

04, апрель 2016

УДК 336.76

Анализ статистической значимости эталонного значения несистематической компоненты доходности хедж-фондов

Краснощекоев Л.В., студент

*Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
кафедра «Экономика и организация производства»*

*Научный руководитель: Бородин Д.В., к.э.н., доцент
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
кафедра «Экономика и организация производства»*

[dzb@bmstu.ru](mailto:dvb@bmstu.ru)

В словаре международного сайта об инвестициях www.investopedia.com предложено следующее определение хедж-фонда: «хедж-фонды – это фонды, управляющие которых могут использовать несколько различных стратегий для того, чтобы обеспечивать высокий возврат на вложенный капитал и высокое значение «Альфа» для их инвесторов. Также отмечается, что паи хедж фондов относятся к классу инструментов альтернативных инвестиций.

Согласно работе [2], «Доходность хедж-фонда, главным образом, зависит от стратегии, которая определяет правила входа и выхода из позиций. Доходность вложений инвестора зависит от процентных приращений цен на отдельные финансовые инструменты лишь косвенно. Самой низкой корреляцией с движением рынка акций характеризуются стратегии «макроинвестирования» и «арбитража по конвертируемым инструментам»

В этой же работе описаны факторы, определяющие уровень спроса на паи хедж-фондов. «Главная задача хедж-фонда – получение дохода от операций вне зависимости от рыночных движений. Следовательно, оценивая показатели фонда, необходимо определить силу влияния этих движений на доходность фонда или, что то же самое, величину систематической компоненты. Задача определения этой компоненты решается построением регрессионной модели доходности хедж-фонда ($R_{\text{ХЕДЖ-ФОНДА}}$):

$$R_{\text{ХЕДЖ-ФОНДА}} = \alpha_{\text{ХЕДЖ-ФОНДА}} + \beta_{\text{РАСТ.РЫНКА}} R_{\text{ИНДЕКС}}^{+} + \beta_{\text{ПАД.РЫНКА}} R_{\text{ИНДЕКС}}^{-} + \varepsilon_t, \quad (1)$$

где $\alpha_{\text{ХЕДЖ-ФОНДА}}$ - несистематическая компонента, $\beta_{\text{РАСТ.РЫНКА}}$ - систематическая компонента на растущем рынке, $\beta_{\text{ПАД.РЫНКА}}$ - систематическая компонента на падающем рынке, ε_t - ошибка модели, $R_{\text{ИНДЕКС}}$ - доходность по индексу рынка ценных бумаг (знак «-» означает падающий, а «+» растущий рынок)» [2].

Построение зависимости, аналогичной (1), по агрегированным данным (по множеству хедж-фондов) позволяет получить коэффициенты alpha и beta, отражающие несистематическую и систематическую компоненты доходности сегмента хедж-фондов в целом. Компоненты доходности отдельного j-го фонда можно сравнивать со средними по рынку, которые далее будем называть **эталонными**.

Отметим, что такое сравнение будет корректным лишь при выполнении следующих условий:

- 1) периодичность расчета доходностей для среднерыночных и отдельных для фонда оценок одинакова;
- 2) объемы выборок для расчета оценок компонент по среднерыночным данным и по отдельному фонду одинаковы;
- 3) параметры регрессионных уравнений являются статистически значимыми.

На практике сложно выполнимыми выглядят второе и третье условия. Третье условие не всегда может выполняться в виду следующих особенностей:

- Разным моделям регрессии могут соответствовать разные функции распределения факторов;
- Распределения оценок доходностей и процентных изменений индексов фондового рынка не всегда известны с точностью до параметров;
- Сложно утверждать, что распределения статистик, соответствующих систематической и несистематической компонентам доходности разных инвестиционных инструментов будут совпадать.

Определение среднерыночных оценок alpha и beta позволит также сделать вывод о статистических свойствах прогнозных моделей, аналогичных (1), соответствующих отдельно анализируемым хедж-фондам.

Цель настоящей статьи: определить значения эталонных компонент доходностей хедж-фондов (рассчитанных на основе агрегированных по группе хедж фондов данным), а также проверить их статистическую значимость и возможность сравнения с показателями отдельного хедж – фонда.

