

05, май 2016

УДК 621.396.969.181.4

Сравнительный анализ характеристик обнаружения ПУЛТ-обнаружителя при различном распределении шума

*Тунгушаев А.А., студент,
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
кафедра «Автономные информационные и управляющие системы»*

*Научный руководитель: Павлов Г.Л., доцент
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
кафедра «Автономные информационные и управляющие системы»*

wave@sm.bmstu.ru

Исследуем работу ПУЛТ-обнаружителя при четырех различных распределениях шума. Отношение сигнал/шум примем равным 3.125, количество отсчетов 75. Моделирование проведем в программном пакете MathCad.

Структура исследуемого фильтра, условия и результаты моделирования при воздействии шума, распределенного по Гауссовому закону, были рассмотрены в статье [1].

1. Работа ПУЛТ-обнаружителя при воздействии шума, распределенного по логнормальному закону:

Вызовем в программном пакете MathCad функцию $\text{rlnorm}(m, \mu, \sigma)$, которая возвращает вектор m случайных чисел, имеющих логнормальное распределение, в котором μ является натуральным логарифмом среднего значения, а $\sigma > 0$ есть натуральный логарифм среднеквадратичного отклонения.

Примем 21 отсчет целевым с отношением сигнал/шум, равным ~ 3.125 . Необходимо найти величину интервала, в котором практически все значения логнормально распределенной случайной величины будут находиться с вероятностью $\sim 99.8\%$. Для этого найдем верхний предел интегрирования плотности вероятности данного распределения, равного ~ 0.998 (необходимые 99.8%).

Опытным путем установлено, что интервал равен ~ 16.118 :

$$\int_0^{10000000} \frac{\exp\left(-\frac{\left(\frac{\ln(x) - m_{o_k}}{vr}\right)^2}{2}\right)}{\sqrt{2\pi} vr x} dx \approx 0.998$$

$$\ln(10000000) = 16.118$$

Тогда формула отношения сигнал/шум в этом случае пример вид

$$sh = \frac{r_{21}}{m_{o_k} + 16.118}$$

Для обеспечения отношения сигнал/шум равным ≈ 3.125 , амплитуда в целевом отсчете будет равна $r_{21} = 59$, а значения амплитуд в соседних отсчетах, для обеспечения дисперсии смеси, равной дисперсии, полученной при моделировании работы обнаружителя на фоне белого шума: $r_{18} = 30$, $r_{19} = 35$, $r_{20} = 50$. На рис.1 изображена смесь отраженного сигнала с шумом.

$$m_{o_k} = \text{mean}(r) = 4.675$$

$$vr = \text{var}(r) = 99.4$$

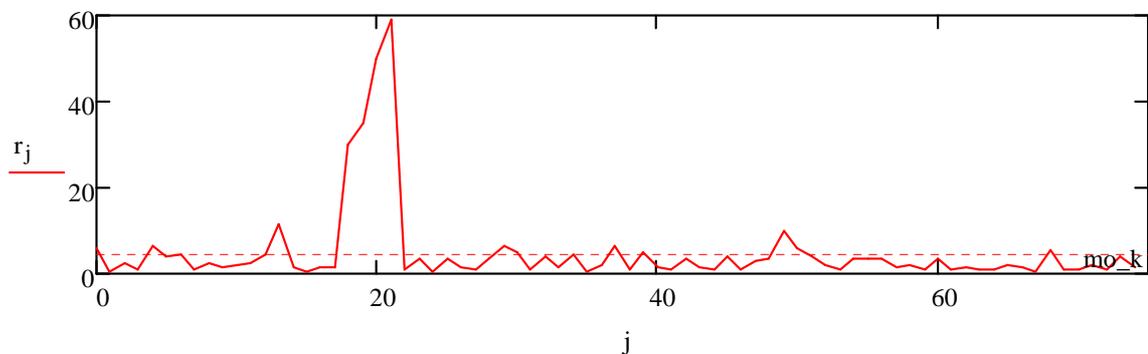


Рис.1. Смесь шума и сигнала, отраженного от цели.

Усредненная оценка отсчетов, находящихся левее исследуемого, показана на рис. 2:

$$n = 8, 9..67$$

$$sl_n = \frac{1}{6} \sum_{j=n-7}^{n-2} (r_j)$$

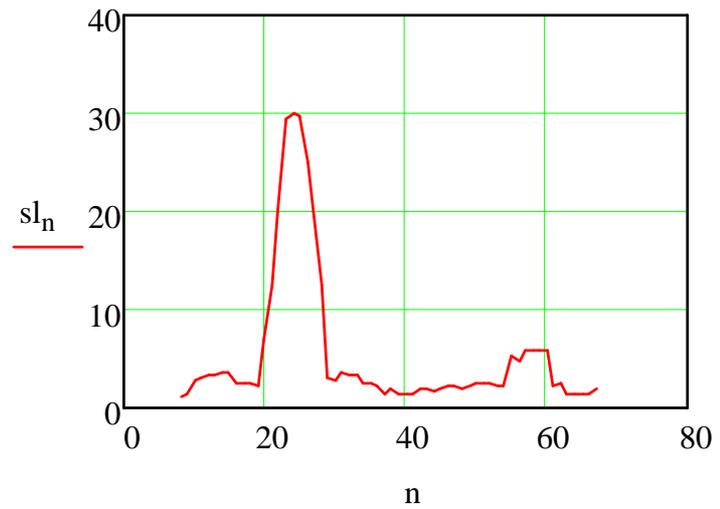


Рис. 2. Усредненная оценка «левых» ячеек

Усредненная оценка отсчетов, находящихся правее исследуемого, показана на рис. 3:

$$n = 8, 9..67$$

$$sp_n = \frac{1}{6} \sum_{j=n+2}^{n+7} (r_j)$$

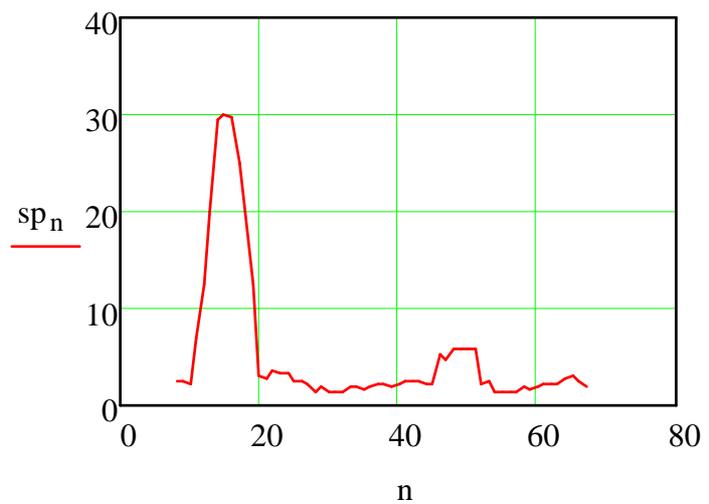


Рис. 3. Усредненная оценка «правых» ячеек

MN-CFAR порог вычислен по формуле (1). Результат расчета приведен на рис. 4:

$$s_{\min_n} = \min(sl_n, sp_n) \quad (1)$$

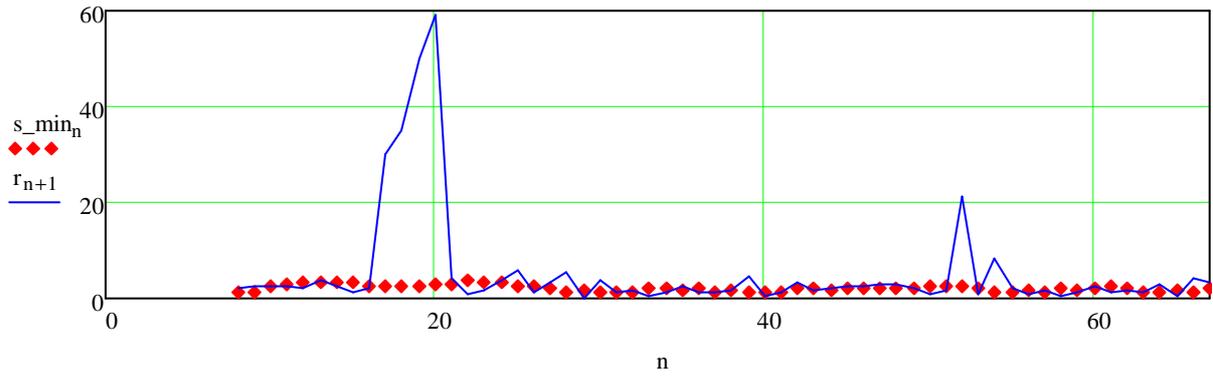


Рис. 4. Порог MN-CFAR.

Для MX-CFAR порог вычислен по формуле (2). Результат расчета приведен на рис.5:

$$s_{\max_n} = \max(sl_n, sp_n) \quad (2)$$

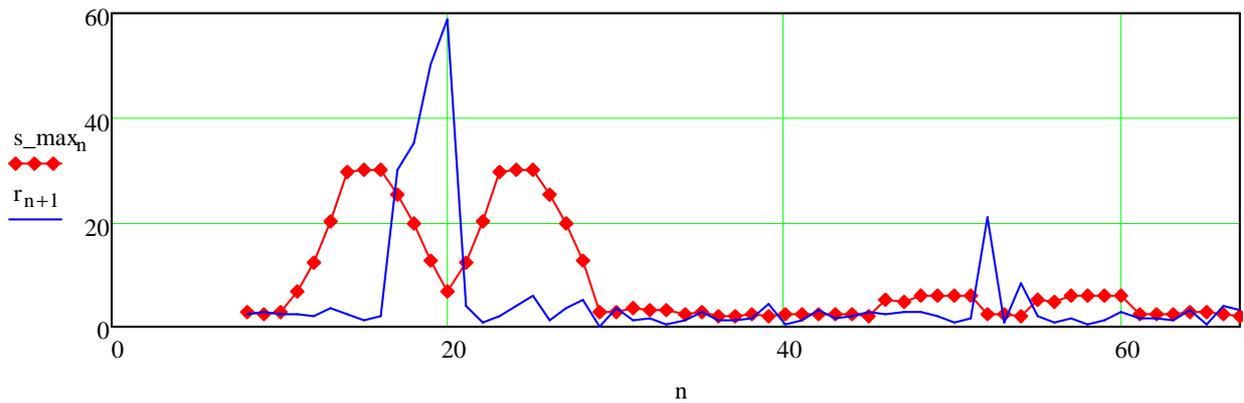


Рис. 5. Порог MX-CFAR.

Рассмотрим характеристики обнаружения при некоторых порогах обнаружения. Решение о наличии цели выносятся на основе формул (3) и (4) для MN-CFAR и MX-CFAR соответственно:

$$ob_min_{n+1} = \text{if}(r_{n+1} > s_{\min_n} * \text{por}, 1, 0) \quad (3)$$

$$ob_max_{n+1} = \text{if}(r_{n+1} > s_{\max_n} * \text{por}, 1, 0) \quad (4)$$

$$\text{por} = 2.5$$

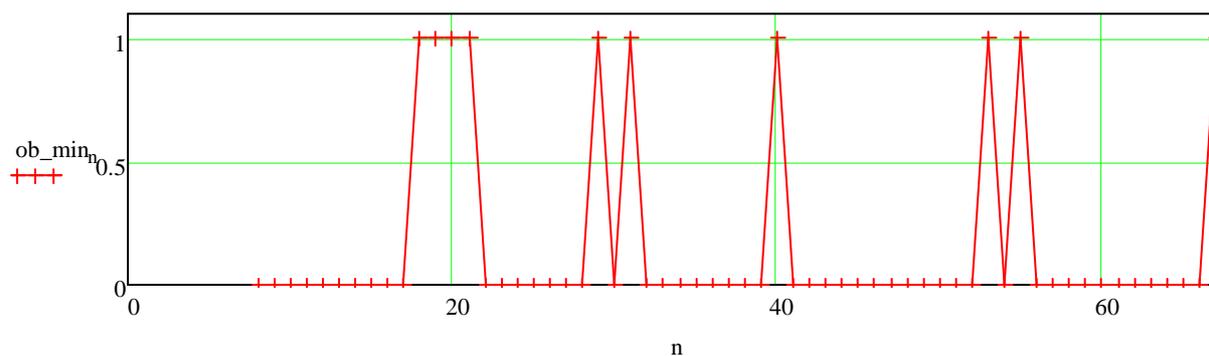


Рис. 6. Обнаружения MN-CFAR при пороге 2.5

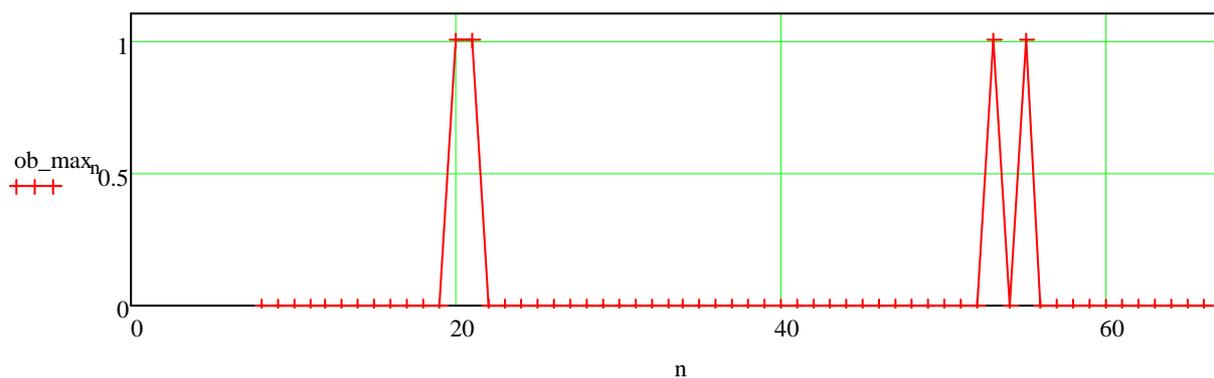


Рис. 7. Обнаружения MX-CFAR при пороге 2.5

por = 8.5

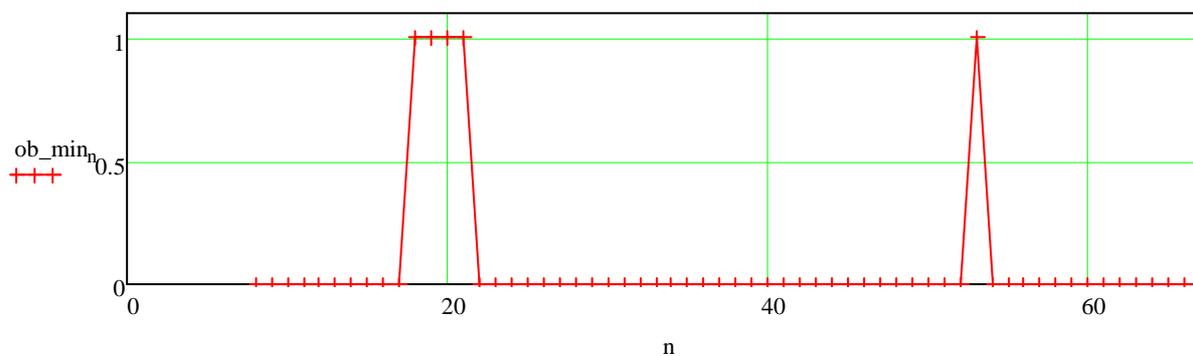


Рис. 8. Обнаружения MN-CFAR при пороге 8.5

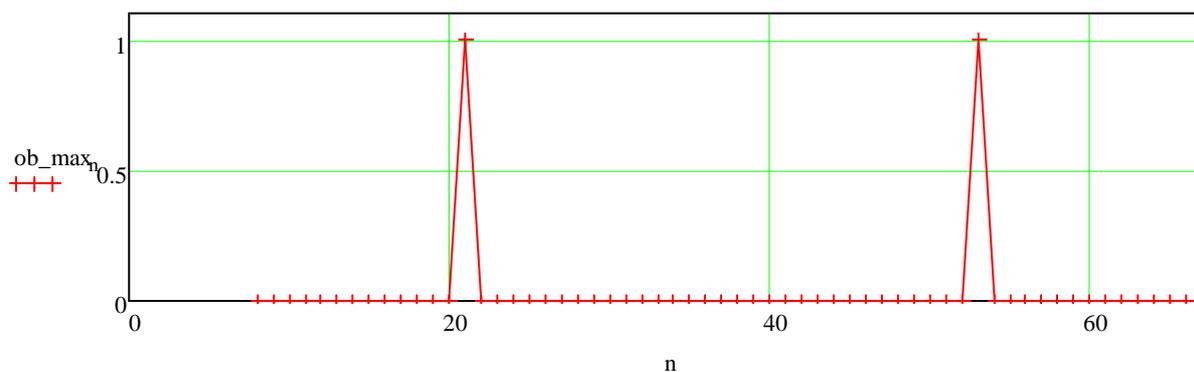


Рис. 9. Обнаружения MX-CFAR при пороге 8.5

Как мы видим, данный обнаружитель не может однозначно обнаружить нашу цель. При дальнейшем увеличении порога критерий обнаружения МХ-CFAR дает пропуск цели.

2. Работа ПУЛТ-обнаружителя при воздействии шума, распределенного по экспоненциальному закону:

Вызовем в программном пакете MathCad функцию $\text{rехр}(m, r)$, которая возвращает вектор m случайных чисел, имеющих экспоненциальное распределение, в котором $r > 0$ – параметр распределения.

Целевым отсчетом так же будет 21 отсчет. По аналогии с первым пунктом, найдем верхний предел интегрирования плотности вероятности данного распределения, равного ~ 0.998 (необходимые 99.8%).

Опытным путем установлено, что интервал равен ~ 6.21 :

$$\int_0^{6.214} e^{-x} dx \approx 0.99$$

Тогда формула отношения сигнал/шум в этом случае пример вид

$$\text{sh} = \frac{r_{21}}{m o_{-k} + 6.214}$$

Для обеспечения отношения сигнал/шум равным ≈ 3.125 , амплитуда в целевом отсчете будет равна $r_{21} = 25$, а значения амплитуд в соседних отсчетах, для обеспечения дисперсии смеси, равной дисперсии, полученной при моделировании работы обнаружителя на фоне белого шума: $r_{18} = 16$, $r_{19} = 18$, $r_{20} = 20$. Тогда смесь сигнала и шума будет иметь вид (рис.10):

$$\begin{aligned} m o_{-k} &= \text{mean}(r) = 2.698 \\ v r &= \text{var}(r) = 18.6 \end{aligned}$$

