электронный журнал
МОЛОДЕЖНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК
Издатель ФГБОУ ВПО "МГТУ им. Н.Э. Баумана". Эл No. ФС77-51038.

 # 12, декабрь 2015

УДК 681.516:629.78

Алгоритм формирования оптимальных периодических орбитальных структур по критерию безопасности и точности

Титков И.П., *студент*
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
Аэрокосмический факультет,
кафедра «Системы автоматического управления»

Научный руководитель: Карпунин А.А., к.т.н., доцент
кафедра «Системы автоматического управления»,
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана
bauman@bmstu.ru

Математическая модель

Рассматривается относительное движение «ведомого» аппарата относительно «ведущего», находящегося на круговой орбите.

Ось $0x$ направлена вдоль радиус-вектора «ведущего» КА, ось $0z$ вдоль вектора орбитального углового момента, ось $0y$ дополняет оси до правой тройки векторов. Положение каждого КА группы задается относительно «виртуального ведущего» КА – точка в пространстве, относительно которой задается конфигурация группы.

Относительное невозмущенное движение пары КА описывается системой уравнений Клохесси-Уилтшира [1]:

$$\begin{cases} \ddot{x} = 3n^2 x + 2n\dot{y}, \\ \ddot{y} = -2n\dot{x}, \\ \ddot{z} = -n^2 z, \end{cases}$$

где $n = \sqrt{\mu / a^3}$, μ – гравитационный параметр, a – длина большой полуоси эллипса или радиус круговой орбиты «ведущего» КА.

Решение системы уравнений может быть представлено в матричном виде:

$$\bar{X} = \bar{A}\bar{X}_0,$$

где $\bar{X}(t) = \left(x(t), y(t), z(t), \dot{x}(t), \dot{y}(t), \dot{z}(t)\right)^T$ – вектор состояния, $\bar{X}_0$ – вектор начальных условий для решения задачи Коши. Матрица состояния $\bar{A}$ имеет вид:

$$\bar{A}=\begin{pmatrix} 4-3\cos nt & 0 & 0 & n^{-1}\sin nt & 2n^{-1}(1-\cos nt) & 0 \\ 6(\sin nt-nt) & 1 & 0 & -2n^{-1}(1-\cos nt) & n^{-1}(4\sin nt-3nt) & 0 \\ 0 & 0 & \cos nt & 0 & 0 & n^{-1}\sin nt \\ 3n\sin nt & 0 & 0 & \cos nt & 2\sin nt & 0 \\ -6n(1-\cos nt) & 0 & 0 & -2n\sin t & 4\cos nt-3 & 0 \\ 0 & 0 & -n\sin t & 0 & 0 & \cos nt \end{pmatrix}.$$

Относительное движение i-ого и j-ого «ведомых» КА определяется следующим образом:

$$\bar{X}_{ij}=\bar{X}_j-\bar{X}_i.$$

Вектор управляющих параметров

В математической модели вводятся управляющие силы в виде вектора управляющих параметров $\Delta\bar{q}_s=(\Delta x_{s0},\Delta y_{s0},\Delta z_{s0},\Delta\dot{x}_{s0},\Delta\dot{y}_{s0},\Delta\dot{z}_{s0})$, Δq_{sk} – отклонение k-ого параметра (координаты) в начальный момент времени для s-ого КА.

Таким образом, решение системы уравнений с управляющими параметрами для пары «виртуального ведущего» и «ведомого» КА имеет вид

$$\bar{q}_s=\bar{A}\bar{q}_s^0,$$

где $\bar{q}_s^0=\bar{q}_s^e+\Delta\bar{q}_s$ – начальные условия с учетом управляющих параметров, $\bar{q}_s^e$ – эталонное положение «ведомого» КА в начальный момент времени.

Управляющие параметры $\Delta\bar{q}_{sk}$ оказывают влияние на изменение конфигурации (отклонения от эталонного положения) в начальный момент времени и, тем самым, изменение относительных расстояний и скоростей для всех КА группы в любой момент времени. В общем случае данная зависимость является нелинейной и однозначно описывается аналитическим решением системы дифференциальных уравнений Клохесси-Уилтшира.

Множество ΔQ_{sk} имеет вид

$$\Delta Q_s^k=\left\{q_{sk}^{\min}\le\Delta q_{sk}\le q_{sk}^{\max}\right\},$$

где $q_{sk}^{\min}$ и $\bar{q}_{sk}^{\max}$ – предельные отклонения k-ого параметра для s-ого КА.

