электронный журнал
МОЛОДЕЖНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК
Издатель ФГБОУ ВПО "МГТУ им. Н.Э. Баумана". Эл No. ФС77-51038.

 # 03, март 2016

УДК 629.11.01

Составление блок-схемы в MATLAB & Simulink самоблокирующегося дифференциала Torsen

Антонян А.В., *студент*
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
кафедра «Колесные машины»

Научный руководитель: Жилейкин М.М., д.т.н., профессор
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
кафедра «Колесные машины»
kafsm10@sm.bmstu.ru

Введение. Описание конструкции и принцип работы. Самоблокирующийся дифференциал Torsen (TORque SENsing – чувствующий крутящий момент), был разработан в 1958 году Вернером Глизманом (Gleason). Дифференциал является разновидностью винтового дифференциала и предназначен для обеспечения тягой колёс ведущих мостов, в которых происходит проскальзывание одного из колес с опорной поверхностью [1]. Он может устанавливаться в качестве как межколесного, так и межосевого дифференциала. Состоит из винтовых шестерен (сателлитов) и винтовых (полуосевых) колес (рис. 1). Сателлиты расположены попарно и связаны между собой шестернями, расположенными на периферии сателлитов. Полуосевые колеса 1 выполнены в виде винтовых колес, а сателлиты 2 выполнены в виде винтовых шестерен. Торцы сателлитов касаются корпуса 4 через шайбы 3.

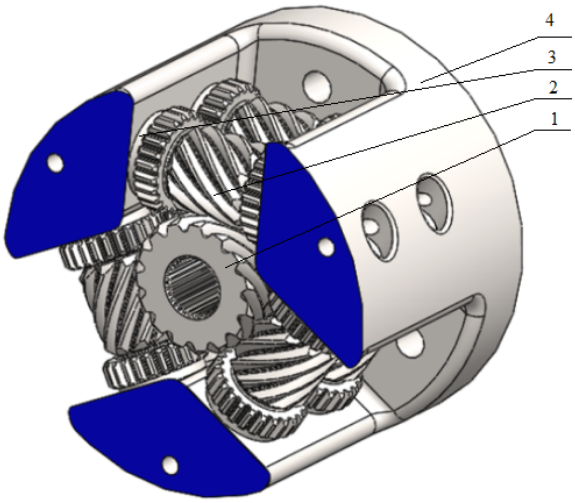


Рис. 1. Конструкция самоблокирующегося дифференциала Torsen

При прямолинейном движении КМ, при равенстве коэффициентов сцепления у ведущих колес и одинаковой нагрузке на них, дифференциал распределяет моменты в равном соотношении. Но при снижении силы сцепления одного из колес и возникновении первых признаков к его пробуксовке силы трения, возникающие между деталями механизма, не дают этому колесу раскрутиться (забуксовать) и передают дополнительный момент на небуксующее колесо. Перераспределение крутящих моментов между полуосевыми винтовыми колесами достигается за счет трения между элементами дифференциала. Трение возникает в зубчатом зацеплении сателлита и полуосевого колеса, на торцах между полуосевыми колёсами, между торцами полуосевых колес и корпусом дифференциала, между торцами сателлитов и корпусом дифференциала. Рассматриваемый дифференциал способен передавать большую часть крутящего момента (до 80%) небуксующему колесу или небуксующему мосту.

Математическое описание. Прежде чем записывать уравнения, необходимо задаться допущениями. Первое допущение: механическая система обладает нелинейностью, т.е. уравнение (2) в математической модели, применить в чистом виде будет невозможно. Второе допущение: механическая система обладает мертвой зоной. В качестве наглядного примера, выбран межколесный дифференциал. Расчетная схема ведущего моста с самоблокирующимся дифференциалом представлена на рис. 2.

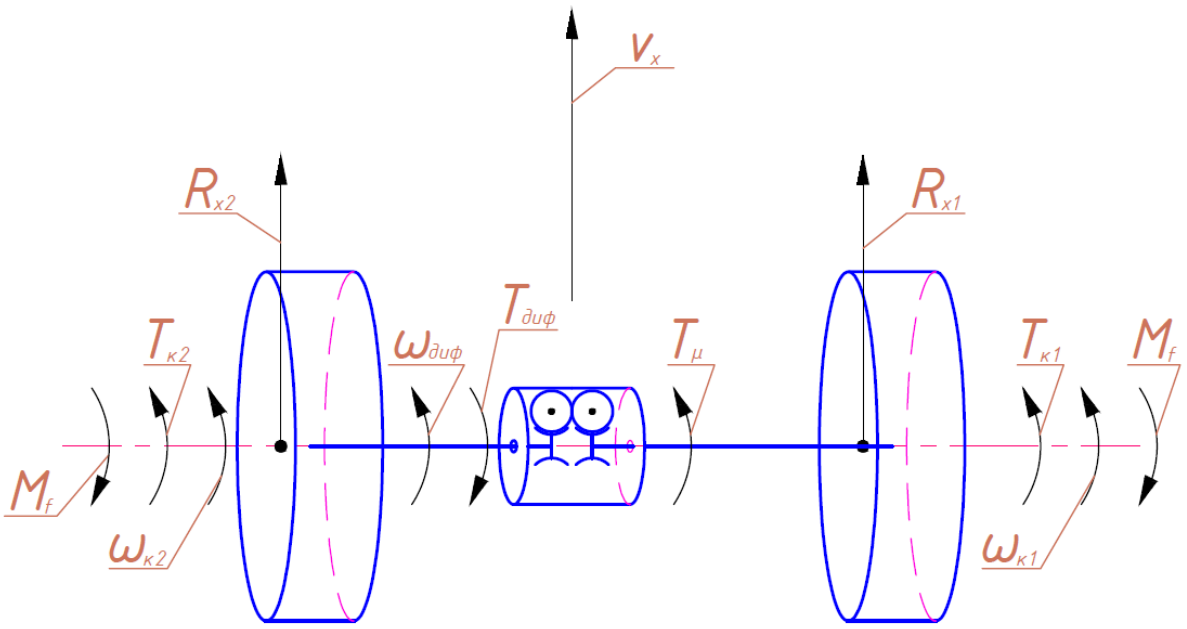


Рис. 2. Расчетная схема ведущего моста, содержащего самоблокирующийся дифференциал

Расчетная схема содержит в себе правое и левое колеса, корпус дифференциала и механизм трения дифференциала. $T_{к1}$, $T_{к2}$, $T_{диф}$ – моменты на полуосях и корпусе дифференциала соответственно и T_{μ} – момент трения, возникающий в дифференциале. M_f – момент сопротивления качению; $\omega_{к1}$, $\omega_{к2}$, $\omega_{диф}$ – угловые скорости колес и корпуса дифференциала соответственно; R_{x1}, R_{x2} – реакции в пятнах контакта правого и левого колеса; v_x – скорость движения ведущего моста.