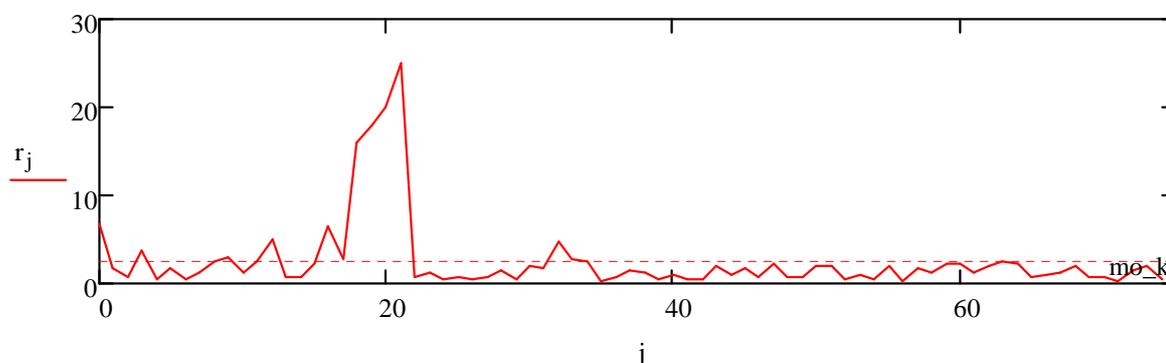


Рис. 10. Смесь шума и сигнала, отраженного от цели

Усредненная оценка отсчетов, находящихся левее исследуемого, показана на рис.11:

$$n = 8, 9..67$$

$$sl_n = \frac{1}{6} \sum_{j=n-7}^{n-2} (r_j)$$

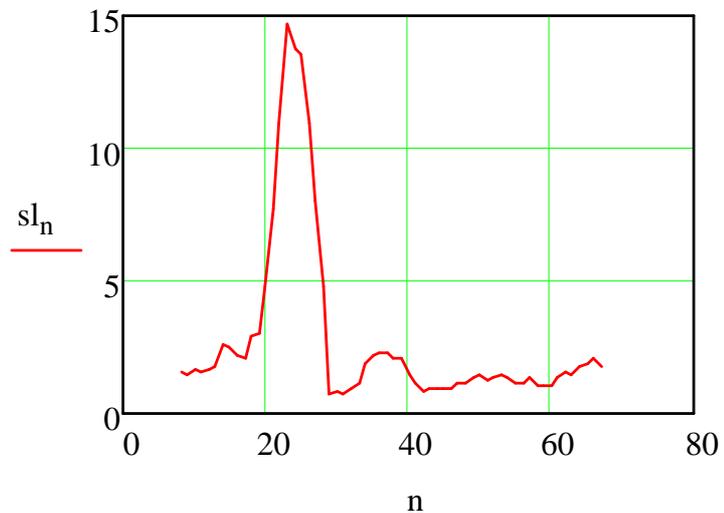


Рис. 11. Усредненная оценка «левых» ячеек

Усредненная оценка отсчетов, находящихся правее исследуемого, показана на рис. 12:

$$n = 8, 9..67$$

$$sp_n = \frac{1}{6} \sum_{j=n+2}^{n+7} (r_j)$$

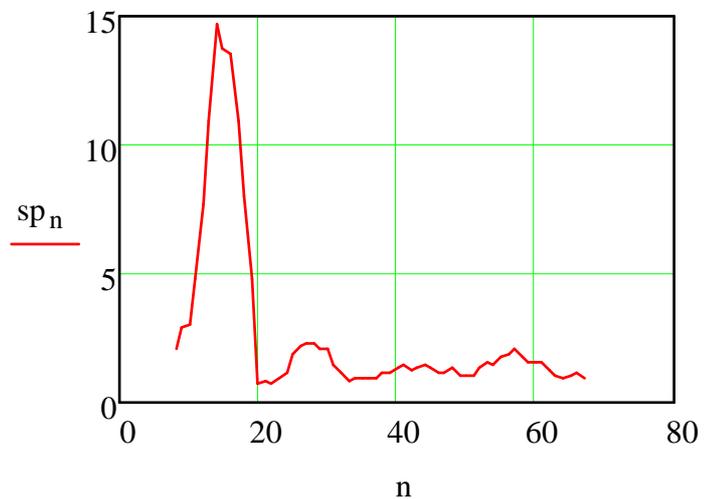


Рис. 12. Усредненная оценка «правых» ячеек

MN-CFAR порог вычислен по формуле (1). Результат расчета приведен на рис.13:

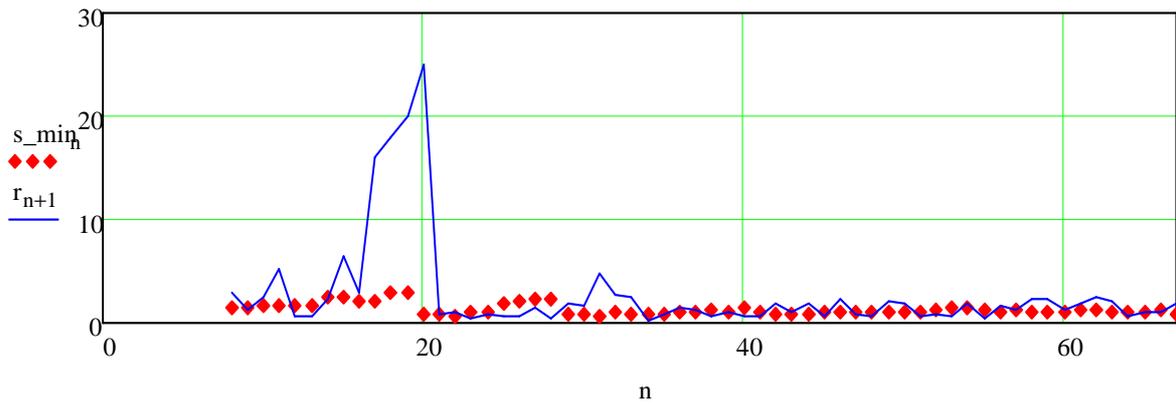


Рис. 13. Порог MN-CFAR

Для MX-CFAR порог вычислен по формуле (2). Результат расчета приведен на рис. 14:

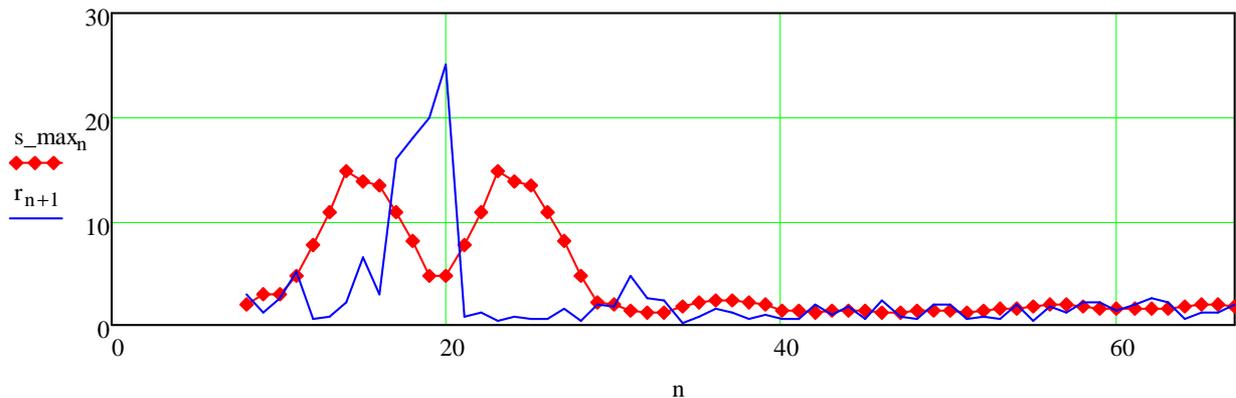


Рис. 14. Порог MX-CFAR

Рассмотрим характеристики обнаружения при некоторых порогах обнаружения. Решение о наличии цели выносятся на основе формул (3) и (4) для MN-CFAR и MX-CFAR соответственно:

$$\text{por} = 2.5$$

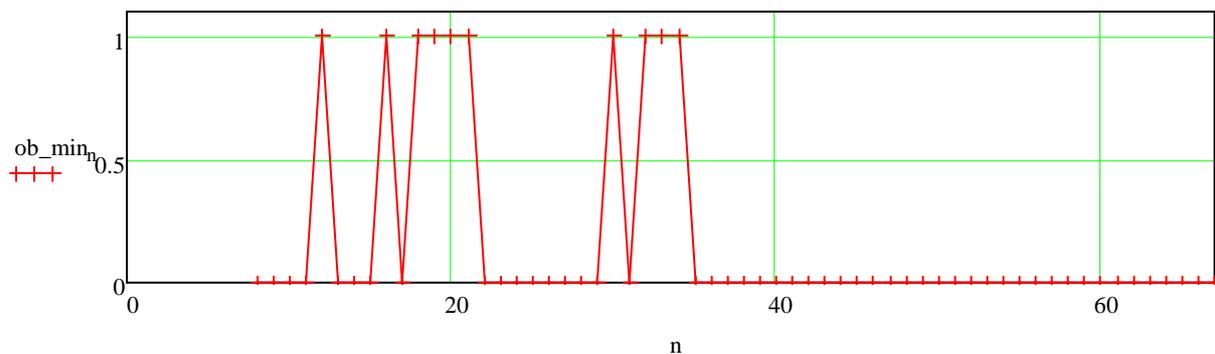


Рис. 15. Обнаружения MN-CFAR при пороге 2.5

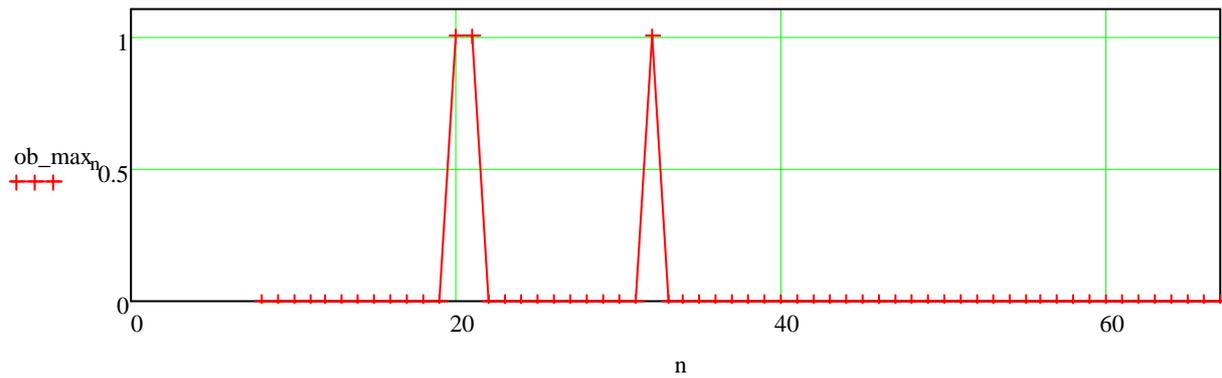


Рис. 16. Обнаружения MX-CFAR при пороге 2.5

por = 5.1

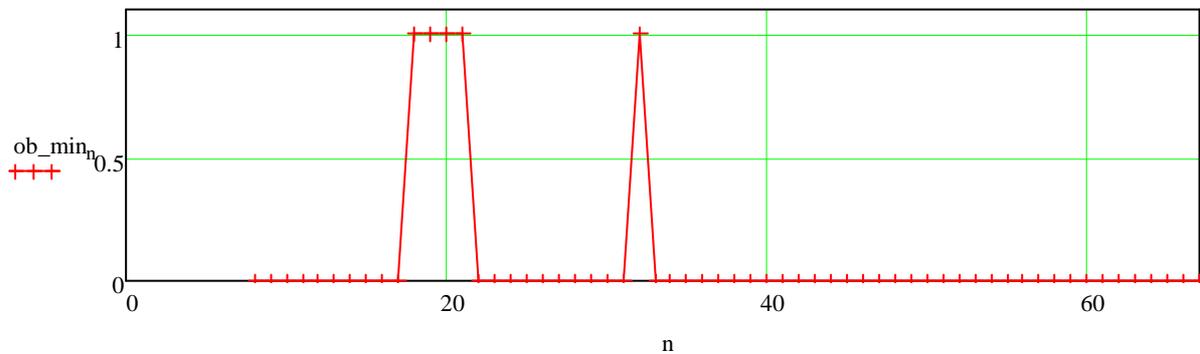


Рис. 17. Обнаружения MN-CFAR при пороге 5.1

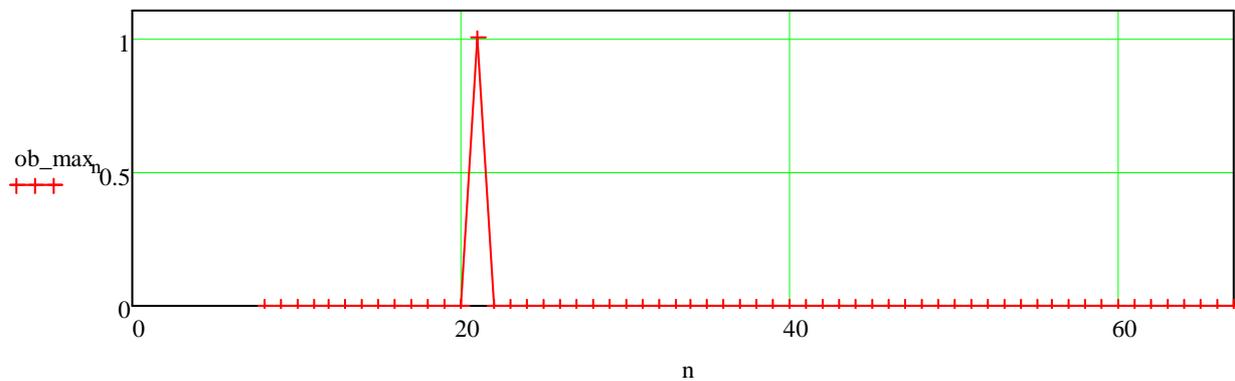


Рис.18. Обнаружения MX-CFAR при пороге 5.1

Как мы видим, порог 5.1 не обеспечивает однозначного определения цели. Но при дальнейшем увеличении порога MX-CFAR дает пропуск цели, поэтому для данных условий порог 5.1 будет оптимальным.

3. Работа ПУЛТ-обнаружителя при воздействии шума, распределенного по закону распределения Вейбулла:

Вызовем в программном пакете MathCad функцию $\text{rехr}(m, r)$, которая возвращает вектор m случайных чисел, имеющих распределение Вейбулла, в котором $s > 0$ – параметр формы.

По аналогии, целевым будет 21 отсчет. Также найдем величину интервала, в котором практически все значения логнормально распределенной случайной величины будут находиться с вероятностью $\sim 99.8\%$. Для этого приравняем функцию распределения к 0.998 и найдем x :

$$1 - e^{-(x/\lambda)^k} = 0.998$$

В нашем случае k равно 1.5, λ равна 1, тогда $x = 2.7$.

Тогда формула отношения сигнал/шум в этом случае пример вид

$$\text{sh} = \frac{r_{21}}{m_{o_k} + 2.7}$$

Для обеспечения отношения сигнал/шум равным ≈ 3.125 , амплитуда в целевом отсчете будет равна $r_{21} = 13$, а значения амплитуд в соседних отсчетах примем: $r_{18} = 4$, $r_{19} = 8$, $r_{20} = 10$.

Тогда смесь сигнала и шума будет иметь вид (рис.19):

$$m_{o_k} = \text{mean}(r) = 1.734$$

$$\text{var}(r) = 3.8$$

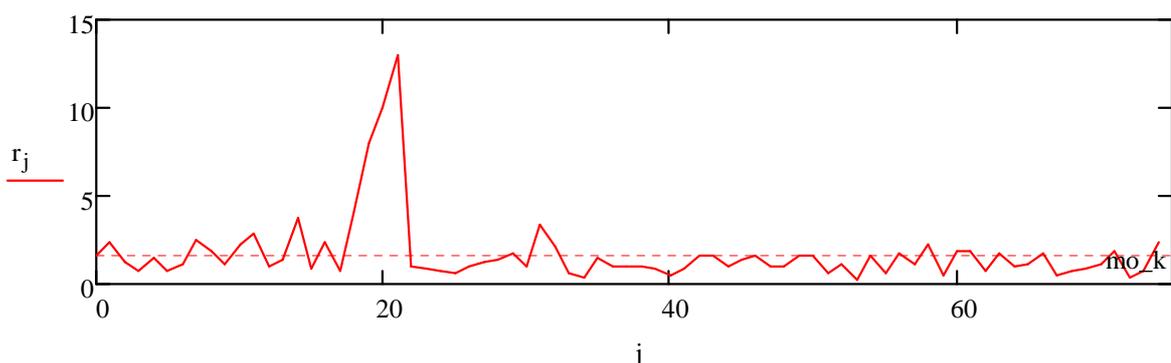


Рис. 19. Смесь шума и сигнала, отраженного от цели

Усредненная оценка отсчетов, находящихся левее исследуемого, показана на рис.20:

$$n = 8, 9..67$$

$$sl_n = \frac{1}{6} \sum_{j=n-7}^{n-2} (r_j)$$

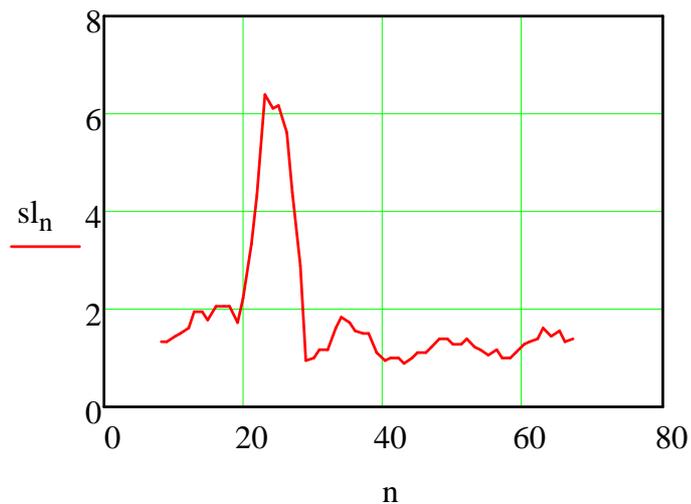


Рис.20. Усредненная оценка «левых» ячеек.

Усредненная оценка отсчетов, находящихся правее исследуемого, показана на рис.21:

$$n = 8, 9..67$$

$$sp_n = \frac{1}{6} \sum_{j=n+2}^{n+7} (r_j)$$

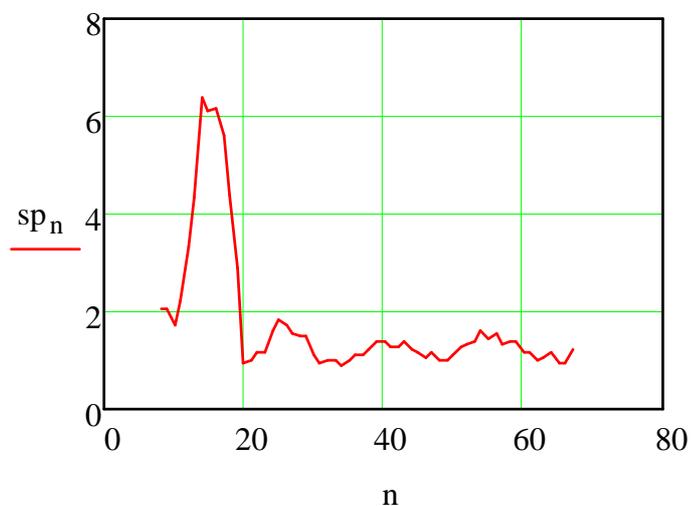


Рис. 21. Усредненная оценка «правых» ячеек.