Векторный целевой показатель

Векторный целевой показатель формирует многокритериальное целевое качество и учитывает требования к сохранению эталонной конфигурации периодической

орбитальной структуры и безопасности при пересечении траекторий. Целевой показатель задан в виде векторов показателей для каждого КА в начальный и конечный моменты времени:

$$\overline{J} = \left(\overline{J}_{\Delta q}, \overline{J}_{\rho} \right).$$

Вектор показателей $\overline{J}_{\Delta q}$ – функция отклонения координат вектора состояния каждого КА в начальный момент времени, $\overline{J}_{\rho}$ – функция расстояния между i-ым и j-ым КА при пересечении траекторий.

Нормированные векторные показатели скаляризуются в виде

$$J_{\Delta q} = \sum_{s=1}^{S_N} \beta_s \sum_{k=1}^{Q_N} \alpha_{sk} \cdot \Delta q_{sk}^n,$$

$$J_{\rho} = \sum_{i=1}^{S_N} \sum_{j=1}^{S_N} \delta^{\rho_{ij}} \cdot \rho_{ij}^n, \quad \rho_{ii}^n = 0, \quad i = 1 \ldots S_N,$$

$$\Delta q_{sk}^n = \left(\Delta q_{sk} - \Delta q_{sk}^{\min} \right) \Big/ \left(\Delta q_{sk}^{\max} - \Delta q_{sk}^{\min} \right),$$

$$\rho_{ij}^n = \sqrt{\sum_{k=1}^{Q_N} \sigma_{kij} \left(q_{kj}^n - q_{ki}^n \right)^2},$$

$$q_{ki}^n = \left(q_{ki} - q_{ki}^{\min} \right) \Big/ \left(q_{ki}^{\max} - q_{ki}^{\min} \right),$$

где S_N – количество КА в группе; $Q_N \in \{1, \ldots, 6\}$ – количество исследуемых управляющих параметров; α_{sk} – весовой коэффициент значимости отклонения по k-ой координате для s-ого аппарата; β_s – весовой коэффициент значимости отклонения s-ого аппарата; $\delta^{\rho_{ij}}$ – весовой коэффициент значимости расстояния между i-ым и j-ым аппаратами пары при пересечении траекторий; $\Delta q_{sk}^{\max}$, $\Delta q_{sk}^{\min}$ – значения наибольшего и наименьшего отклонений по k-ой координате s-ого аппарата соответственно; σ_{kij} – весовой коэффициент значимости расстояния по k-ой координате между i-ым и j-ым аппаратами пары; q_{ki} – k-ая координата i-ого аппарата; $q_{ki}^{\max}$, $q_{ki}^{\min}$ – значения наибольшего и наименьшего расстояния по k-ой координате между i-ым и j-ым аппаратами пары соответственно. Сумма соответствующих нормирующих коэффициентов значимости равна единице.

Приведенные показатели качества и критерии оптимизации могут быть представлены в виде задачи минимизации суммы нормированных показателей:

$$J = \alpha^{\Delta q} J_{\Delta q} + 1 - \alpha^{\rho} J_{\rho} \to \min,$$

где $\alpha^{\Delta q}$ и α^{ρ} – нормированные весовые коэффициенты степени значимости нормированных показателей.

Решение задачи оптимизации по данному критерию имеет смысл одновременного сохранения эталонной конфигурации орбитальной структуры (минимизации отклонений) и обеспечения безопасности (минимизация опасности столкновения или максимизации расстояний между аппаратами) при пересечении траекторий.

Показатели качества содержат три набора нормирующих коэффициентов значимости, отвечающих за значимость отклонения отдельного аппарата от эталонного положения в начальный момент времени, значимость отклонения отдельной координаты и обеспечение траекторной безопасности в отдельных парах «ведомый» – «ведомый». Данный подход позволяет уменьшить размерность решаемой задачи и перейти от рассмотрения всей группы аппаратов к подгруппам с учетом значимости как отдельных пар внутри подгрупп, так и самих подгрупп аппаратов. Таким образом, вместо рассмотрения плоской сетевой структуры возможно перейти к иерархической [4-5].

Моделирование

В качестве практического примера рассматривается задача обеспечения безопасности при пересечении симметричных плоских траекторий, вызванных боковым отклонением КА по оси z: $y_s^0 \neq 0$, $z_s^0 \neq 0$.

Исходные данные для моделирования: число КА – 4; конфигурация орбитальной структуры в начальный момент времени $\overline{q}_s^e = 0$, $z_s^e \neq 0$; конечный момент времени $t_1 = \pi/2$; вектор варьируемых параметров $\Delta\overline{q}_s = \left(0, \Delta y_s, 0, 0, 0, 0\right)^T$, Δy_s – отклонение дистанции между КА в начальный момент времени; тип орбиты «виртуального ведущего» КА – круговая.

