

03, март 2016

УДК 536.24.081

Методика расчета критерия Прандтля для бинарных смесей инертных газов

***Камолов Б.Х.**, студент*

*Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
кафедра «Газотурбинные и нетрадиционные энергоустановки»*

***Бахмутов Д.М.**, студент*

*Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
кафедра «Газотурбинные и нетрадиционные энергоустановки»*

Научный руководитель: Егоров К.С., к.т.н., доцент

*Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
кафедра «Газотурбинные и нетрадиционные энергоустановки»*

khves@power.bmstu.ru

Введение

Инертные газы и их бинарные смеси рассматриваются в качестве рабочих тел для замкнутых газотурбинных установок, работающих по циклу Брайтона. Они являются перспективными для будущих межпланетных исследовательских полетов человека на Луну и Марс. Максимальное рабочее давление в ЗГТУ составляет 2 МПа и диапазон температур от 400 до 1200-1400 К [1]. Гелий (He) обладает наилучшими теплофизическими свойствами среди всех чистых благородных газов, однако при смешивании с тяжелыми благородными газами (Xe, Rn и др.), теплофизические свойства полученных бинарных смесей могут быть лучше, чем у чистых газов. Такие смеси имеют более высокий коэффициент теплоотдачи, что позволяет значительно уменьшить размеры теплообменников.

1. Постановка задачи

В данной работе проводится расчет свойств газов водорода, гелия, ксенона и радона и их бинарных смесей при давлении $p = 1 \text{ МПа}$ и температурах $T_1 = 400 \text{ К}$, $T_2 = 1200 \text{ К}$. Основной задачей является расчет критерия Прандтля для бинарных смесей при заданных условиях. Для этого необходимо проверить методику расчета для He-Xe и сравнить

результаты с экспериментальными данными из [1], а далее применить её для смесей He-Rn, He-Rn и Xe-Rn. Число Прандтля определяется по формуле:

$$Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda},$$

где

μ - динамическая вязкость;

λ - коэффициент теплопроводности;

c_p - удельная теплоёмкость среды при постоянном давлении.

Для этого выполняются расчеты μ , λ и затем Pr для смесей He-Xe, He-Rn, He-Rn и Xe-Rn.

2. Определение теплопроводности λ .

С помощью формулы Сатерленда [2] определяется теплопроводность λ для газов He и Xe при температуре T:

$$\lambda = \lambda_0 \cdot \frac{273,2 + C}{T + C} \cdot \left(\frac{T}{273,2} \right)^{\frac{3}{2}},$$

где

λ_0 - удельная теплопроводность при 0°C

C – постоянная Сатерленда.

Далее с помощью эмпирической формулы определяется теплопроводность смеси λ_{CM} [2]:

$$\lambda_{CM} = \frac{x_1 \cdot \lambda_1 \cdot \sqrt[3]{M_1} + x_2 \cdot \lambda_2 \cdot \sqrt[3]{M_2}}{x_1(M) \cdot \sqrt[3]{M_1} + x_2 \cdot \sqrt[3]{M_2}},$$

где

λ_1, λ_2 – теплопроводности компонентов;

x_1, x_2 – мольные доли компонентов;

M_1, M_2 – молекулярные массы компонентов.

Зависимость λ_{HeXe} и λ_{HeRa} от молекулярных масс смесей при 400K и 1200K представлена на рисунке 1:

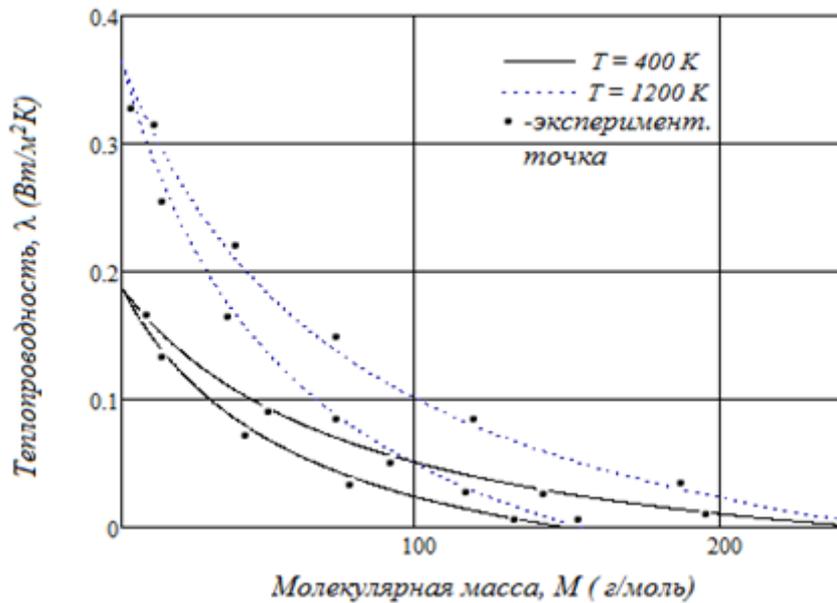


Рис. 1. Теплопроводность He-Xe и He-Rn при 400 К и 1200 К

Полученные результаты полностью совпадают с экспериментальными данными из [1].