Алгоритм определения эталонных значений компонент доходности по агрегированным данным

Описание модели и определение переменных

Для проведения анализа функциональных связей между аргументами из уравнения (1) в масштабах финансового рынка и сегмента хедж-фондов игнорируем различия между видами стратегий, которые используют хедж-фонды, и направлениями движения рынка акций. Таким образом, агрегируя уравнение (1) по отдельным хедж-фондам, получим

$$R_{(X\Phi)market} = \alpha + \beta * R_{(stock\ market)} + \varepsilon, \quad (2)$$

где $R_{(X\Phi)market}$ – взвешенная по какой-либо базовой величине доходность активов некоторой совокупности хедж-фондов, $R_{(stock\ market)}$ – обобщающий показатель доходности акций, котирующихся на мировых биржах (процентные изменения индекса фондового рынка).

Приведем формулу процентной доходности инструмента

$$R\% = \frac{S(t) - S(t_0)}{S(t_0)} \times 100\%, \quad (3)$$

где $S(t)$ и $S(t_0)$ – значения курсов ценной бумаги или индексов в моменты времени t и t_0 соответственно ($t > t_0$).

В связи с тем, что существует много различных видов стратегий спекулятивных фондов, для изучения рынка в целом необходим агрегированный показатель ($R_{(X\Phi)market}$). Этот показатель должен отражать доходность фондов, взвешенную по какой-либо базе. Такой базой может быть величина чистых активов фондов. В роли $R_{(X\Phi)market}$ может выступать индекс HFRX Global Hedge Fund Index (HFRXGL). Для составления индекса используются данные о фондах, присутствующих на рынке более двух лет и сумма активов которых превышает \$50 млн. Индекс HFRXGL, согласно методике, приведенной в [8], рассчитывается следующим образом:

$$NAV_t^{HFRXGL} = \sum_{j=1}^4 w_j \times NAV_t^j \quad (4)$$

где $j = \{HFRXEH(Equity\ Hedge), HFRXED(Event\ Driven), HFRXM(Macro / CTA\ Index), HFRXRVA(Relative\ Value\ Arbitrage)\}$, w_j – весовой коэффициент j -ой группы стратегий в момент времени t , NAV_t^j – стоимость чистых активов фондов в расчете на одну

акцию (пай), входящих в j -ую группу стратегий в момент времени t , NAV_t^{HFRXGL} - значение индекса HFRXGL в момент времени t .

В качестве $R_{(stock\ market)}$ можно рассматривать следующие индексы фондового рынка: Standard & Poor's 500 (далее S&P-500), CAC-40, Dow Jones Industrial Average (далее DJIA), Financial Times Stock Exchange Index (далее FTSE-100), Japan Nikkei 225 (далее NIKKEI). Хедж-фонды, результаты работы которых формируют значение индекса HFRXGL, действуют в разных странах. Вышеперечисленные фондовые индексы отражают состояние финансового рынка крупнейших экономик, что делает целесообразным их применение в рамках данного анализа. Для определения несистематической компоненты (α) в масштабах индекса HFRXGL имеет смысл представить модель (2) в многофакторном виде.

Корреляционный анализ и отбор переменных

На этапе корреляционного анализа, проверим меры связей между доходностями, рассчитанными на основе значений вышеперечисленных индексов, и выберем регрессоры для многофакторного уравнения. Наиболее часто при определении силы связи между доходностями используют коэффициент корреляции Пирсона, что является корректным только для нормального закона распределения. Отметим, что по данным некоторых исследований, нормальность распределения процентных доходностей хедж-фондов не установлена. Например, в работе [5] авторы, проанализировав работы [4] и [7], сделали выводы об отсутствии нормальности распределения доходностей на основе выборочных значений коэффициентов асимметрии и эксцесса.

В настоящей статье задача определения силы связи между доходностями решается с целью отразить монотонные зависимости, поэтому ее постановка может носить непараметрический характер. В таблице 1 отразим значения ранговых коэффициентов корреляции Спирмена, рассчитанных на основе ежедневных доходностей индексов S&P-500, CAC-40, DJIA, FTSE-100, NIKKEI, HFRXGL с 2003 по 2013 гг. (объем выборки - 2680 значений).