В частном случае относительное движение пары «ведомых» КА имеет вид

$$\overline{X} \equiv \left(0, y_j^0 + \Delta y_j - y_i^0 - \Delta y_i, 0, 0, 0, 0\right)^T.$$

Показатели качества до нормирования имеют следующий вид:

$$J_{\Delta q} = \beta_s \cdot \left| y_s^0 - \Delta y_s^0 \right|,$$

$$J_{\rho} = \sum_{i=1}^{S_N} \sum_{j=1}^{S_N} \delta^{\rho_{ij}} \cdot \left| y_j^0 - \Delta y_j^0 + y_i^0 - \Delta y_i^0 \right|.$$

При одинаковой дистанции между КА удобно использовать модуль разности отклонения в первом показателе качества – сокращается количество оптимальных решений за счет исключения симметричных отклонений, не влияющих на результат.

Для практического применения вводится дополнительное ограничение на допустимые решения. Например, ограничение в виде «сферы безопасности» – минимальном из расстояний между КА при пересечении траекторий позволит выбрать решения, для которых выполняется следующее условие:

$$\min\left(\rho_{ij}\right) \geq R_{\rho},$$

где R_{ρ} – радиус «сферы» безопасности [2-3].

На рис. 1 представлены результаты моделирования (область нормированных показателей $y_s^0 = 0$, $J_{\Delta q} = \left|\Delta y_s^0\right|$, $\left|\Delta y_s^0\right| \leq 50м$, $R_{\rho} = 30м$, шаг сети разбиения множества управляющих параметров $5м$, весовые коэффициенты значимости равны. Показатель «Опасность» характеризует близость КА при пересечении траекторий – чем меньше, тем больше расстояние между КА. Показатель «Отклонение» – отклонение координаты от эталонного значения.

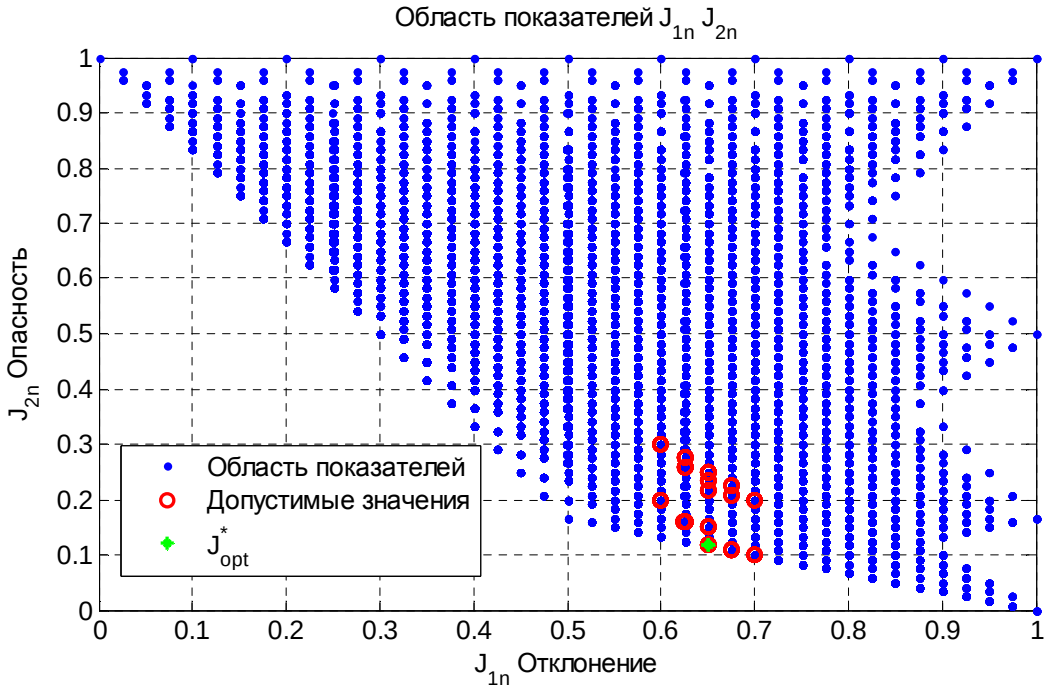


Рис. 1. Область нормированных показателей «Отклонение» - «Опасность»

На рис. 2 представлен один из четырех оптимальных вариантов изменения конфигурации. Остальные варианты могут быть получены перестановкой КА. Отклонения

-50, -15, 15, 50 м обеспечивают минимальное допустимое расстояние 30 м при пересечении траекторий.