Для того чтобы описать силовые соотношения необходимо обратить внимание на уравнение баланса мощности [2]:

$$N_1 + N_2 = N_{диф} - N_{\mu}, \tag{1}$$

где N_1, N_2 – мощности, передаваемые через полуосевые шестерни; $N_{диф}$ – мощность, поступающая на корпус дифференциала; N_{μ} – потери мощности на трение. Если произвести преобразование уравнения (1), и в левую сторону равенства записать крутящий момент T_1, то получим следующее выражение [2]:

$$T_{к1} = \frac{T_{диф}}{1-u_{диф}} - \frac{N_{\mu}}{\omega_{к1}-\omega_{к2}}, \tag{2}$$

где $T_{к1}$, $T_{диф}$ – моменты на полуоси и корпусе дифференциала соответственно.

Известно, что [2]:

$$N_{\mu} = \frac{T_{\mu}\cdot(\omega_{к1}-\omega_{к2})}{2}, \tag{3}$$

где T_μ – момент трения, возникающий в дифференциале. Вычисление момента трения производится согласно уравнению [1]:

$$k_б^* = \frac{T_\mu}{T_{колесо}} = (\tan\beta \cdot ((R_3 \cdot \mu_3 + 2R_4 \cdot \mu_4) \cdot \frac{1}{2R} + \mu_1) + \frac{\mu_2}{2R_c} \cdot (R_5 + R_6)), \quad (4)$$

где $k_б^*$ – коэффициент блокировки дифференциала.

Подставим уравнение (3) в уравнение (2), тогда уравнение (2) будет выглядеть следующим образом:

$$T_{к1} = \frac{T_{диф}}{1-u_{диф}} - \frac{T_\mu \cdot (\omega_{к1} - \omega_{к2})}{2 \cdot (\omega_{к1} - \omega_{к2})}. \quad (5)$$

Причем, в такой записи уравнения (5), разность угловых скоростей $\omega_{к1} - \omega_{к2}$, либо в числителе, либо в знаменателе надо записать по модулю, что бы разность оказывала влияние на знак второй дроби:

$$\pm \frac{T_\mu \cdot |(\omega_{к1} - \omega_{к2})|}{2 \cdot (\omega_{к1} - \omega_{к2})}.$$

Примем, что дифференциал симметричный: $u_{диф} = -1$.

Крутящий момент $T_{к2}$ на второй полуоси определяется по формуле:

$$T_{диф} - T_{к1} = T_{к2}. \quad (6)$$

Определив крутящие моменты на колесах, можно составить систему уравнений для ведущего моста:

$$\begin{cases} m \cdot \dot{v}_x = R_{x1} + R_{x2}; \\ J_к \cdot \dot{\omega}_{к1} = T_{к1} - M_f - R_{x1} \cdot r\ ; \\ J_к \cdot \dot{\omega}_{к2} = T_{к2} - M_f - R_{x2} \cdot r. \end{cases}$$

Первое уравнение характеризует поступательное движение ведущего моста; второе и третье характеризуют вращательное движение колес правого (с индексами 1) и левого (с индексами 2) бортов соответственно. В свою очередь продольная реакция в пятне контакта R_{x1} (R_{x2}) при взаимодействии с опорной поверхностью, зависит от величины нормальной реакции и коэффициента сцепления [3]:

$$R_{x1} = \varphi_x \cdot R_{z1}, \quad (7)$$

где R_{z1} (R_{z2}) – нормальная реакция опорной поверхности, φ_x – коэффициент сцепления, который зависит от коэффициента буксования зависимостью [3]:

$$\varphi_x = \varphi_{x\,max} \cdot (1 - e^{-\frac{s}{s_0}}) \cdot (1 + e^{-\frac{s}{s_1}}). \quad (8)$$

Создание математической модели в программе MATLAB & Simulink. Сначала будет составлена математическая модель ведущего моста с обычным дифференциалом. Уравнения (1) – (5) применяются для всех дифференциалов, как для обычных, так и для самоблокирующихся. Когда речь идет об обычном дифференциале, принято считать, что момент трения равен нулю $T_\mu = 0$ (хотя на самом деле T_μ пренебрежимо мал). Затем будет

составлена математическая модель с самоблокирующимся дифференциалом. Построение двух математических моделей необходимо для выявления главного преимущества самоблокирующегося дифференциала – возможности распределения крутящего момента между колесами в зависимости от условий качения колеса. Фактором, который будет определять условия качения колеса, является коэффициент сцепления с опорной поверхностью. Моделироваться будет наезд колеса (правого) на лед. Скольжение реализуется путем искусственного изменения максимального значения коэффициента сцепления с опорной поверхностью в блоке Signal Builder. В дальнейшем блок переименуется в «Коэффициент сцепления правого колеса». График изменения, максимального значения коэффициента сцепления с опорной поверхностью показан на рис.3.