Таблица 1

Корреляционная матрица доходностей (на основе ежедневных значений)

	ХФ	S&P500	CAC40	DJIA	FTSE100	NIKKEI
ХФ	1					
S&P500	0,59	1				
CAC40	0,55	0,54	1			
DJIA	0,55	0,96	0,54	1		
FTSE100	0,57	0,52	0,86	0,52	1	
NIKKEI	0,30	0,09	0,26	0,09	0,24	1

Согласно [1], если $n > 10$, то для вычисления критического значения коэффициента ранговой корреляции Спирмена можно воспользоваться тем, что эта статистика распределена приближенно нормально с параметрами $m=0$, $\sigma = 1/(N-1)$, где N – объем выборки. Таким образом, задавшись уровнем значимости 0,01, получим пороговое значение критической для коэффициента ранговой корреляции – $2,56/(\sqrt{2680} - 1) = 0,049$. В таблице 1 для всех значений коэффициентов ранговой корреляции отвергаем гипотезу о равенстве последних нулю.

Из таблицы 1 следует, что **наиболее монотонно зависимы** с индексом хедж-фондов такие индексы, как S&P500 и FTSE100.

Приведем в таблице 2 коэффициенты ранговой корреляции, соответствующие выборкам, состоящим из ежемесячных значений доходностей.

Таблица 2

Корреляционная матрица доходностей (на основе ежемесячных значений)

	ХФ	S&P500	CAC40	DJIA	FTSE100	NIKKEI
ХФ	1					
S&P500	0,66	1				
CAC40	0,61	0,80	1			
DJIA	0,61	0,96	0,76	1		
FTSE100	0,60	0,78	0,86	0,76	1	
NIKKEI	0,56	0,55	0,60	0,51	0,54	1

Из таблицы 2 также следует, что **наиболее монотонно зависимым** индексом с HFRXGL является индекс S&P500.

В таблице 3 отразим динамику значений корреляции с 2003 по 2013 гг. Ежедневные доходности были сгруппированы по годам и для внутригодовых выборок были рассчитаны ранговые корреляции. При уровне значимости 0,01, пороговое значение критической области для коэффициента ранговой корреляции внутригодовых выборок (210 торговых сессий в год в среднем) составит $-2,56/(\sqrt{210-1}) = 0,1766$.

Таблица 3

Динамика рангового коэффициента корреляции, определенного по внутригодовым данным

Год	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Значение рангового коэффициента корреляции	0,51	0,614	0,7	0,71	0,69	0,41	0,407	0,55	0,68	0,76	0,72

Из таблицы 3 следует, что с 2003 по 2013 гг. внутригодовые коэффициенты превышали 0,41, что, в свою очередь, превышает пороговое значение критической области 0,1766.

На основе анализа монотонных зависимостей между откликом и факторами предложим вид регрессионного уравнения, по агрегированным переменным:

$$R_{\%}(HFRXGL) = \alpha + \beta * R_{\%}(S\&P-500) + \varepsilon. \quad (5)$$

Оценка параметров и проверка статистической значимости модели (5)

В таблице 4 приведены значения рассчитанных компонент α и β уравнения (5). Отметим, что задачу определения значений коэффициентов α и β по годовым выборкам на ежедневной и на ежемесячной основах с помощью метода наименьших квадратов достаточно представить в непараметрической постановке, так как предположения о нормальности остатков регрессий, оцениваемых лицами, принимающими решения, не могут быть проверены, ввиду недостаточного объема данных (согласно [3], «для достаточно надежного установления нормальности требуется весьма большое число наблюдений»). Объем данных о доходностях хедж-фондов, которые имеются на аналитических информационных сайтах, зачастую основан на малых выборках ежемесячных / ежедневных доходностей.

Следовательно, подход к оцениванию значимости α и β (расчет t-статистик, использование F-критерия), в основе которого лежит предположение о нормальном распределении ежемесячных доходностей, неприменим в процессе принятия решений о покупке пая того или иного хедж-фонда.

Некорректный подход к оценке значимости коэффициентов использован во многих работах, в том числе и в работе [6].

Однако, согласно [3], несмещенность и асимптотическая нормальность оценок метода наименьших квадратов позволяют проверять статистические гипотезы о равенстве параметров модели определенным значениям.