MN-CFAR порог вычислен по формуле (1). Результат расчета приведен на рис.22:

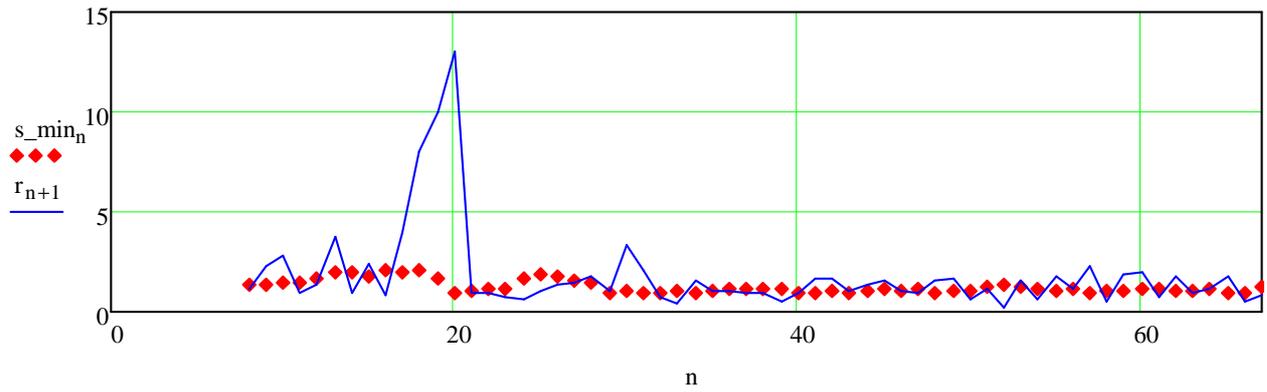


Рис. 22. Порог MN-CFAR

Для MX-CFAR порог вычислен по формуле (2). Результат расчета приведен на рис. 23:

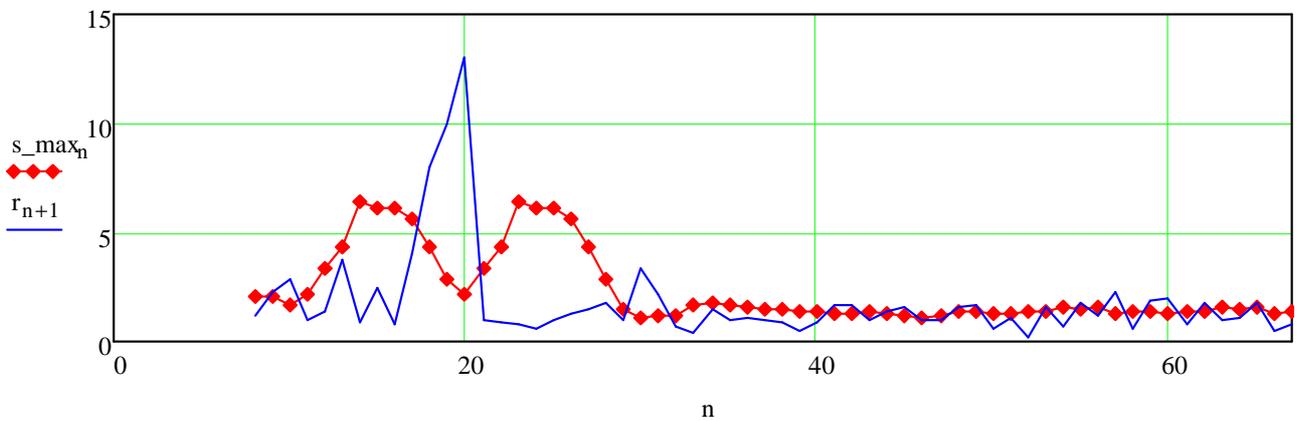


Рис. 23. Порог MX-CFAR

Рассмотрим характеристики обнаружения при некоторых порогах обнаружения. Решение о наличии цели выносятся на основе формул (3) и (4) для MN-CFAR и MX-CFAR соответственно:

$$\text{por} = 2.5$$

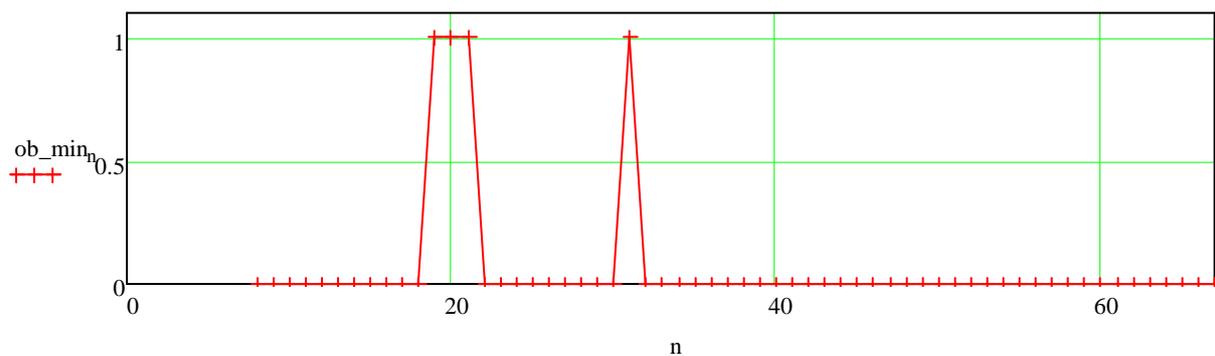


Рис.24. Обнаружения MN-CFAR при пороге 2.5.