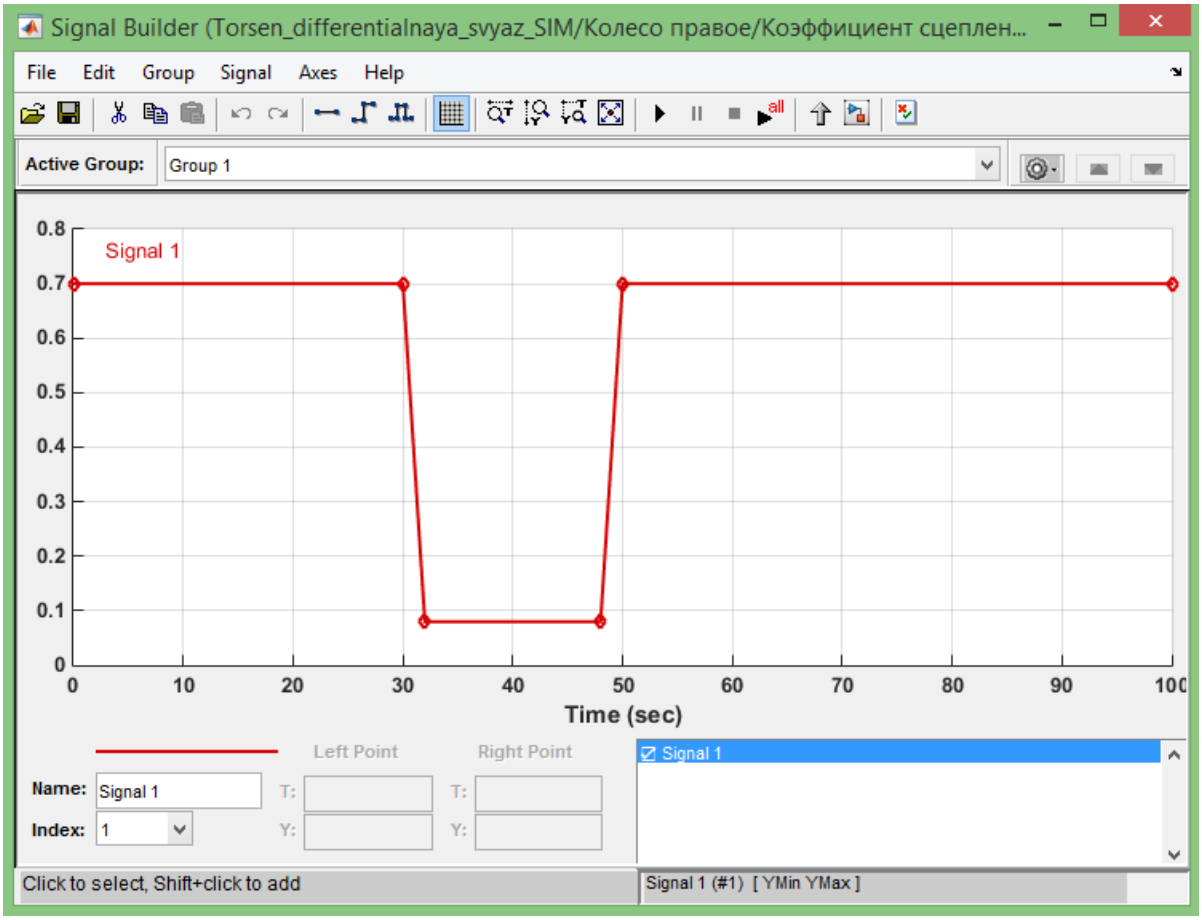


Рис. 3. График изменения максимального значения коэффициента сцепления с опорной поверхностью

Каждая математическая модель содержит в себе подсистемы «Правое колесо», «Левое колесо», «ДВС и трансмиссия». Модель с самоблокирующимся дифференциалом, содержит еще и подсистему «Самоблокирующийся дифференциал Torsen».

Чтобы мат. модели выполняли расчет, необходимо сначала ввести данные в скрипт для моделирования. Листинг скрипта представлен ниже. Он разделен на две части:

Листинг 1. Параметры колесной машины

```
%Параметры колесной машины:
m=750; %Масса, приходящая на одно колесо (кг);
g=9.81; %Ускорение свободного падения (м/с^2);
r=0.382; %Радиус качения колеса (м);
mk=30; %Масса колеса (кг);
Jk=mk*r^2; %Момент инерции колеса (кг*м^2);
v=10; %Скорость движения автомобиля;
Ne_max=180000; %Мощность двигателя (Вт);
Te_max=500; %Крутящий момент двигателя (Н*м);
f=0.0143; %Коэффициент сопротивления;
u_kp=3.504; %Передаточное отношение второй передачи в коробке передач;
u_rk=0.938; %Передаточное отношение раздаточной коробки;
u_gp=2.545; %Передаточное отношение главной передачи;
u_tr=u_kp*u_rk*u_gp; %Передаточное отношение трансмиссии;
u_diff=-1; %Передаточное симметричного дифференциала;
```

Листинг 2. Параметры дифференциала

```
%Параметры дифференциала:
mu1=0.15; %Коэффициент трения в зацеплении сателлита и винтового колеса;
mu2=0.15; %Коэффициент трения между торцами сателлитов и корпусом дифференциала;
mu3=0.15; %Коэффициент трения между торцами винтовых колес;
mu4=0.15; %Коэффициент трения между торцом винтового колеса и корпусом дифференциала;
R=0.017325; %Начальный радиус винтового колеса (м);
Rc=0.01225; %Начальный радиус сателлита (м);
```

```
beta=pi*50/180; %Угол подъема зуба полуосевого винтового колеса (рад);
R3=0.01325; %Средний радиус трения винтовых колес между собой (м);
R4=0.014; %Средний радиус трения винтового колеса с корпусом (м);
R5=0.0105; %Средний радиус трения торцов сателлитов с корпусом (м);
R6=R5; %Средний радиус трения торцов сателлитов с корпусом (м);
```

Параметры дифференциала взяты из источника [1].

Построенная математическая модель ведущего моста с обычным дифференциалом, представлена на рис. 4.