Примем уровень значимости равным 0,01. Для проверки нулевой гипотезы (Но: $\hat{\theta}_{МНК} = 0$) необходимо проверить выполнение следующего неравенства:

$$\left| \frac{\hat{\theta}_{МНК}}{\sqrt{D(\hat{\theta}_{МНК})}} \right| \leq 2,57 \quad (6)$$

где $\hat{\theta}_{МНК}$ - оценка метода наименьших квадратов, 2,57 – значение, которое принимает квантиль нормального стандартного распределения порядка $((1+(1-0,01))/2)$.

Учитывая формулы дисперсий оценок, описанных в [3], представим формулы дисперсий оценок **alpha** и **beta** в терминах модели (5):

$$R_{\%}(HFRXGL) = \alpha + \beta * R_{\%}(S\&P-500) + \varepsilon,$$

$$D(\beta) = \frac{\sigma^2}{\sum_{i=1}^n [R_{\%}(S \& P - 500)_i - \overline{R_{\%}(S \& P - 500)}]^2},$$

$$D(\alpha) = \frac{\sigma^2}{n}, \quad (7)$$

где i – номер торговой сессии для доходностей, определяемых на ежедневной основе, или номер месяца для доходностей, определяемых на ежемесячной основе; n – объем выборки (количество торговых сессий /месяцев); σ – стандартное отклонение от линии регрессии, определяемое следующим образом:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (R_{\%}(HFRXGL)_i - [\alpha + \beta * R_{\%}(S \& P - 500)_i])^2}{n}}$$

В таблицах 4 и 5 проверим гипотезу (Н₀: $\theta = 0$) о равенстве параметров модели (5) нулю.

Таблица 4

Проверка гипотезы о равенстве параметров модели (5) нулю на основе ежедневных данных

Год	beta	alpha	D(beta)	D(alpha)	$\frac{\hat{\beta}}{\sqrt{D(\hat{\beta})}}$	$\frac{\hat{\alpha}}{\sqrt{D(\hat{\alpha})}}$
2003	0,09	0,05	4,79	0,02	0,04	0,33
2004	0,14	0,01	7,62	0,01	0,05	0,05
2005	0,20	0,01	10,09	0,02	0,06	0,06
2006	0,26	0,02	14,94	0,02	0,07	0,14
2007	0,25	0,01	15,64	0,06	0,06	0,05
2008	0,09	-0,09	4,54	0,12	0,04	0,26
2009	0,04	0,05	2,49	0,03	0,02	0,27
2010	0,10	0,01	4,46	0,02	0,05	0,10
2011	0,11	-0,04	3,64	0,03	0,06	0,21
2012	0,13	0,01	3,28	0,01	0,07	0,08
2013	0,17	0,01	4,65	0,01	0,08	0,06

Из таблицы 4 следует, что коэффициенты регрессий доходностей, построенных на основе ежедневных данных, объединенных по годам, не являются значимыми. Объемы выборок для каждой регрессии разнятся, так как количество торговых сессий в каждом календарном году неодинаково. В среднем в одном календарном году 250 торговых сессий.

Проверка гипотезы о равенстве параметров модели (5) нулю на основе ежемесячных данных

Год	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	D($\hat{\beta}$)	D($\hat{\alpha}$)	$\frac{\hat{\beta}}{\sqrt{D(\hat{\beta})}}$	$\frac{\hat{\alpha}}{\sqrt{D(\hat{\alpha})}}$
1	2	3	4	5	6	7
2003	0,32	0,23	0,19	0,15	0,75	0,60
2004	0,41	-0,12	0,45	0,19	0,61	0,26
2005	0,40	0,03	1,18	0,60	0,37	0,04
2006	0,57	0,22	3,34	0,53	0,31	0,30
2007	0,39	0,29	2,36	1,57	0,26	0,24
2008	0,34	-0,51	1,36	4,82	0,29	0,24
2009	0,03	0,89	0,15	1,05	0,09	0,87
2010	0,20	0,09	0,08	0,21	0,74	0,22
2011	0,23	-0,67	0,36	0,86	0,39	0,72
2012	0,18	-0,02	0,22	0,30	0,40	0,05
2013	0,24	0,08	0,24	0,17	0,50	0,19

Из таблицы 5 следует, что коэффициенты регрессий доходностей, построенных на основе ежемесячных данных, объединенных по годам, не являются значимыми. Объем выборки каждой регрессии составляет 12 элементов (12 месяцев в году).