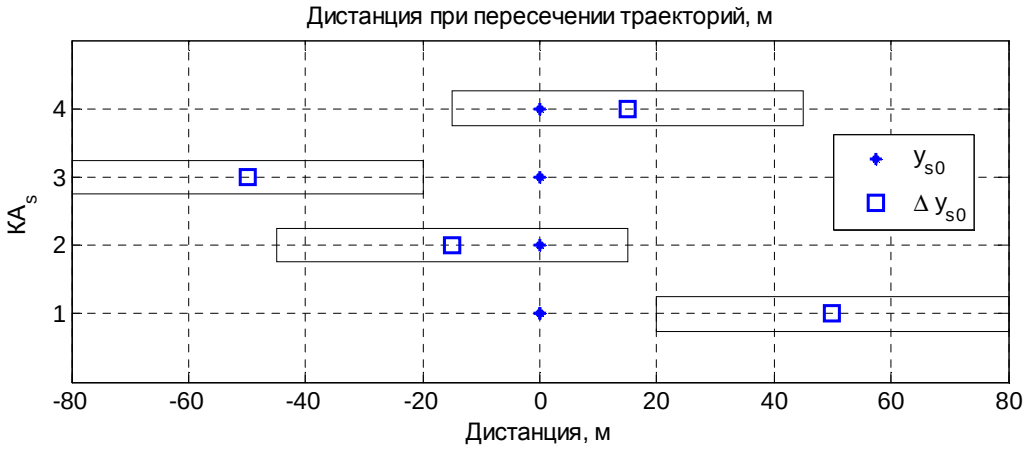


Рис. 2. Результат оптимизации

Применение предложенного алгоритма в общем случае приводит к резкому росту размерности – число комбинаций управляющих параметров пропорционально шести степеням свободы (положение, скорость), числу КА в группе и плотности сети разбиения. Таким образом, данный метод оптимизации целесообразно применять для решения отдельных задач, возникающих при формировании конфигураций, например, при рассмотрении симметричных элементов конфигурации. Для одного управляющего параметра для четырех КА необходимо проверить 4 комбинации множеств параметров, для шести управляющих параметров необходимо проверить 24 комбинации множеств параметров. Исключение из рассмотрения заведомо неработоспособных наборов параметров и увеличение шага разбиения сети позволяет получать инженерной результат в режиме реального времени.

Применение алгоритма совместно с оптимальным управлением движением группы КА (решением задачи Лагранжа для группового движения КА) [6] или многокритериальной стабилизации конфигурации по точности и расходу на основе иерархического управления [7] позволяет комплексно подойти к решению задачи оптимального управления группами КА и оптимизации параметров орбитальных структур.

Заключение

В данной статье предложен алгоритм формирования оптимальных периодических орбитальных структур по критерию безопасности и точности на основе параметрической оптимизации по критериям минимизации отклонения параметров эталонной

конфигурации и максимизации расстояния между КА эскадры с учетом обеспечения зоны безопасности. Рассмотрен пример использования алгоритма для оптимизации положений КА в спутниковой эскадре при ненулевых боковых отклонениях и одинаковых дистанциях между КА в плоскости. Показана целесообразность применения алгоритма для решения отдельных задач, возникающих при проектировании орбитальных структур.

Список литературы

1. Clohessy, W., Wiltshire, R., Terminal Guidance System for Satellite Rendezvous // Journal of the Astronautical Sciences. 1960. Vol. 27. No. 9. P. 653-678.
2. Воронов Е.М., Карпунин А.А. Обеспечение траекторной безопасности в задаче облета динамической круговой зоны // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн.. 2011. № 12. Режим доступа: http://technomag.edu.ru/file/505024.html?__s=1 (дата обращения 17.04.2015).
3. Воронов Е.М., Карпунин А.А. Обеспечение траекторной безопасности в задаче облета статичной круговой зоны // Вестник Российского университета дружбы народов. Инженерные исследования. 2012. № 1. С. 58-70.
4. Воронов Е.М., Карпунин А.А., Ванин А.В. Оптимизация управления структурно сложными системами // Инженерный журнал: наука и инновации. 2013. № 10 (22). Режим доступа: http://engjournal.ru/articles/1080/1080.pdf (дата обращения 17.04.2015).
5. Воронов Е.М., Карпунин А.А., Серов В.А. Иерархическое равновесие в многоуровневых системах управления // Вестник Российского университета дружбы народов. Инженерные исследования. 2008. № 4. С. 18 - 29.
6. Карпунин А.А., Титков И.П. Решение задачи оптимального управления относительным движением космического аппарата по критерию минимизации расхода с закрепленными концами и фиксированным временем // Седьмая Всерос. конф. молодых ученых и специалистов «Будущее машиностроения России» (Москва, 24-27 сентября 2014г.): сб. трудов. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. С. 306-310.
7. Воронов Е.М., Карпунин А.А., Лавренов А.Н., Палкин М.В., Титков И.П., Фомичев А.В. Многокритериальная стабилизация конфигурации спутниковой группировки по точности и расходу на основе иерархического управления // XXXIX академические чтения по космонавтике, посвященные памяти С.П. Королева и других выдающихся отечественных ученых-пионеров освоения космического пространства «Актуальные проблемы космонавтики»: труды. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2015. С. 411-412.