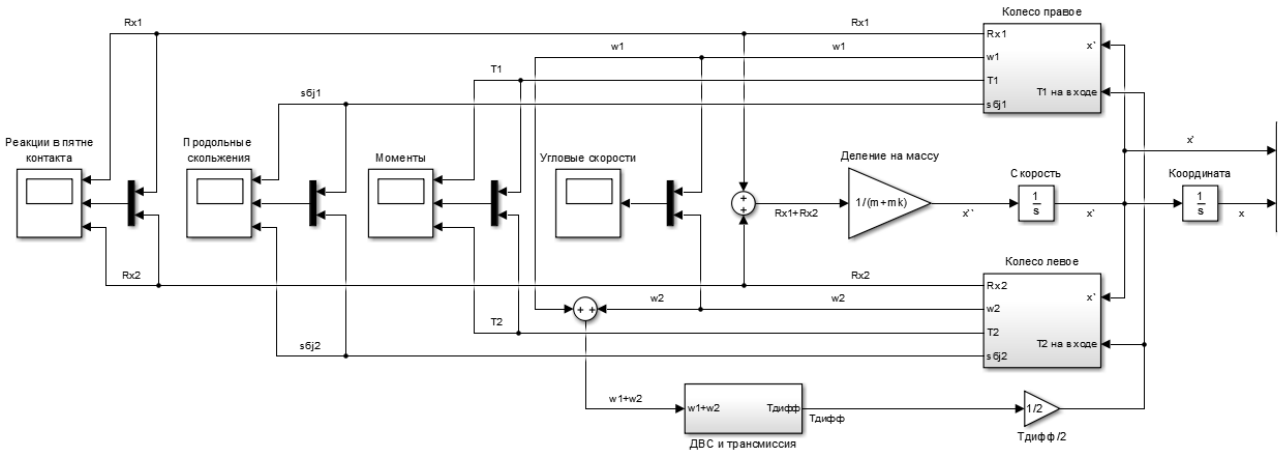


Рис. 4. Математическая модель ведущего моста с обычным дифференциалом

Видно, что в блок-схеме, на выходе из подсистемы «ДВС и трансмиссия» выходное значение крутящего момента делится пополам, т.к. на выходных валах (полуосях) симметричного дифференциала, при отсутствии трения, крутящие моменты всегда равны между собой независимо от условий движения КМ [2]. Далее представлена блок-схема ведущего моста с самоблокирующимся дифференциалом (рис. 5).

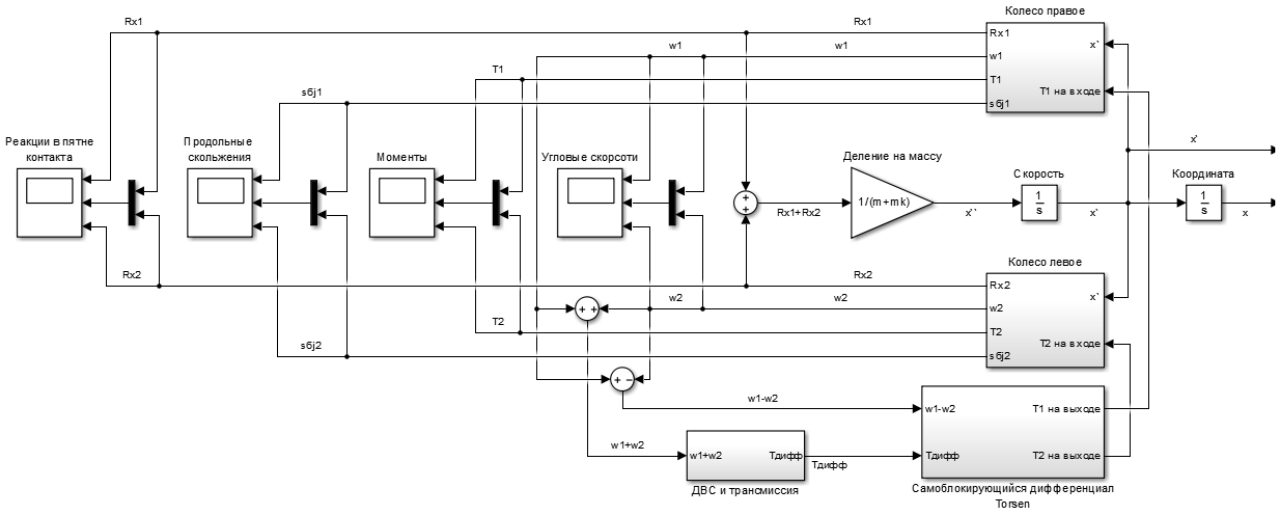


Рис. 5. Математическая модель ведущего моста с самоблокирующимся дифференциалом

Видно, что добавлена еще одна подсистема, в которой производится вычисление крутящих моментов правого и левого колес (рис.6). В этой подсистеме описаны допущения, задаваемые при моделировании ведущего моста с самоблокирующимся дифференциалом. Происходит это следующим образом: второе слагаемое в уравнении (5), в среде MATLAB & Simulink, заменяем блоками, обеспечивающими нелинейную характеристику. Если, к примеру, использовать уравнение (5), при описании дифференциала, знак второго слагаемого будет иметь строго плюс «+», либо строго минус «–». Это возможно, если колеса ведущего моста имеют разные угловые скорости. Но если КМ движется прямолинейно, и колеса ведущего моста имеют равные угловые скорости? Т.е. второе слагаемое должно быть равно нулю. Данная проблема решается, если добавить блок Saturation (переименован как: «Вывод знака (+/0/–)»). В этом случае можно будет получить значение, равное нулю. Но и этого мало. Обязательно должна быть мертвая зона. Ведь если её не обеспечить, то в дифференциале будет возникать автоколебательный процесс (рис. 8, в, т.е. механическая система не вернется в свое нейтральное положение.

По этой причине, необходимо задать мертвую зону. Мертвая зона, представляет собой граничное значение разности угловой скорости, меньше которой блокировка дифференциала не происходит. Пусть, пороговая разность угловых скоростей составляет 1 рад/с, т.е. при любой разности угловой скорости меньшей единицы ($|\omega_{к1} - \omega_{к2}| < 1$), блокировка не произойдет. Следовательно, разность пороговой угловой скорости приходящая на одну полуось составляет 0.5 рад/с.