Зачастую, на информационных сайтах информационно-аналитических компаний, таких как Morningstar (www.morningstar.com) и Fundata (www.fundata.com), приведены значения показателей «alpha» - несистематической компоненты процентной доходности инструмента и «beta» - систематической компоненты доходности, или данные, на основе которых возможно определить параметры регрессии доходности в форме (5). Для оценки «качества» коэффициентов регрессии на подобных сайтах применяется лишь оценка скорректированного «R-square». Однако, как показано в таблицах 4 и 5, оценки alpha и beta, полученные методом наименьших квадратов, не являются статистически значимыми. Решения инвестора, полученные на основе таких оценок, которые, в свою

очередь, не служат оценками качества работы управляющих фонда, не удовлетворяют принципу разумности.

Выводы о возможности сравнения компонент доходности отдельного хедж – фонда с эталонными рыночными значениями

Как показал проведенный на основе асимптотической нормальности оценок метода наименьших квадратов анализ статистической значимости уравнения (5), значения α и β , которые предполагалось использовать в качестве эталонных, **недостовечно** отличаются от нуля.

Следовательно, **нарушается третье условие корректности сравнения** регрессии, определенной на основе агрегированных данных, с регрессией, соответствующей процентным изменениям стоимости чистых активов или доходности отдельного хедж-фонда.

Как следует из оценки динамики ранговых корреляций Спирмена, отраженной в таблице 3 в 2003, 2008, 2009 и 2010 гг. значения были ниже 0,6, следовательно, степень монотонности между движениями S&P-500 и HFRXGL, определенная на ежедневной основе в эти годы, была наименьшей. Низкая степень монотонности в ежедневных движениях свидетельствует о качестве управления активами во всех хедж-фондах лишь косвенно.

Так как модель (5) незначима для всей совокупности хедж-фондов, можно предположить, что регрессии доходности в представлении (1) для большинства хедж-фондов также являются незначимыми, что вносит сложности при сравнении одного фонда с другим. Проверку значимости необходимо проводить именно на основе асимптотической нормальности оценок регрессии (5), так как неразумно предполагать нормальность распределения процентных доходностей хедж-фондов.

Выводы, полученные в настоящей статье, указывают на необходимость построения новых статистически значимых показателей, с помощью которых можно сделать вывод о качестве управления активами в том или ином хедж-фонде в прошлом. Данный показатель должен быть функцией от исторических процентных доходностей или стоимостей чистых активов фонда.

Список литературы

- [1]. Большев Л.Н., Смирнов Н.В. Таблицы математической статистики. М.:Наука, 1983. 416 с.

- [2]. Краснощеков Л.В. Торговые спекулятивные стратегии и равновесие рынка активов: история и современность // Молодежный научно-технический вестник. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2015. № 08. Режим доступа: <http://sntbul.bmstu.ru/doc/799127.html> (дата обращения 16.09.2015).
- [3]. Орлов А.И. Прикладная статистика: учебник. М.: Экзамен, 2007. 672 с.
- [4]. 4. Brooks C., H. Kat. The Statistical Properties of Hedge Fund Index Returns and Their Implications for Investors // Journal of Alternative Investments. 2002. Vol. 5. P. 26–44.
- [5]. Burton G. Saha M. and A. Hedge Funds: Risk and Return // Financial Analysts Journal. 2005. Vol. 61. № 6. P. 80 - 88.
- [6]. Lo A. Risk Management for Hedge Funds: Introduction and Overview // Financial Analysts Journal. 2002. Vol. 57. № 6. P. 16 - 33.
- [7]. Scott R., Horvath P. On the Direction of Preference for Moments of Higher Order than the Variance // Journal of Finance. 1980. Vol. 35. №4. P. 915–919.
- [8]. HFRX Hedge Fund Indices Defined Formulaic Methodology. Hedge Fund Research Inc, 2014. Режим доступа: https://www.hedgefundresearch.com/pdf/HFRX_formulaic_methodology.pdf (Дата обращения 20.09.2015).