3. Определение динамической вязкости μ .

С помощью формулы Гиршефельдера [3] определяется динамическая вязкость μ для газов He и Xe при температуре T:

$$\mu = \sqrt{M \cdot T} \cdot 10^{-7} \cdot \frac{266,93}{\sigma^2 \Omega^{(2,2)}},$$

где

σ – эффективный диаметр;

$\Omega^{(2,2)}$ – интегральное значение функции $T^* = kT/\varepsilon$ [3];

$\frac{\varepsilon}{k}$ – постоянная в уравнении Ленарда-Джонса.

Далее рассчитывается вязкость μ_{12} гипотетического газа со средней молекулярной массой $2 \cdot \frac{M_1 M_2}{(M_1 + M_2)}$:

$$\mu_{12} = \sqrt{\frac{2 \cdot M_1 \cdot M_2 \cdot T}{M_1 + M_2}} \cdot 10^{-7} \cdot \frac{266,93}{\sigma_{12}^2 \Omega_{12}^{(2,2)}},$$

где

$$\frac{\varepsilon_{12}}{k_{12}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{k_1} \cdot \frac{\varepsilon_2}{k_2}};$$

$$\sigma_{12} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} - \text{эффективный диаметр гипотетического газа};$$

$\Omega_{12}^{(2,2)}$ - интегральное значение для функции $T^* = k_{12}T/\varepsilon_{12}$.

По известным значениям μ_{12} , μ_1 и μ_2 , можно вычислить искомый коэффициент динамической вязкости смеси μ_{CM} по формуле:

$$\mu_{CM} = \frac{1 + Z_\mu}{X_\mu + Y_\mu}.$$

Коэффициенты X_μ , Y_μ , Z_μ зависят от мольных долей компонентов смеси и определяются из уравнений:

$$X_\mu = \frac{x_1^2}{\mu_1} + \frac{2 \cdot x_1 \cdot x_2}{\mu_{12}} + \frac{x_2^2}{\mu_2}$$

$$Y_\mu = \frac{3}{5} \cdot A_{12} \left[\frac{x_1^2 \cdot M_1}{\mu_1 \cdot M_2} + \frac{x_2^2 \cdot M_2}{\mu_2 \cdot M_1} + \frac{2 \cdot x_1 \cdot x_2}{\mu_{12}} \cdot \frac{(M_1 + M_2)^2}{4 \cdot M_1 \cdot M_2} \cdot \frac{\mu_{12}^2}{\mu_1 \cdot \mu_2} \right]$$

$$Z_\mu = \frac{3}{5} \cdot A_{12} \left[x_1^2 \cdot \frac{M_1}{M_2} + x_2^2 \cdot \frac{M_2}{M_1} + 2 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot \left(\frac{(M_1 + M_2)^2}{4 \cdot M_1 \cdot M_2} \cdot \left\{ \frac{\mu_{12}}{\mu_1} + \frac{\mu_{12}}{\mu_2} \right\} - 1 \right) \right],$$

где

A_{12} – функция, значение которой также зависит от $T^* = k_{12}T/\varepsilon_{12}$.

Зависимость μ_{HeXe} и μ_{HeRa} от молекулярных масс смесей при 400К и 1200К приведена на рисунке 2:

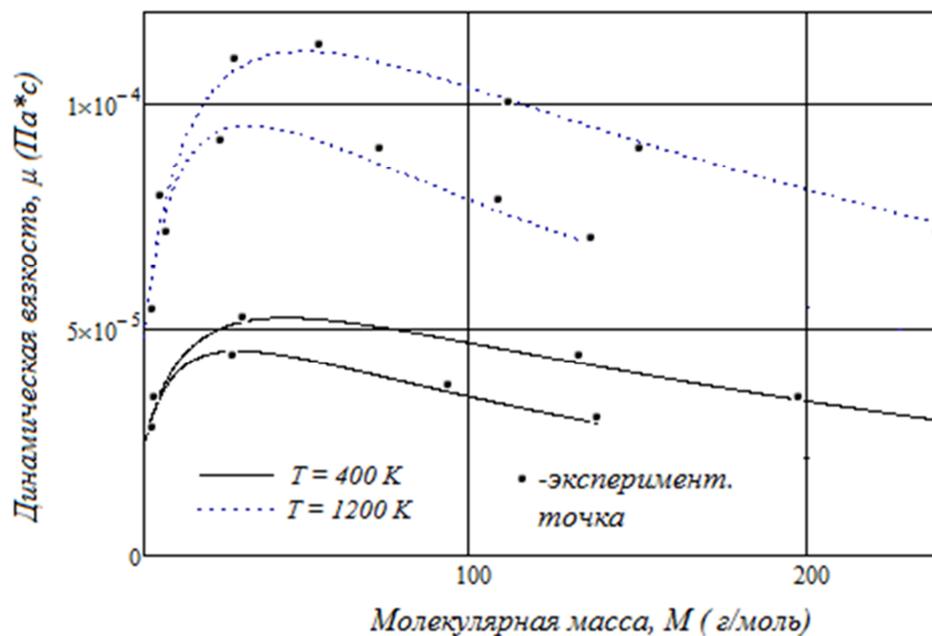


Рис. 2. Динамическая вязкость He-Xe и He-Rn при 400 К и 1200 К

Полученные результаты полностью совпадают с экспериментальными данными из [1].

4. Определение критерия Прандтля.

Критерий Прандтля определяется по следующей формуле:

$$Pr_{CM} = \frac{\mu_{CM} \cdot c_{pCM}}{\lambda_{CM}},$$

где

c_{pCM} - удельная теплоемкость смеси газов; $\left[\frac{Дж}{кг \cdot К} \right]$;

μ_{CM} - динамическая вязкость смеси газов; $[Па \cdot с]$;

λ_{CM} - теплопроводность смеси газов. $\left[\frac{Вт}{м \cdot К} \right]$.

Удельную теплоемкость смеси определим через мольные доли компонентов:

$$c_{pCM} = \frac{x_1 \cdot M_1}{M} \cdot c_{p1} + \frac{x_2 \cdot M_2}{M} \cdot c_{p2},$$

где

c_{p1} -удельная теплоемкость первого компонента;

c_{p2} -удельная теплоемкость второго компонента.

Графики функций $Pr_{CM}(M)$ при 400К и 1200К представлены на рисунках 3 и 4:

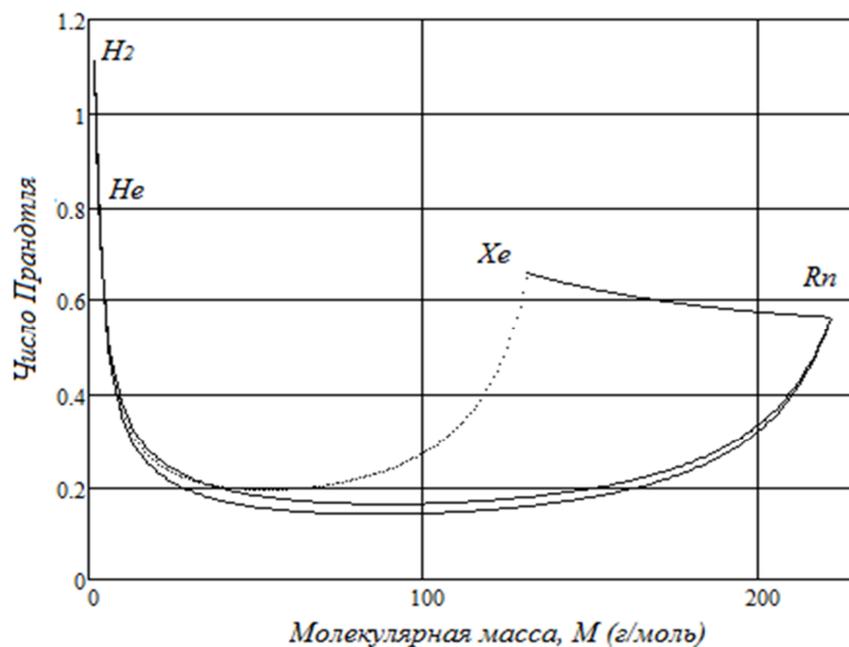


Рис. 3. Число Прандтля для смесей инертных газов при 400 К

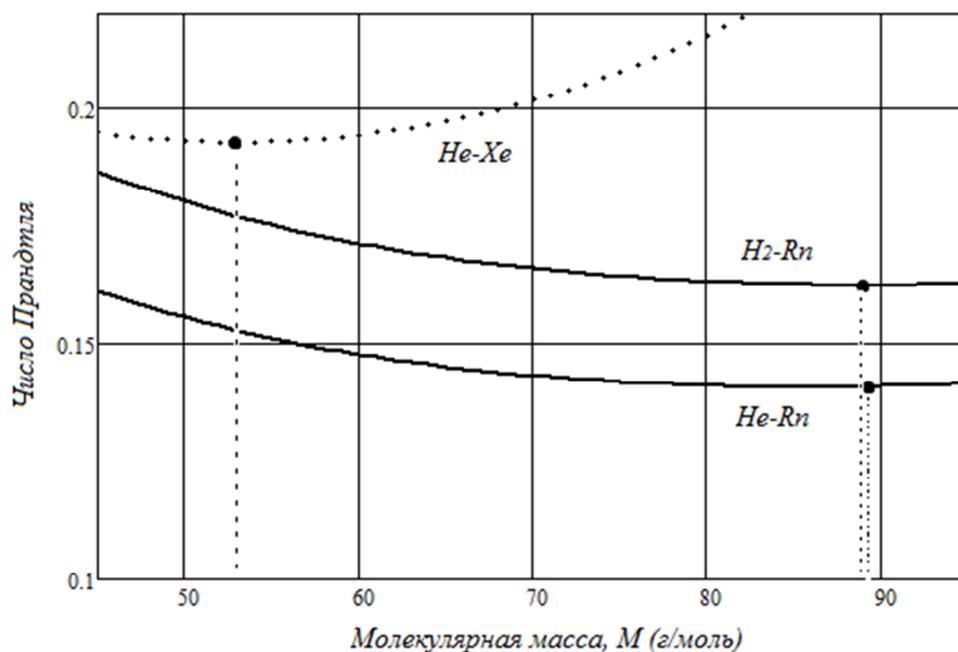


Рис. 4. Минимальные значения числа Прандтля

Минимальное значение числа Прандтля для HeXe $Pr=0,193$ соответствует составу смеси при 61,5% He и 38,5% Xe, для HeRn $Pr=0,141$ соответствует составу смеси при 62,8% He и 37,2% Rn и для H₂Rn $Pr=0,163$ при 62,3% H₂ и 37,7% Rn. Погрешность в вычислении данным методом менее 5%.

Результаты расчета приведены в таблице.

	He-Xe	He-Rn	H ₂ -Rn	Ar-Kr
Минимальное Число Прандтля, Pr	0,193	0,141	0,163	0,665
Массовая доля первого газа x_1 , %	61,5	62,8	62,3	65,7
Массовая доля второго газа x_2 , %	38,5	37,2	37,7	34,3

Заключение

В ходе работы показаны составы бинарных смесей с минимальным числом Прандтля. Также выяснено, что смесь He-Rn является лучшим теплоносителем с точки зрения теплофизических свойств.

Список литературы

- [1]. Jean-Michel P. Tournier, Mohamed S. El-Genk. Properties of noble gases and binary mixtures for closed Brayton Cycle applications // Energy Conversion and Management. 2007. Vol. 49. P. 469-492.
- [2]. Бертшнайдер С. Свойства газов и жидкостей / под ред. Романкова П.Г. М.: Химия, 1996. 534 с.
- [3]. Paul K. Johnson. A Method for Calculating Viscosity and Thermal Conductivity of a Helium-Xenon Gas Mixture. Available at: <http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/20060056311.pdf>, accessed 05.05.2015.
- [4]. El-Genk MS, Tournier J-M. Selection of noble gas binary mixtures for brayton space nuclear power systems. In: Proceedings of 4th international energy conversion engineering conference (IECEC), 26–29 June 2006, San Diego, CA. New York, NY: AIAA. Paper No. AIAA-2006-59986. P 3-14.

- [5]. Arbekov A. N., Surovtsev I. G, Dermer P. B. Efficiency of Heat Transfer in Recuperative Heat Exchangers with HighSpeed Gas Flows at Low Prandtl Numbers // High Temperature. 2014. Vol. 52. No. 3. P. 449 - 454.
- [6]. Mason E, Uribe F. The corresponding-state principle: dilute gases. In: Millat J, Dymond J, Nieto de Castro C, editors. Transport properties of fluids. Cambridge University Press, 1996. P. 187-194.