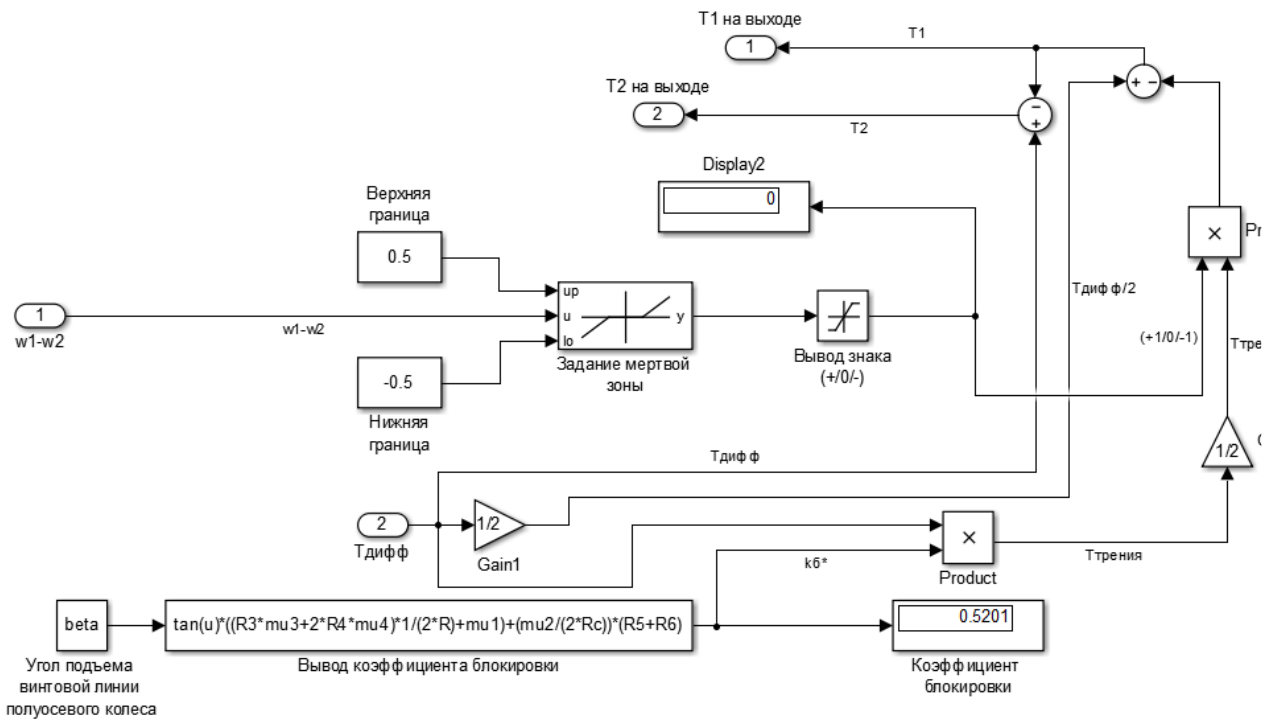
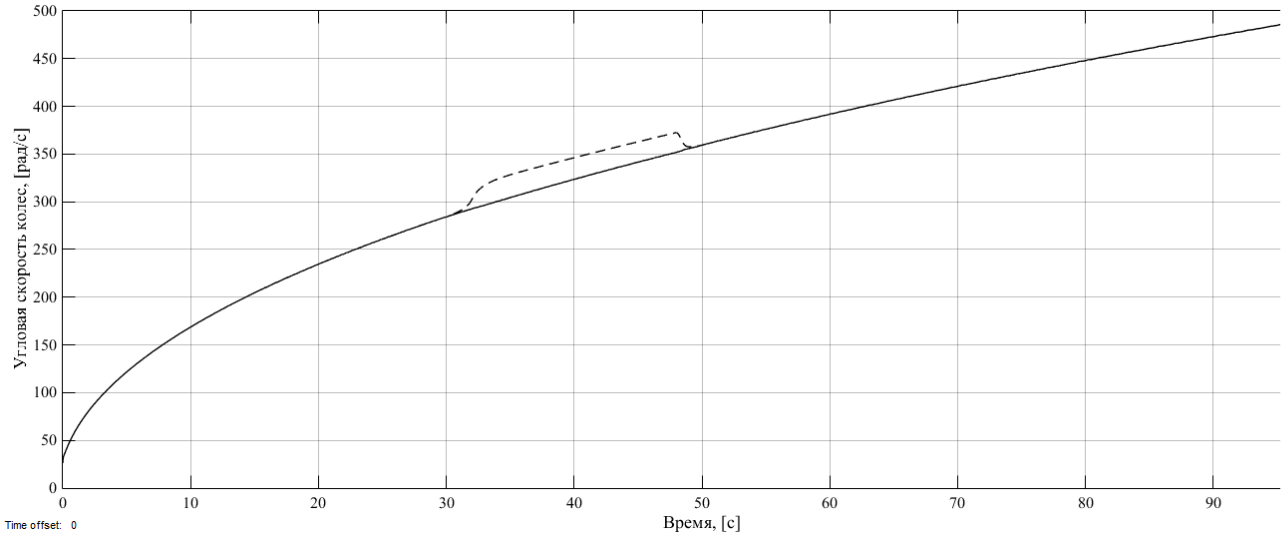


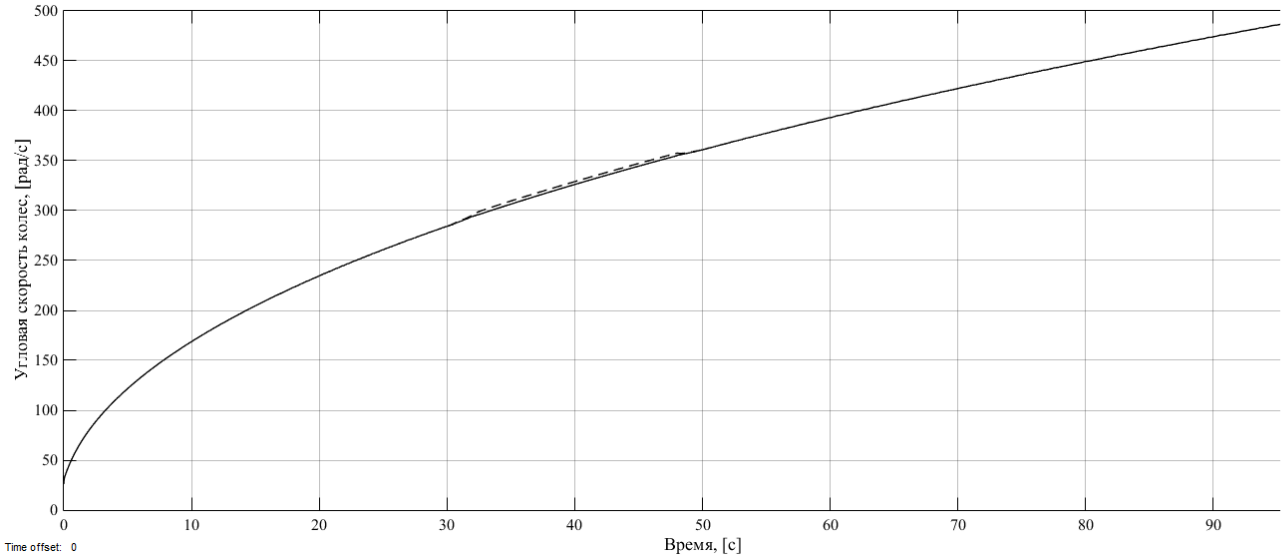
Рис. 6. Блок-схема подсистемы «Самоблокирующийся дифференциал Torsen»

Результаты моделирования. Ниже представлены результаты моделирования двух ведущих мостов. Из сравнения графиков видно, как происходит распределение крутящих моментов, и как это распределение влияет на угловые скорости ведущих колес. Также представлены графики продольного скольжения, и реакций в пятне контакта правого и левого колес.

