дон}}$ от длины тела $L_T=3...6$ представлена на рис. 7.

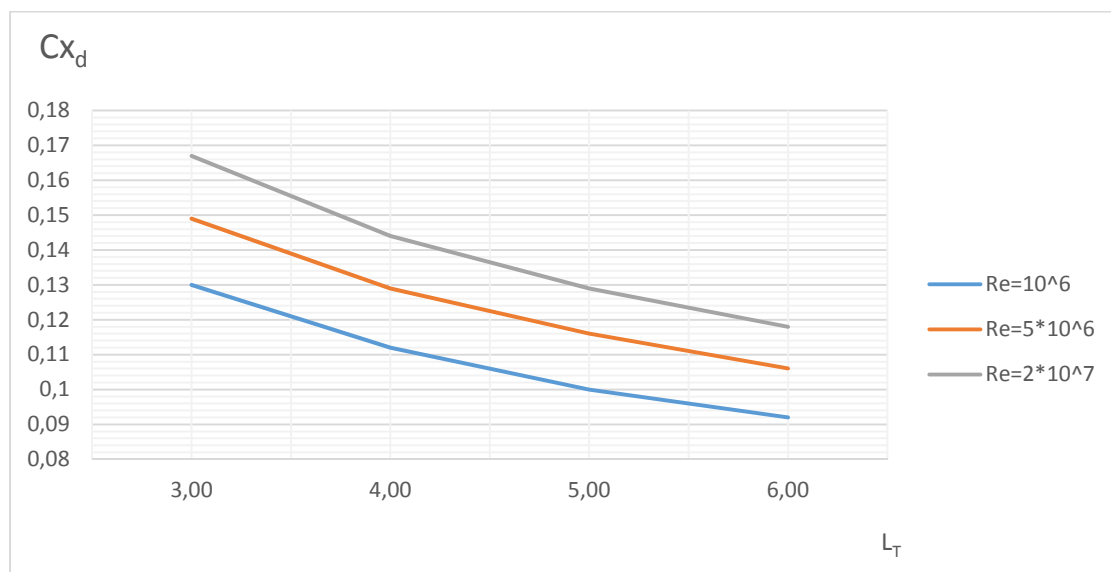


Рис. 7. Зависимость коэффициента донного сопротивления $C_{x_{дон}}$ от длины тела L_T и чисел Рейнольдса

4. Выводы

Полученные в данной работе данные иллюстрируют возможность проведения математического моделирования невязкого обтекания фюзеляжа ЛА, представляющего собой цилиндрический корпус с головной частью с помощью представленной методики, а также оперативного получения результатов с использованием относительно несложной замкнутой методики расчета отрывного дозвукового обтекания тел, учитывающей влияние донного давления.

Список литературы

1. Гогиш А.В., Степанов Г.Ю. Отрывные и кавитационные течения. М.: Наука, 1990. 384 с.
2. Белоцерковский С.М., Ништ Н.И. Отрывное и безотрывное обтекание тонких крыльев идеальной жидкостью. М.: Наука, 1978. 352 с.
3. Лифанов И.К. Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент. М.: ТОО «Янус», 1995. 520 с.
4. Тимофеев В.Н., Бушуев А.Ю. Математическое моделирование обтекания тел с отрывом дозвукового потока в донной области // Вестник МГТУ им Н.Э. Баумана.

- Сер. Естественные науки. Спец. вып. № 4. Математическое моделирование. 2012. С. 94-99.
5. Тимофеев В.Н., Бушуев А.Ю. Численное моделирование дозвукового отрывного обтекания осесимметричных тел // Инженерный журнал: наука и инновации. 2013. Вып. 9. Режим доступа: <http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/aero/967.html> (дата обращения 10.10.2014).
 6. Тимофеев В.Н. Математическое моделирование отрывного дозвукового обтекания осесимметричных тел с учетом донного давления // Инженерный журнал: наука и инновации 2014, вып. 10. Режим доступа: <http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/aero/1246.html> (дата обращения 10.10.2014).
 7. Hoerner, S. F. Base Drag and Thick Trailing Edges // Journal of the Aeronautical Sciencesю. 1950. Vol. 17, No. 10. P. 622–628.
 8. Аржаников Н.С., Садекова Г.С. Аэродинамика летательных аппаратов. М.: Высшая школа, 1983. 359 с.