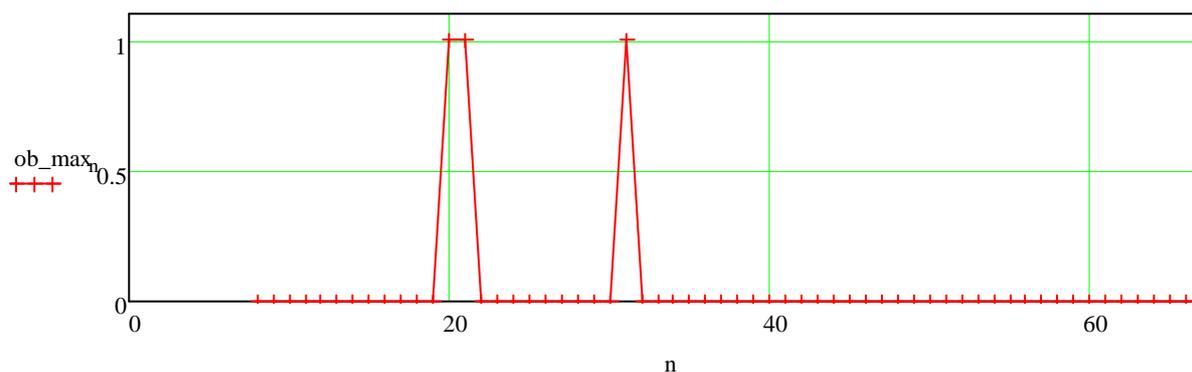


Рис. 25. Обнаружения MX-CFAR при пороге 2.5

por = 5.8

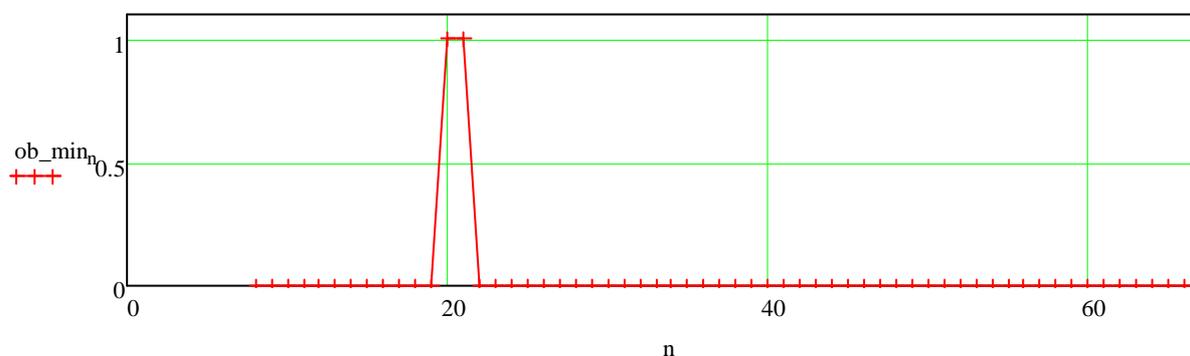


Рис. 26. Обнаружения MN-CFAR при пороге 5.8

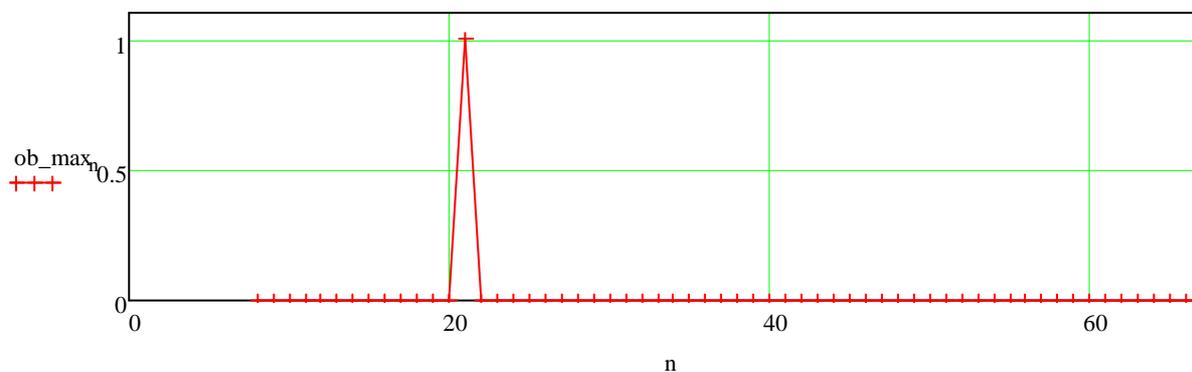


Рис. 27. Обнаружения MX-CFAR при пороге 5.8

Как мы видим, порог 5.8 не обеспечивает однозначного определения цели. Но при дальнейшем увеличении порога MX-CFAR дает пропуск цели, поэтому для данных условий порог 5.9 будет оптимальным.

Сравнение вероятностей ложных тревог для исследуемого ПУЛТ-обнаружителя при различных распределениях помехи приведено в таблице.

Распределение	Нормальное						Логнормальное					
	MN			MX			MX			MX		
Количество обнаружений	2.5	3	5.1	2.5	3	5.1	2.5	3	7.6	2.5	3	7.6
	8	5	2	3	2	1	10	8	5	4	4	2
Вероятность ложной тревоги	$\frac{2}{59} = 0.034$						$\frac{5}{59} = 0.084$					
	Экспоненциальное						Вейбулла					
	MN			MX			MN			MX		
Количество обнаружений	2.5	3	5.1	2.5	3	5.1	2.5	3	5.8	2.5	3	5.8
	10	6	5	3	3	1	4	4	2	3	2	1
Вероятность ложной тревоги	$\frac{5}{59} = 0.084$						$\frac{2}{59} = 0.034$					

Заключение

Как можно увидеть из таблицы, в случае логнормального и вейбулловского закона распределения помех значение порога при постоянстве уровня ложных тревог должно быть в среднем больше на 3.16. В остальных случаях относительный порог может быть равен 3.

Список литературы

- [1] Тунгушпаев А.А. Исследование работы обнаружителя с постоянным уровнем ложных тревог при малом отношении сигнал/шум // Молодежный научно-технический вестник. МГТУ им Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2015. № 11. Режим доступа: <http://sntbul.bmstu.ru/doc/819361.html> (дата обращения 28.11.2015).
- [2] Бакулев П.А., Степин В.М. Методы и устройства селекции движущихся целей. М.: Радио и связь, 1986. 288 с., ил.
- [3] Bassem R. Mahafza Radar Systems Analysis and Design Using Matlab. Huntsville, Alabama: Crc Press Inc, 2000. 533с.
- [4] Эль Машад М.Б. Анализ характеристик модифицированных CFAR обнаружителей в случае множества целей и неравномерном фоновом шуме // Известия вузов. Радиоэлектроника. Электрон. журн. 2013. № 8. Режим доступа: <http://radio.kpi.ua/article/view/S0021347013080013> (дата обращения 12.03.2015).