На рис. 7 а, показаны угловые скорости ведущих колес правого и левого борта без самоблокирующегося дифференциала, а на рис. 7 б – с самоблокирующимся дифференциалом.



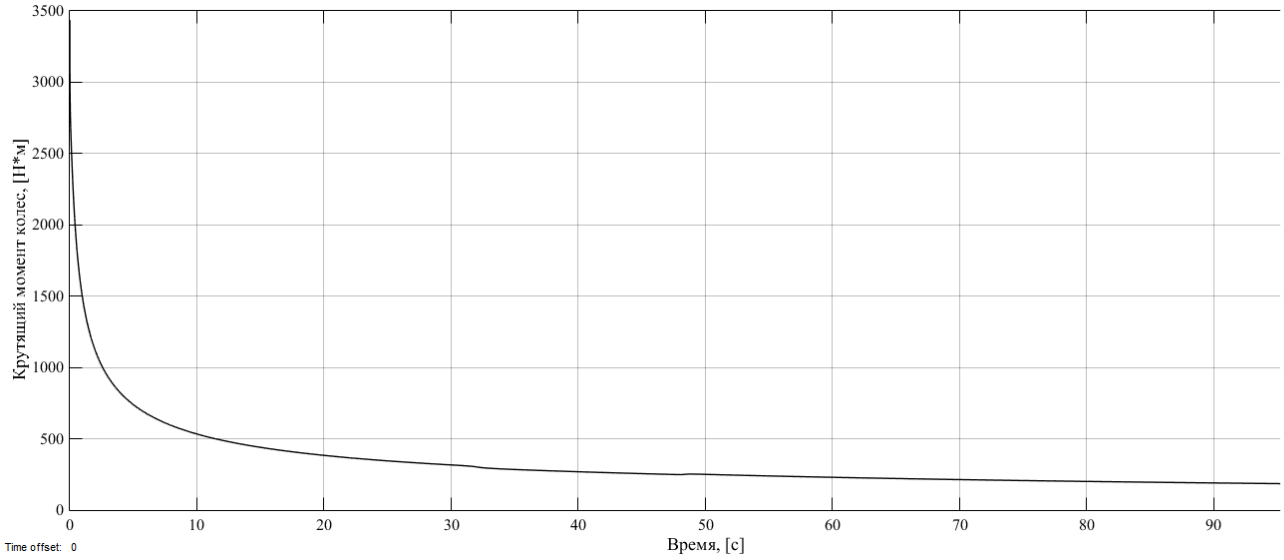
а) без самоблокирующегося дифференциала



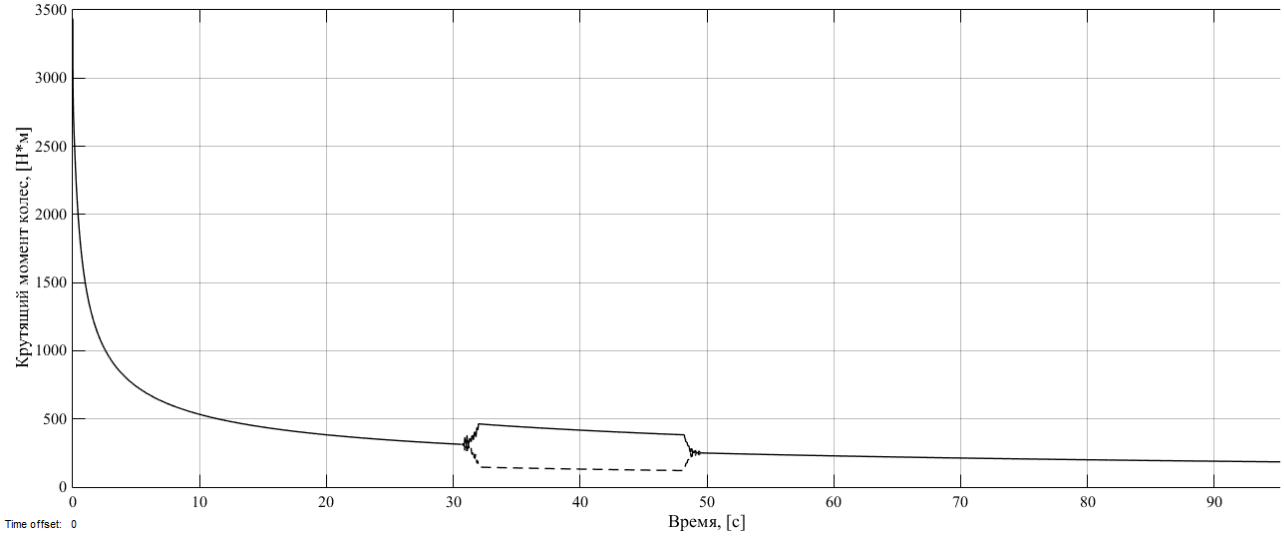
б) с самоблокирующимся дифференциалом

Рис. 7. Графики угловых скоростей правого (пунктир) и левого (сплошная) колес

На рис. 8 а, показаны крутящие моменты ведущих колес правого и левого борта без самоблокирующегося дифференциала, а на рис. 8 б – с самоблокирующимся дифференциалом.



а) без самоблокирующегося дифференциала



б) с самоблокирующимся дифференциалом

Рис. 8. Графики крутящих моментов правого (пунктир) и левого (сплошная) колес

На рис. 9, показаны крутящие моменты ведущих колес правого и левого борта с самоблокирующимся дифференциалом, но без мёртвой зоны.

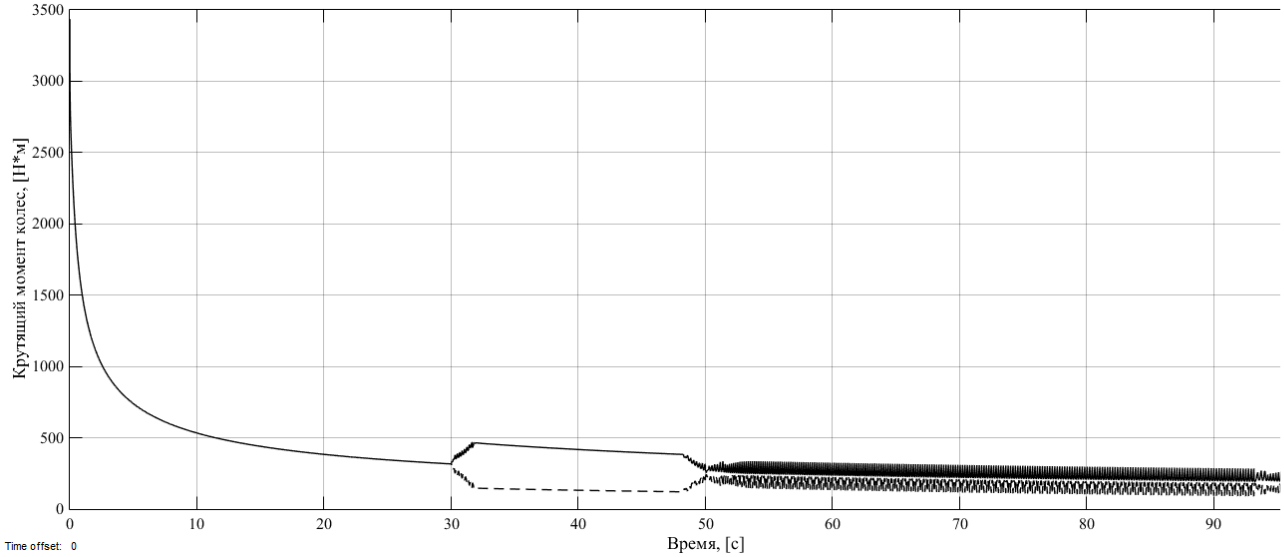
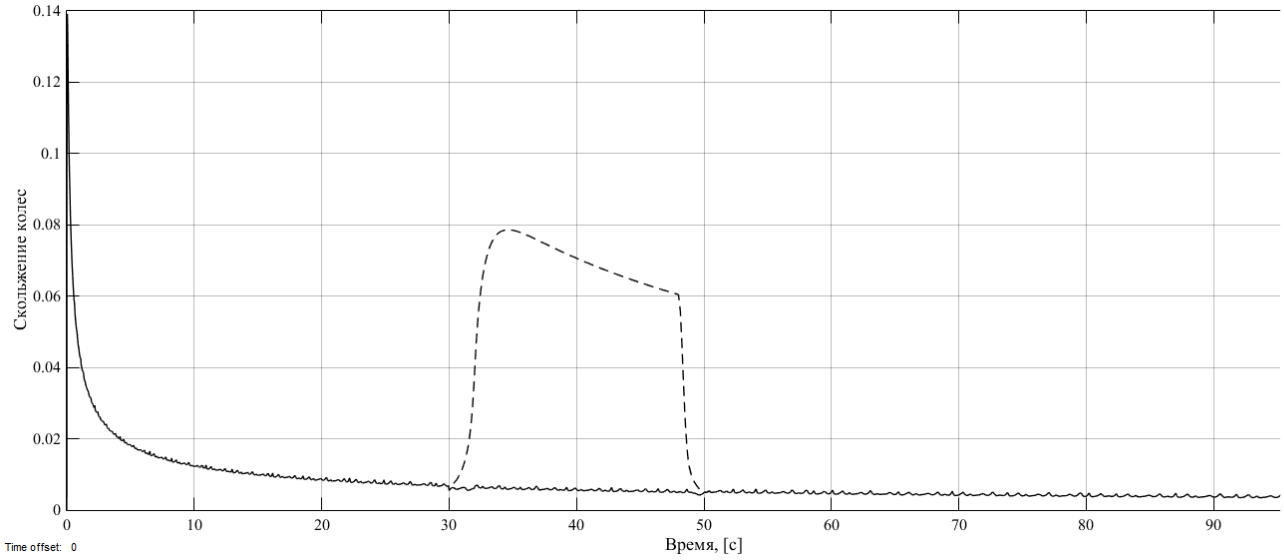
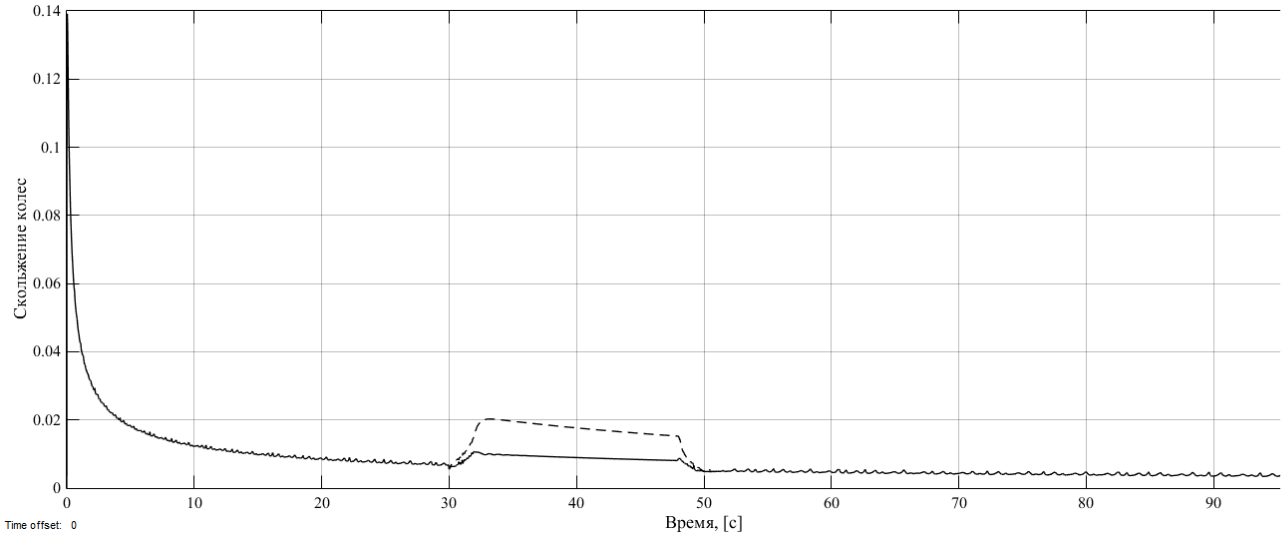


Рис. 9. Графики крутящих моментов правого (пунктир) и левого (сплошная) колес с самоблокирующимся дифференциалом без мёртвой зоны

На рис. 10 а, показаны крутящие моменты ведущих колес правого и левого борта без самоблокирующегося дифференциала, а на рис. 10 б – с самоблокирующимся дифференциалом.



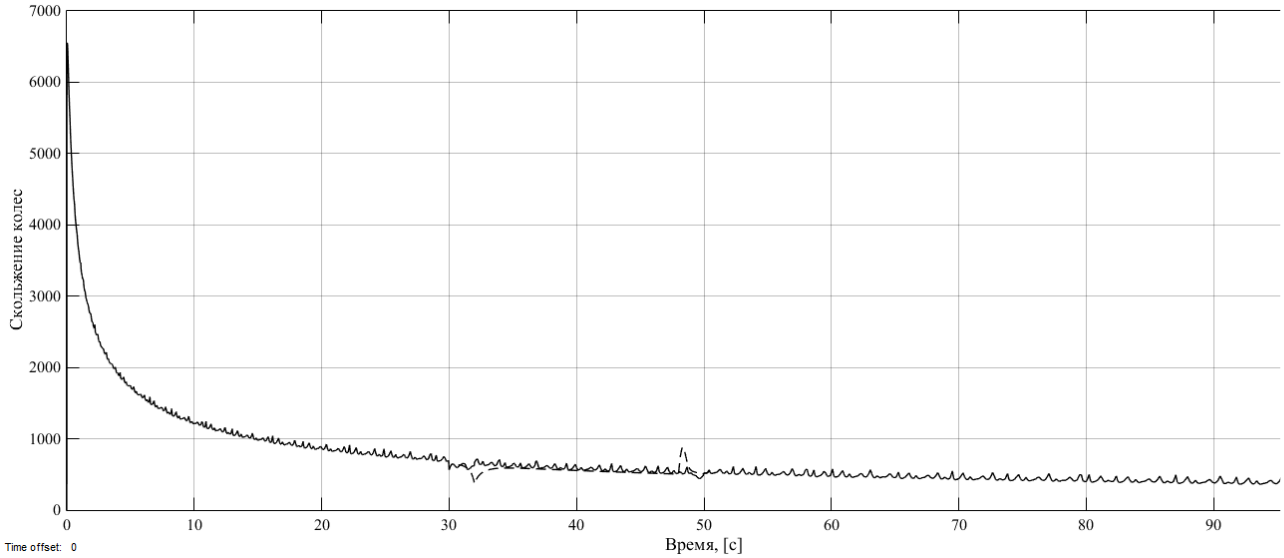
а) без самоблокирующегося дифференциала



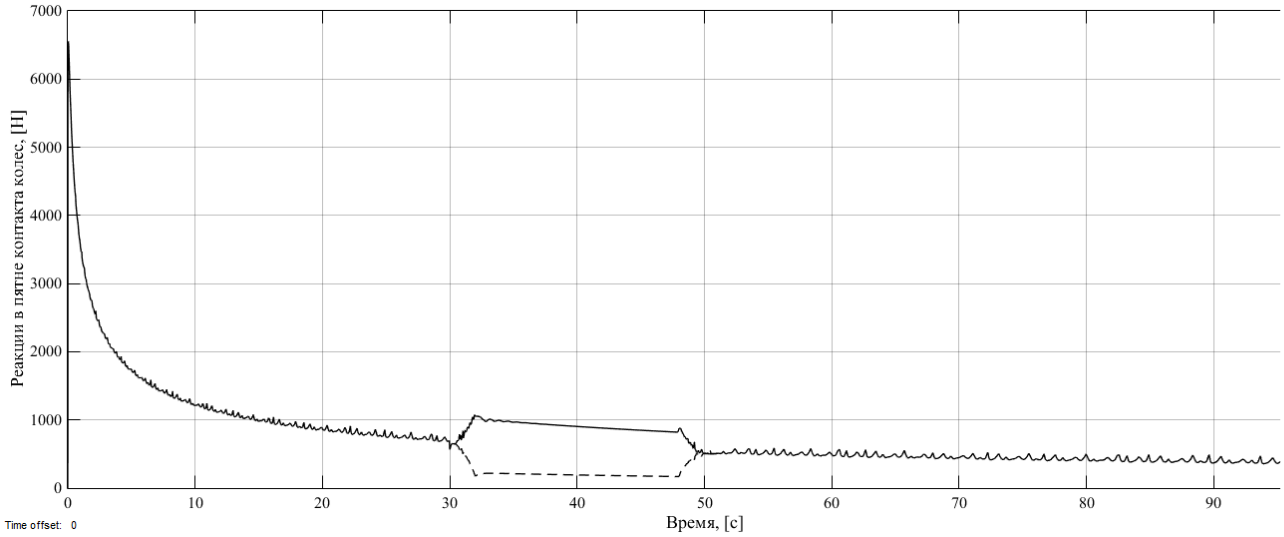
б) с самоблокирующимся дифференциалом

Рис. 10. Графики крутящих моментов правого (пунктир) и левого (сплошная) колес

На рис. 11 а, показаны реакции в пятне контакта ведущих колес правого и левого борта без самоблокирующегося дифференциала, а на рис. 11 б – с самоблокирующимся дифференциалом.



а) без самоблокирующегося дифференциала



б) с самоблокирующимся дифференциалом

Рис. 11. Графики реакций в пятне контакта правого (пунктир) и левого (сплошная) колес

Заключение. Разработанная математическая модель показывает, что самоблокирующийся дифференциал обеспечивает перенос крутящего момента от скользящего колеса к нескользящему, а так же показано, по каким зависимостям происходит перенос крутящего момента. Доказано, что в самоблокирующемся дифференциале должна быть мертвая зона, чтобы дифференциал был в состоянии вернуться в исходное положение.

Список литературы

[1]. Антонян А.В. Вывод коэффициентов блокировки самоблокирующегося дифференциала Torsen // Молодежный научно-технический вестник. Электрон. журн. 2015. № 8. Режим доступа: http://sntbul.bmstu.ru/doc/793602.html (дата обращения 20.09.2012).

[2]. Афанасьев Б.А., Жеглов Л.Ф., Зузов В.Н., Фоминых А.Б., Котиев Г.О. Проектирование полноприводных колесных машин: учебник для вузов В 2 т. Т. 2. / под общ. ред. А.А. Полунгяна. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. 528 с.: ил.

[3]. Котиев Г.О., Горелов В.А., Захаров А.Ю. Имитационное моделирование динамики прямолинейного движения колесной машины на стенде «Беговые барабаны» // Наука и Образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2014. № 4. DOI: 10.7463/0414.0707918.

[4]. Адриенко Л.А., Байков Б.А., Ганулич И.К. Детали машин: учебник для вузов / под общ. ред. О.А. Ряховского. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. 520 с.: ил.